

**Universidade Nova de Lisboa**  
**Faculdade de Ciências e Tecnologia**  
**Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial**



# **Implementação do Controlo Estatístico do Processo no Sector de Pintura de um Fabricante Automóvel**

Por

Joana de Carvalho Cordeiro

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e  
Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para obtenção  
do grau de Mestre em Engenharia e Gestão Industrial

Orientador: Professor Doutor José Fernando Gomes Requeijo

Lisboa  
2010

## Agradecimentos

A realização deste trabalho foi possível graças à colaboração e ao apoio de um grande número de pessoas, relativamente às quais exprimo os meus mais sinceros agradecimentos.

Deste modo deixo expresso o meu reconhecimento:

Ao meu orientador, Professor Doutor José Gomes Requeijo, que proporcionou a realização do presente trabalho. Os meus mais sinceros agradecimentos pela preciosa e dedicada orientação científica, encorajamento e motivação prestados.

Ao director da Qualidade da Mitsubishi Fuso Trucks Europe, Engenheiro Paulo Simão, pela autorização da realização do presente trabalho de investigação. Ao Engenheiro José Tomás, responsável da Divisão “*Quality Assurance*” pelo apoio, disponibilidade e motivação sempre demonstrados.

Ao Engenheiro Luís Melro da Divisão *Quality Assurance* os meus mais sinceros agradecimentos, pelos ensinamentos e ajuda prestada, pela disponibilidade sempre demonstrada e pelo constante incentivo.

Ao Engenheiro Renato Matreno, responsável pelo processo de pintura, agradeço a transmissão de informação e conhecimento acerca do processo de fabrico, prestada sempre que lhe foi solicitada.

Um agradecimento em particular ao Sr. António Antunes e à Sra. Vera Grácio, pertencentes à Divisão da Produção, pelo apoio incondicional e pela valiosa transmissão de conhecimentos sobre o processo de fabrico.

Ao Sr. Barroso, pertencente à Divisão da Produção, e ao Sr. Jorge Rodrigues, pertencente à Divisão da Qualidade, exprimo os meus mais sinceros agradecimentos pela contribuição na recolha de dados.

Agradeço a todos os operadores, inspectores e *team leaders*, da área da pintura da *Mitsubishi Fuso Truck Europe*, pelo auxílio na recolha de dados e pela partilha de conhecimentos acerca dos processos e das operações.

Um agradecimento em especial ao colega e amigo, João Fernandes, pela amizade, pelo incentivo e pela inter-ajuda criada, não só durante o estágio, mas ao longo do percurso académico.

Um agradecimento muito especial à minha família, pelo carinho e pelo suporte incondicional manifestado ao longo da elaboração desta dissertação. Salientando e expressando o meu colossal agradecimento à minha irmã Sara, pela ajuda, pela amizade, pela força e pelo apoio que sempre me manifestou.

## Resumo

A aplicação de métodos estatísticos possui muita relevância na avaliação da Qualidade, auxiliando na compreensão e modelação da variabilidade, instituindo um suporte eficaz e fiel nas tomadas de decisão das organizações.

Quando são utilizadas cartas de controlo tradicionais, pressupõe-se que as observações provêm de processos que são independentes. Porém, esse requisito nem sempre é verificado. Em muitos processos industriais os dados exibem auto-correlação, repercutindo-se este facto num enorme impacto na utilização de cartas de controlo desenvolvidas sob a suposição de independência, provocando em particular um aumento drástico do número de falsos alarmes. Nestas circunstâncias, as cartas de controlo tradicionais revelam-se uma ferramenta inadequada para o controlo do processo, uma vez que muitos dos sinais de causas especiais observadas não passam de sinais naturais do processo, transmitindo uma ideia errada do seu comportamento.

O presente trabalho desenvolve uma metodologia apoiada em diversificadas técnicas estatísticas tais como: testes de hipóteses, análise de variância, controlo estatístico univariado e multivariado, controlo estatístico de processos com dados auto-correlacionados. A modelação de processos com dados auto-correlacionados é baseada na metodologia de *Box* e *Jenkins*, que consiste no ajuste das observações a um determinado modelo *ARIMA* mais adequado.

A metodologia desenvolvida foi implementada e validada na Fábrica *Mitsubishi Fuso Truck Europe (MFTE)*, proporcionando à organização uma metodologia de controlo estatístico dos seus processos produtivos, que a auxilia na identificação das causas especiais responsáveis pelo aumento da variabilidade nos seus processos e respectivas acções correctivas.

## **Abstract**

The application of statistical methods has a big relevance in the Quality assessment, assisting in the understanding and modeling of variability by providing a fair and effective support in decision-making at the organizations.

When traditional control charts are used, it is assumed that the observations come from independent processes. However, this requirement is not always verified. In many industrial processes data exhibit autocorrelation, which creates a huge impact if control charts developed under the assumption of independence are used, particularly causing a dramatic increase in the number of false alarms. Accordingly, the traditional control charts reveal an inadequate tool for process control, since many of the signs of special causes, which are observed, are signs of the natural process, giving a wrong idea of their behavior.

This work develops a methodology supported by several statistical techniques such as hypothesis testing, analysis of variance, univariate statistical control and multivariate statistical process control with auto-correlated data. The modeling of processes with auto-correlated data is based on the methodology of Box and Jenkins, which consists on the adjustment of the observations to a more appropriate ARIMA model.

The methodology was implemented and validated at Mitsubishi Fuso Truck Europe (*MFTE*) Plant, providing to the organization a methodology for statistical control of their production processes. This will lead to the identification of special causes which are responsible for the increased variability in their processes and to the definition of corrective actions.



## Lista de Abreviaturas e Símbolos

$A, A_2, A_3$	Factores para construção das cartas de controlo de variáveis
$\tilde{A}_2$	Factor para construção das cartas de controlo de variáveis
$AIC$	Critério de Informação de “Akaike”
$AR(p)$	Modelo auto-regressivo de ordem $p$
$ARIMA(p, d, q)$	Modelo auto-regressivo de ordem $p$ , diferenciação de ordem $d$ e de médias móveis de ordem $q$
$ARL$	“Average Run Length”: número médio ao fim do qual se detecta uma situação de fora de controlo
$ARL_{EC}$	$ARL$ em controlo
$ARL_{FC}$	$ARL$ fora de controlo
$B$	Operador de desfaseamento
$B_3, B_4, B_5, B_6$	Factores para construção das cartas de controlo de variáveis
$c_4$	Factor para construção das cartas de controlo de variáveis
$c_k$	Valor estimado de $\gamma_k$
$C_p$	Índice de capacidade potencial do processo
$C_{pk}$	Índice de capacidade do processo
$(C_{pk})_I, (C_{pk})_S$	Índice $C_{pk}$ inferior ou superior
$C_{pm}$	Índice de capacidade potencial corrigido pelo desvio da média relativamente ao valor nominal
$C_{pM}$	Índice de capacidade potencial multivariado
$C_{pmk}$	Índice de capacidade corrigido pelo desvio da média relativamente ao valor nominal
$C_{R,\alpha}$	Constante da carta $M$ de Hayter e Tsui
$C_{\rho(0),\alpha}$	Constante da carta $Z$ -Chart
$CUSUM$	Soma acumulada
$\hat{D}$	Raiz quadrada da estatística multivariada que constitui o denominador do índice $MC_{pm}$
$D_1, D_2, D_3, D_4$	Factores para construção das cartas de controlo de variáveis
$d$	Parâmetro que indica a ordem de diferenciação de um modelo $ARIMA$ ; também estatística de Kolmogorov-Smirnov
$d_2, d_3$	Factores para construção das cartas de controlo de variáveis
$d_i$	Estatística para determinar se a variável $i$ é responsável pela situação de fora de controlo da carta $T^2$
$DAM$	Desvio absoluto médio
$D_{Crítico}$	Valor crítico do teste Kolmogorov-Smirnov
$E$	Matriz residual; também matriz de especificação técnica
$E_t$	Média móvel exponencialmente amortecida, no instante $t$ , para controlo da média do processo

$EWMA$	Média móvel exponencialmente amortecida
$EWMAST$	$EWMA$ para processos estacionários
$E(X)$	Valor esperado da característica da qualidade $X$
$e_f$	Resíduos dos novos dados recolhidos
$e_{ij}$	Valor do resíduos
$e_t$	Resíduo (erro) no instante $t$
$e_\tau(T)$	Erro de previsão para o período $T + \tau$
$F_0$	Valor da estatística amostral de Fisher
$F_{\alpha;p,mn-m-p+1}$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\alpha$ , da distribuição Fisher com parâmetros $p$ e $mn - m - p + 1$
$F_{\alpha;p,m-p}$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\alpha$ , da distribuição Fisher com parâmetros $p$ e $m - p$
$F_{\alpha/2;(n_1-1)(n_2-1)}$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\alpha/2$ , da distribuição Fisher com parâmetro $(n_1 - 1)(n_2 - 1)$
$F_{(1-\alpha/2);(n_1-1)(n_2-1)}$	Percentil à esquerda, para uma probabilidade $1 - \alpha/2$ , da distribuição Fisher com parâmetro $(n_1 - 1)(n_2 - 1)$
$FAC, FACP$	Função de auto-correlação teórica, Função de auto-correlação parcial teórica
$FACE, FACPE$	Função de auto-correlação estimada, Função de auto-correlação parcial estimada
$H_0$	Hipótese nula
$H_1$	Hipótese alternativa
$h_0$	Factor para construção das cartas de controlo baseadas em métodos de projecção
$ISO$	"International Organization for Standardization"
$K$	Factor para construção das cartas $EWMA$ para processos auto-correlacionados
$K^*$	Percentil à direita da distribuição $\chi^2$ para $\alpha = 0,27\%$ e $p$ graus de liberdade
$L$	Distância dos limites de controlo à linha central
$LC$	Linha central
$LI$	Índice de capacidade multivariado, que analisa a localização das regiões definidas pela especificação e pelo processo
$LIC, LSC$	Limite inferior e superior de controlo
$LIE, LSE$	Limite inferior e superior de especificação
$LIP, LSP$	Limite inferior e superior do processo
$LSD$	Menor diferença significativa
$M_k$	Estatística da carta $M$ de Hayter e Tsui para o instante $k$
$MA(q)$	Modelo de médias móveis de ordem $q$
$MCEWMA$	"Moving Centre-line EWMA"
$MC_p, MC_{pk}$	Índices multivariados da capacidade do processo de Wang e Chen

$(MC_{pk})_I, (MC_{pk})_S$	Índice $MC_{pk}$ inferior ou superior
$MC_{pM}$	Índice de capacidade multivariado
$MC_{pm}$	Índice multivariado da capacidade do processo de Wang e Chen; também índice de capacidade multivariado de Taam , Subbaiah e Liddy
$MC_{pmk}$	Índice multivariado da capacidade do processo de Wang e Chen
$MR$	Amplitude móvel
$MR_i$	Amplitude móvel da amostra $i$
$\overline{MR}$	Média de amplitudes móveis
$MS_B$	Desvio quadrático médio
$MS_W = MS_{Erro}$	Desvio quadrático médio
$m$	Número de amostras
$N$	Número de dados (observações individuais)
$N(\mu, \sigma^2)$	Distribuição Normal com média $\mu$ e variância $\sigma^2$
$N_p(\mu, \Sigma)$	Distribuição Normal multivariada com vector média $\mu$ e matriz das covariâncias $\Sigma$
$n$	Dimensão da amostra
$n_i$	Número de observações no nível $i$
$n_j$	Número de observações no nível $j$
$np$	Número de unidades não conforme
<b>P</b>	Matriz formada pelos vectores próprios da matriz <b>S</b>
<b>P<sub>A</sub></b>	Matriz referente aos $A$ vectores <b>p<sub>i</sub></b>
<i>PCA</i>	Análise de componentes principais
<i>PDCA</i>	Planear, Desenvolver, Controlar, Actuar
<i>PLS</i>	Quadrados mínimos parciais
<i>PV</i>	Índice de capacidade multivariado, que compara as localizações dos vectores $\mu$ e <b>T</b>
$p$	Porção de unidades não conforme; também número de características da qualidade para o controlo multivariado do processo
<b>pc<sub>A,f</sub></b>	Vector que contem os $A$ componentes principais $pc_{i,f}$
$pc_i$	Componente principal $i$
$pc_{i,f}$	Componente principal dos novos dados recolhidos
<b>p<sub>i</sub></b>	Vectores <i>Loadings</i> : vectores próprios da matriz $\Sigma$
$R$	Amplitude amostral
$\bar{R}$	Média de amplitudes de amostras
$R_i$	Valor da amplitude na amostra $i$
$r_k$	Valor estimado de $\rho_k$
<b>S</b>	Matriz das covariâncias amostrais
<b>S<sup>-1</sup></b>	Matriz inversa das covariâncias amostrais
$\bar{S}$	Média das variâncias de amostras

$S_i^2$	Variância da amostra $i$
$S_j^2$	Média das variâncias de amostra para a característica da qualidade $j$ ; também variância de $m$ observações para a característica $j$
$S_{jh}$	Média das covariâncias de amostra entre as característica $j$ e $h$ ; também covariância amostral entre as características $j$ e $h$
$S_{jhk}$	Covariância entre as características da qualidade $j$ e $h$ da amostra $k$
$S_{jk}^2$	Variância da amostra $k$ para a característica da qualidade $j$
$S_p^2$	Variância combinada
$SPC$	Controlo Estatístico do Processo
$SS(\phi, \theta)$	Soma dos quadrados dos resíduos
$SS_B$	Variação entre os níveis ou tratamentos
$SS_T$	Soma total dos desvios quadráticos
$SS_w = SS_{Erro}$	Variação dentro dos níveis ou tratamentos, ou variação residual ou simplesmente erro
$S_{XX}$	Submatriz principal $(p - 1) (p - 1)$ da matriz <b>S</b>
$s$	Desvio padrão amostral
$T$	<i>Target</i> : Valor nominal do processo
<b>T</b>	Vector dos valores nominais das $p$ características da qualidade
$t_0$	Valor da estatística amostral de <i>t-Student</i>
$T^2$	Estatística multivariada de <i>Hotteling</i>
$T_i^2$	Estatística multivariada de <i>Hotteling</i> para todas as variáveis do processo à excepção da variável $i$
$T_{j+1,1,2,...,j}^2$	Termo condicional da decomposição de $T^2$
$T_{p,1,...,p-1}^2$	Componente $p$ do vector $X_i$ ajustado pelas estimações da média e variância da distribuição condicional de $X_p$ dado $X_1, X_2, \dots, X_{p-1}$
$T_{p-1}^2$	Estatística $T^2$ referente às primeiras $p - 1$ variáveis
$TQM$	Gestão pela Qualidade Total
$Var(\phi_{kk})$	Variância de $\phi_{kk}$
$Var(r_k)$	Variância de $r_k$
$Var(X)$	Variância referente à característica da qualidade $X$
$\hat{v}$	Valor estimado de $Var(r_k)$
<b>W</b>	Matriz determinada a partir das matrizes <b>P</b> e <b>S</b>
$X$	Característica da qualidade
<b>X</b>	Vector constituído pelos valores das $p$ variáveis
$\bar{X}$	Média amostral
$\bar{\mathbf{X}}$	Vector média amostral
$\bar{\bar{\mathbf{X}}}$	Vector média amostral
$\tilde{\bar{X}}$	Média das medianas
$\mathbf{X}_f$	Vector formado pelos novos dados recolhidos
$x$	

$\hat{\mathbf{X}}_f$	Vector constituído pelas novas observações estimadas em função do modelo <i>PCA</i> constituído a partir dos <i>A</i> componentes principais retidos
$\bar{X}_h$	Média das <i>m</i> observações para a característica da qualidade <i>h</i>
$\bar{X}_{hk}$	Média da característica da qualidade <i>h</i> na amostra <i>k</i>
$\tilde{X}_i$	Mediana da amostra <i>i</i>
$X_i$	Observação da característica da qualidade <i>X</i> no instante <i>i</i>
$\mathbf{X}_i^{(p-1)}$	Vector constituído por <i>p</i> – 1 variáveis, proveniente do vector das <i>n</i> observações multivariadas
$\bar{\mathbf{X}}_i^{(p-1)}$	Vector constituído por <i>p</i> – 1 variáveis, proveniente do vector das médias referente à amostra das <i>m</i> observações multivariadas
$X_{i-1}$	Observação da característica da qualidade <i>X</i> no instante <i>i</i> – 1
$X_{ij}$	Valor da observação <i>j</i> da amostra <i>i</i>
$X_{ijk}$	Observação <i>i</i> da amostra <i>k</i> para a característica da qualidade <i>j</i>
$X_{ihk}$	Observação <i>i</i> da amostra <i>k</i> para a característica da qualidade <i>h</i>
$X_{ip}$	Valor da variável <i>p</i> no instante <i>i</i>
$\bar{X}_j$	Média das <i>m</i> observações para a característica da qualidade <i>j</i>
$\bar{\bar{X}}_j$	Média das médias das amostras para a característica da qualidade <i>j</i>
$X_{jk}$	Observação <i>k</i> relativa à característica da qualidade <i>j</i>
$\bar{X}_{jk}$	Média da característica da qualidade <i>j</i> na amostra <i>k</i>
$\bar{\bar{X}}_{jk}$	Média da amostra <i>k</i> para a característica da qualidade <i>j</i>
$X_{j,f}$	Observação dos novos dados recolhidos da variável <i>j</i>
$\hat{X}_{j,f}$	Observação estimada dos novos dados recolhidos da variável <i>j</i>
$\mathbf{X}_k$	Vector média, no instante <i>k</i> , constituído pelas <i>p</i> médias de amostras
$\bar{\mathbf{X}}_k$	Vector formado pelas médias das <i>p</i> características referentes à amostra <i>k</i>
$\bar{X}_p$	Média da amostra nas <i>n</i> observações da variável <i>p</i>
$\bar{\bar{X}}_p$	Média da amostra da característica <i>p</i>
$X_{pk}$	Observação da <i>p</i> característica referente à amostra <i>k</i>
$\bar{X}_{pk}$	Média da característica da qualidade <i>p</i> referente à amostra <i>k</i>
$X_{T+\tau}$	Valor de <i>X</i> para o período <i>T</i> + <i>τ</i>
$\hat{X}_{T+\tau}(T)$	Previsão efectuada no período <i>T</i> para o período <i>T</i> + <i>τ</i>
$X_t$	Valor da característica da qualidade <i>X</i> no instante <i>t</i>
$\hat{X}_t$	Valor previsto para <i>X<sub>t</sub></i>
$\mathbf{Y}$	Vector determinado a partir da matriz <b>W</b> e do vector ( <b>X</b> – $\bar{\mathbf{X}}$ )
$Y_{ij}$	Observações independentes e Normalmente distribuídas
$Y_{i.}$	Valor correspondente ao total das observações para cada nível <i>i</i>
$\bar{Y}_{i.}$	Média das observações para cada nível <i>i</i>
$Y_{..}$	Valor do total de todas as observações

$\bar{Y}_{..}$	Média global de todas as observações
$Z$	Variável Normal reduzida
$Z_k$	Estatística da <i>Z-Chart</i>
$\alpha$	Nível de significância, risco do produtor
$\alpha_j$	Nível de significância para a característica $j$
$\beta$	Risco do consumidor
$\beta_{\alpha; \frac{p}{2}, \frac{m-p-1}{2}}$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\alpha$ , da distribuição Beta com parâmetros $p/2$ e $(m - p - 1)/2$
$\chi^2$	Estatística do Qui-quadrado
$\chi_B^2$	Estatística do teste de <i>Bartlett</i>
$\chi_{\alpha; m-1}^2$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\alpha$ , da distribuição Qui-quadrado com parâmetro $m - 1$
$\chi_{\frac{\alpha}{2}; n-1}^2$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\frac{\alpha}{2}$ , da distribuição Qui-quadrado com parâmetro $n - 1$
$\chi_{(1-\frac{\alpha}{2}); n-1}^2$	Percentil à direita, para uma probabilidade $(1 - \frac{\alpha}{2})$ , da distribuição Qui-quadrado com parâmetro $n - 1$
$\chi_{\alpha; p}^2$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\alpha$ , da distribuição Qui-quadrado com parâmetro $p$
$\chi_{\alpha; \nu}^2$	Percentil à direita, para uma probabilidade $\alpha$ , da distribuição Qui-quadrado com $\nu$ graus de liberdade
$\Delta_0$	Diferença de duas médias
$\varepsilon$	Ruído branco (variável Normalmente distribuída segundo $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ )
$\varepsilon_{ij}$	Componente aleatória do erro associada à $j$ -ésima observação no $i$ -ésimo grupo ou nível de tratamento
$\Phi(\bullet)$	Função de distribuição Normal
$\Phi^{-1}(\bullet)$	Inverso da função de distribuição Normal
$\phi_j$	Parâmetro da componente auto-regressiva
$\phi_{kk}$	Coeficiente de auto-correlação parcial de ordem $k$
$\Phi_1$	Polinómio auto-regressivo de 1ª ordem
$\Phi_p(B)$	Polinómio auto-regressivo de ordem $p$
$\Gamma(\bullet)$	Função Gama
$\Gamma(t, t + h)$	Matriz cruzada entre os vectores $X_t$ e $X_{t+h}$
$\Gamma(h)$	Matriz cruzada $\Gamma(t, t + h)$ , quando $\mu$ é constante ao longo do tempo
$\gamma_0$	Auto-covariância de desfasamento $k = 0$
$\gamma_k$	Auto-covariância de desfasamento $k$
$\sqrt{\gamma_{jj(0)}}$	Desvio padrão tendo em consideração o modelo da série temporal do processo
$\gamma_{lk}(h)$	$(l, k)$ elemento da matriz $\Gamma(t, t + h)$
$\lambda$	Parâmetro da transformação de Box e Cox; também constante

	amortecida
$\lambda_i$	Valores próprios dos $i$ componentes
$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$	Valores próprios de $S$
$\mu$	Média do processo
$\boldsymbol{\mu}$	Vector média do processo
$\hat{\mu}$	Média do processo estimada
$\mu_i$	Média do nível $i$ ; também valor esperado das observações correspondentes ao nível $i$
$\mu_j$	Média do nível $j$ ; também média do processo referente à característica $j$
$\mu_\omega$	Média de uma carta de controlo
$\nu$	Graus de liberdade
$\nu_i$	Graus de liberdade da amostra $i$
$\theta_j$	Parâmetro da componente média móvel
$\theta_1, \theta_2$	Factores para construção das cartas de controlo baseadas em métodos de projecção
$\Theta_q(B)$	Polinómio de médias móveis de ordem $q$
$\Sigma$	Matriz das covariâncias amostrais
$\rho$	Coeficiente de correlação médio
$\rho(h)$	Matriz correlação cruzada para um modelo $AR(1)$
$\rho_k$	Coeficiente de correlação de desfasamento $k$ ("lag $k$ ")
$\sigma$	Desvio padrão do processo
$\sigma^2$	Variância do processo
$\hat{\sigma}$	Valor estimado do desvio padrão do processo
$\sigma_\varepsilon^2$	Variância relativa ao ruído branco $\varepsilon$
$\sigma_j$	Desvio padrão do processo referente à característica da qualidade $j$
$\sigma_p$	Desvio padrão dos resíduos
$\sigma_R$	Desvio padrão da distribuição de amplitudes de amostras
$\sigma_S$	Desvio padrão da distribuição de desvios padrão de amostras
$\sigma_{\bar{X}}$	Desvio padrão da distribuição de médias de amostras
$\sigma_\omega$	Desvio padrão de uma carta de controlo
$\tau_i$	Efeito do nível $i$
$\omega$	Estatística de uma carta de controlo
$\xi$	Termo independente o modelo $AR(p)$ que permite determinar a média do processo
$\Psi_j$	Coeficiente do polinómio $\Psi(B)$
$\Psi(B)$	Polinómio determinado a partir de $X_t = \Psi(B) \cdot \varepsilon_t$
$\nabla$	Operador das diferenças

## Índice de Matérias

<i>Capítulo 1: Introdução</i> .....	1
1.1    Enquadramento e Motivações.....	1
1.2    Objectivos.....	2
1.3    Estrutura e Organização da Dissertação .....	2
<i>Capítulo 2: Estatística Aplicada ao Controlo da Qualidade</i> .....	5
2.1    Introdução.....	5
2.1.1    Desenvolvimento do Conceito de Qualidade .....	5
2.2    Estatística Aplicada à Gestão da Qualidade.....	8
2.2.1    Teste de Hipóteses.....	8
2.2.2    Análise de Variância.....	11
2.2.2.1    Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância .....	15
2.2.2.2    Teste da Menor Diferença Significativa.....	16
2.2.3    Teste de Bartlett .....	17
2.3    Controlo Estatístico Univariado do Processo.....	18
2.3.1    Ferramentas de Gestão da Qualidade.....	19
2.3.2    Variabilidade do Processo.....	20
2.4    Carta de Controlo de Shewhart.....	20
2.4.1    Princípios Subjacentes às Cartas de Controlo.....	21
2.4.2    Recolha de Dados .....	24
2.4.3    Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo .....	25
2.4.4    Tipos de Cartas de Controlo .....	27
2.4.5    Cartas de Controlo de Variáveis .....	28
2.4.5.1    Fase I do SPC .....	29
2.4.5.2    Parâmetros do Processo.....	32
2.4.5.3    Fase II do SPC .....	32
2.4.5.4    Considerações nas Aplicações de Cartas de Controlo de Variáveis .....	32
2.5    Condições de Aplicação.....	33
2.5.1    Aleatoriedade dos Dados .....	34
2.5.2    Independência dos Dados.....	34
2.5.3    Normalidade dos Dados.....	35
2.6    Capacidade Univariada do Processo.....	35
2.7    Controlo Estatístico Multivariado do Processo.....	38
2.7.1    Cartas Baseadas em Médias de Amostras.....	40
2.7.2    Cartas Baseadas em Observações Individuais .....	42
2.7.3    Interpretação das cartas $T^2$ de <i>Hotteling</i> .....	44
2.7.3.1    Método Aplicado à Estatística d .....	44
2.7.3.2    Outros Métodos de Interpretação das Cartas $T^2$ .....	44
2.7.4    Condições de Aplicação da Carta $T^2$ de <i>Hotteling</i> .....	48
2.7.5    Outros Métodos de Controlo Estatístico Multivariado .....	48



2.7.5.1	Estatística M de <i>Hayter e Tsui</i> .....	48
2.7.5.2	Cartas de Controlo Multivariadas Baseadas em Métodos de Projecção .....	49
2.7.6	Capacidade Multivariada do Processo .....	52
2.7.6.1	Vector de Capacidade Multivariado .....	53
2.7.6.2	Outros Índices de Capacidade .....	55
2.8	Controlo Estatístico do Processo com Dados Auto-Correlacionados .....	58
2.8.1	Verificação da Auto-Correlação dos Dados .....	59
2.8.1.1	Função de Auto-Correlação .....	59
2.8.1.2	Função de Auto-Correlação Parcial .....	61
2.8.2	Modelos <i>ARIMA</i> .....	62
2.8.2.1	Processo Auto-Regressivo <i>AR(p)</i> .....	64
2.8.2.2	Processo de Médias Móveis <i>MA(q)</i> .....	65
2.8.2.3	Processo Misto Auto-Regressivo de Médias Móveis <i>ARMA(p,q)</i> .....	65
2.8.2.4	Caracterização teórica dos correlogramas dos modelos <i>ARMA(p,q)</i> .....	66
2.8.2.5	Etapas da Construção de um Modelo <i>ARIMA</i> .....	66
2.8.2.6	Previsão com base nos Modelos <i>ARIMA</i> .....	67
2.8.3	Cartas de Controlo para Dados Auto-Correlacionados.....	68
2.8.3.1	Cartas de Shewhart para Controlo de Resíduos .....	70
2.8.3.2	Cartas de Shewhart para Controlo de Erros de Previsão .....	72
2.8.3.3	Outros Métodos Univariados para Dados Auto-Correlacionados .....	72
2.8.3.4	Outros Métodos Multivariados para Dados Auto-correlacionados.....	76
2.8.3.5	Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo .....	78
2.9	Conclusões.....	81
<i>Capítulo 3: Metodologia</i> .....		83
<i>Capítulo 4: Caracterização da Empresa</i> .....		101
4.1	Apresentação da Empresa MFTE (Mitsubishi Fuso Truck Europe).....	101
4.2	Estrutura Organizacional da MFTE .....	101
4.3	Produtos da MFTE .....	102
4.4	Processo de Produção da MFTE .....	103
4.5	Qualidade na MFTE .....	105
4.5.1	Departamento de Gestão da Qualidade.....	106
4.5.2	Sistemas da Qualidade .....	106
4.5.3	Controlo Estatístico da Qualidade .....	106
4.6	Outras Certificações .....	106
<i>Capítulo 5: Parte Experimental</i> .....		107
5.1	Introdução.....	107
5.2	Caracterização da Área de Aplicação do Caso de Estudo .....	107
5.2.1	Descrição da Linha de ED.....	107
5.2.2	Descrição da Linha de Pintura .....	109
5.3	Produtos em Estudo .....	111

5.4	Características do Processo de Pintura .....	111
5.5	Recolha de Dados .....	113
5.5.1	Identificação dos Sistemas de Medição .....	113
5.5.2	Plano de Recolha dos Dados em Análise .....	115
5.6	Análise de Dados da Linha de ED .....	118
5.6.1	Espessura de ED.....	118
5.6.1.1	Metodologia de Aplicação .....	118
5.6.1.2	Definição da Característica .....	118
5.6.1.3	Verificação da Auto-correlação dos Dados .....	121
5.6.1.4	Fase I: Cartas Tradicionais Univariadas e Análise de Capacidade .....	124
5.6.1.5	Fase II: Cartas Tradicionais Univariadas .....	127
5.6.2	Temperatura da Cataforese .....	129
5.6.2.1	Metodologia de Aplicação .....	129
5.6.2.2	Verificação da Auto-Correlação dos Dados .....	130
5.6.2.3	Fase I: Cartas <i>e-MR</i> Univariadas e Análise de Capacidade.....	132
5.6.2.4	Fase II: Cartas <i>e-MR</i> Univariadas .....	134
5.7	Análise de Dados da Linha de Pintura .....	135
5.7.1	Espessura Total.....	135
5.7.1.1	Metodologia de Aplicação .....	135
5.7.1.2	Definição da Característica .....	136
5.7.1.3	Verificação da Auto-Correlação dos Dados .....	136
5.7.1.4	Fase I: Cartas <i>e-MR</i> Univariadas .....	138
5.7.1.5	Fase II: Cartas <i>e-MR</i> Univariadas .....	141
5.7.2	Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara .....	142
5.7.2.1	Metodologia de Aplicação .....	142
5.7.2.2	Verificação da Auto-Correlação dos Dados .....	143
5.7.2.3	Fase I: Cartas <i>e-MR</i> Univariadas .....	145
5.7.2.4	Fase II: Cartas <i>e-MR</i> Univariadas .....	148
5.7.2.5	Fase I: Carta $T^2$ e Análise Multivariada da Capacidade do Processo .....	150
5.7.2.6	Fase II: Carta multivariada $T^2$ .....	153
5.8	Conclusões.....	154
	<i>Capítulo 6: Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....</i>	<i>161</i>
6.1	Conclusões da Investigação .....	161
6.2	Acções a Desenvolver na MFTE .....	162
6.3	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	165
	<i>Bibliografia.....</i>	<i>167</i>
	<i>Anexo I: Factores de construção para Cartas de Controlo.....</i>	<i>177</i>
	<i>Anexo II: Mitsubishi.....</i>	<i>181</i>
II.1	Organograma.....	183
II.2	Sistema de Codificação dos Produtos da MFTE .....	184

<i>Anexo III: Folhas de Registo</i> .....	185
<i>Anexo IV: Análise Preliminar das Características da Linha de ED</i> .....	189
IV.1 Definição da Característica Espessura de ED .....	191
IV.1.1 Frente da Cabine.....	191
IV.1.2 Lado Direito do Tanque .....	195
IV.1.3 Lado Esquerdo do Tanque .....	199
IV.1.4 Lado Direito do Tanque vs Lado Esquerdo do Tanque .....	203
IV.1.4.1 Cabine C1.....	203
IV.1.4.1 Cabine C2.....	205
IV.1.4.1 Cabine C3.....	207
IV.1.5 Laterais vs Frentes das Cabines.....	209
IV.1.5.1 Cabine C1.....	209
IV.1.5.1 Cabine C2.....	211
IV.1.5.1 Cabine C3.....	213
IV.2 Verificação da Auto-correlação dos Dados Linha de ED .....	215
IV.2.1 Espessura Frente C1.....	215
IV.2.2 Espessura Frente C3.....	216
IV.2.3 Espessura Lateral C1 .....	218
IV.2.4 Espessura Lateral C3.....	219
IV.2.5 Espessura Frente C2.....	221
IV.2.6 Espessura Lateral C2 .....	223
IV.2.7 Temperatura da Cataforese .....	225
<i>Anexo V: Fase I na Linha de ED</i> .....	231
V.1 Espessura Frente Cabine C1 e C3 .....	233
V.2 Espessura Lateral C1 e C3 .....	235
V.3 Espessura Frente C2.....	237
V.4 Espessura Lateral C2 .....	238
V.5 Temperatura da Cataforese .....	240
<i>Anexo VI: Fase II na Linha de ED</i> .....	245
VI.1 Espessura Frente C1 e C3.....	247
VI.2 Espessura Lateral C1 e C3 .....	251
VI.3 Temperatura da Cataforese .....	255
<i>Anexo VII: Análise Preliminar das Características da Linha de Pintura</i> .....	259
VII.1 Definição da Característica Espessura Total .....	261
VII.2 Verificação da Auto-correlação dos dados Linha de pintura .....	264
VII.2.1 Espessura Total.....	264
VII.2.2 Temperatura de aplicação.....	266
VII.2.3 Temperatura da Câmara .....	268
VII.2.4 Humidade da Câmara .....	270

<i>Anexo VIII: Fase I na Linha de Pintura.....</i>	<i>277</i>
VIII.1 Espessura Total.....	279
VIII.2 Temperatura de Aplicação .....	284
VIII.3 Temperatura da Câmara .....	286
VIII.4 Humidade da Câmara .....	288
<i>Anexo IX: Fase II na Linha de Pintura.....</i>	<i>297</i>
IX.1 Espessura Total.....	299
IX.2 Temperatura de Aplicação .....	302
IX.3 Temperatura da Câmara .....	305
IX.4 Humidade da Câmara .....	308
<i>Anexo X: Controlo Estatístico Multivariado .....</i>	<i>311</i>
X.1 Fase I do Controlo Estatístico Multivariado.....	313
X.1.1 Carta $T^2$ Inicial .....	313
X.1.2 Método aplicado a estatística d Fase I.....	314
X.1.3 Carta $T^2$ Revista .....	315
X.2 Estudo multivariado da capacidade do processo.....	316
X.3 Fase II do Controlo Estatístico Multivariado.....	318
X.3.1 Método aplicado à estatística d Fase II.....	319

## Índice de Figuras

Figura 2.1: Esquema de uma carta de controlo .....	21
Figura 2.2: Regras de detecção de causas especiais .....	27
Figura 2.3: Componentes Principais para $p=2$ .....	50
Figura 2.4: Região modificada do processo para $p=2$ .....	53
Figura 2.5: Função de Auto-Correlação Estimada ( <i>FACE</i> ).....	60
Figura 2.6: Função de Auto-Correlação Parcial Estimada ( <i>FACPE</i> ) .....	62
Figura 2.7: Metodologia de elaboração de um modelo <i>ARIMA</i> .....	67
Figura 4.1: Instalações fabris MFTE .....	101
Figura 4.2: Áreas organizativas MFTE.....	102
Figura 4.3: Cabine simples.....	102
Figura 4.4: Cabine dupla .....	102
Figura 4.5: Cabine estreita .....	103
Figura 4.6: Cabine larga.....	103
Figura 4.7: Representação da linha de produção da MFTE .....	103
Figura 4.8: Linha da soldadura.....	104
Figura 4.9: Linha de pintura por electrodeposição.....	104
Figura 4.10: Linha da pintura .....	104
Figura 4.11: Linha do revestimento.....	104
Figura 4.12: Linha da rebitagem .....	105
Figura 4.13: Linha dos eixos .....	105
Figura 4.14: Linha final.....	105
Figura 4.15: Linha de inspecção .....	105
Figura 5.1: Esquema representativo das características da qualidade de controlo .....	112
Figura 5.2: Esquema representativo das características da qualidade de controlo e respectivos Equipamentos de Medição.....	114
Figura 5.3: Termómetro.....	114
Figura 5.4: Medidor de Espessuras .....	115
Figura 5.5: Sistema de Monitorização.....	115
Figura 5.6: Skid da Linha de ED .....	116
Figura 5.7: Definição das Classes de Zonas do Manual “Standart” criado pela organização Mitsubishi para veículos Mistubishi Fuso Canter .....	117
Figura 5.8: Zonas das Cabines segundo manual “Standart” criado pela organização Mitsubishi para veículos Mistubishi Fuso Canter .....	117
Figura 5.9: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Lateral C3.....	122
Figura 5.10: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Lateral C3 .....	122
Figura 5.11: <i>FACE</i> dos resíduos referentes à característica Espessura Lateral C3 .....	123
Figura 5.12: <i>FACPE</i> dos resíduos referentes à característica Espessura Lateral C3.....	123
Figura 5.13: Carta de Controlo <i>e-R</i> dos resíduos da característica Espessura Lateral C1 e C3 .....	125
Figura 5.14: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Lateral C1 e C3 .....	125
Figura 5.15: Carta de controlo da média para a característica Espessura Lateral C1 e C3 .....	128
Figura 5.16: Carta de controlo da amplitude para a característica Espessura Lateral C1 e C3 .....	129
Figura 5.17: <i>FACE</i> referente à característica Temperatura da Cataforese .....	130
Figura 5.18: <i>FACPE</i> referente à característica Temperatura da Cataforese.....	130
Figura 5.19: <i>FACE</i> dos resíduos referente à Temperatura da Cataforese .....	131
Figura 5.20: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Temperatura da Cataforese.....	131
Figura 5.21: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos Resíduos da característica Temperatura da Cataforese.....	132
Figura 5.22: Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura da Cataforese.....	133
Figura 5.23: Carta dos Erros de Previsão para a característica Temperatura da Cataforese.....	134

Figura 5.24: Carta de controlo das Amplitudes Móveis para a característica Temperatura da Cataforese .....	135
Figura 5.25: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Total .....	137
Figura 5.26: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Total .....	137
Figura 5.27: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Total .....	138
Figura 5.28: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Total .....	138
Figura 5.29: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Espessura Total .....	139
Figura 5.30: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos Revistos da característica Espessura Total .....	139
Figura 5.31: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Total revista (resíduos) .....	140
Figura 5.32: Carta cartas dos Erros de Previsão para a característica Espessura Total .....	141
Figura 5.33: Carta de controlo Amplitudes Móveis para a característica Espessura Total .....	142
Figura 5.34: <i>FACE</i> referente à característica Humidade da Câmara .....	143
Figura 5.35: <i>FACPE</i> referente à característica Humidade da Câmara .....	144
Figura 5.36: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara .....	144
Figura 5.37: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara .....	145
Figura 5.38: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Humidade da Câmara .....	146
Figura 5.39: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos revistos da característica Humidade da Câmara .....	146
Figura 5.40: Verificação da Normalidade dos dados da característica Humidade da Câmara revista (resíduos) .....	148
Figura 5.41: Carta dos Erros de Previsão para a característica Humidade da Câmara .....	150
Figura 5.42: Carta de controlo das Amplitudes Móveis para a característica Humidade da Câmara .....	150
Figura 5.43: Carta Multivariada – Fase I .....	152
Figura 5.44: Carta Multivariada – Fase 1 Revista .....	153
Figura 5.45: Carta Multivariada Fase II .....	155
Figura 5.46: Definição das características em estudo da característica Espessura de ED .....	157
Figura 5.47: Ishikawa Cabine C2: Baixa Espessura .....	158
Figura II.1: Organigrama da MFTE .....	182
Figura II.2: Sistema de Codificação dos produtos da MFTE .....	183
Figura IV.1: Verificação da Normalidade dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	193
Figura IV.2: Verificação da independência dos resíduos da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	194
Figura IV.3: Verificação da homogeneidade da variância dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	194
Figura IV.4: Verificação da Normalidade dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED .....	197
Figura IV.5: Verificação da independência dos resíduos do lado direito do tanque da característica Espessura de ED .....	197
Figura IV.6: Verificação da homogeneidade da variância dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED .....	198
Figura IV.7: Verificação da Normalidade dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED .....	201
Figura IV.8: Verificação da independência dos resíduos do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED .....	201
Figura IV.9: Verificação da homogeneidade da variância dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED .....	202
Figura IV.10: Verificação da Normalidade dos dados lado direito da cabine C1 .....	203
Figura IV.11: Verificação da Normalidade dos dados lado esquerdo da cabine C1 .....	204
Figura IV.12: Verificação da Normalidade dos dados lado direito da cabine C2 .....	205
Figura IV.13: Verificação da Normalidade dos dados lado esquerdo da cabine C2 .....	206

Figura IV.14: Verificação da Normalidade dos dados lado direito da cabine C3.....	207
Figura IV.15: Verificação da Normalidade dos dados lado esquerdo da cabine C3 .....	208
Figura IV.16: Verificação da Normalidade dos dados da frente da cabine C1 .....	209
Figura IV.17: Verificação da Normalidade dos dados da lateral cabine C1 .....	210
Figura IV.18: Verificação da Normalidade dos dados frente da cabine C2 .....	211
Figura IV.19: Verificação da Normalidade dos dados da lateral cabine C2 .....	212
Figura IV.20: Verificação da Normalidade dos dados da frente da cabine C3 .....	213
Figura IV.21: Verificação da Normalidade dos dados lateral da cabine C3 .....	214
Figura IV.22: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Frente C1 .....	215
Figura IV.23: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Frente C1.....	215
Figura IV.24: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Frente C3.....	216
Figura IV.25: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Frente C3.....	216
Figura IV.26: <i>FACE</i> dos resíduos referentes à característica Espessura Frente C3 .....	217
Figura IV.27: <i>FACPE</i> dos resíduos referentes à característica Espessura Frente C3.....	217
Figura IV.28: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Lateral C1 .....	218
Figura IV.29: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Lateral C1 .....	218
Figura IV.30: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Lateral C3 .....	219
Figura IV.31: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Lateral C3.....	219
Figura IV.32: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Lateral C3.....	220
Figura IV.33: <i>FACPE</i> dos resíduos referentes à característica Espessura Lateral C3 .....	220
Figura IV.34: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Frente C2.....	221
Figura IV.35: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Frente C2.....	221
Figura IV.36: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Frente C2 .....	222
Figura IV.37: <i>FACPE</i> dos resíduos referentes à característica Espessura Frente C2.....	222
Figura IV.38: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Lateral C2 .....	223
Figura IV.39: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Lateral C2 .....	223
Figura IV.40: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Lateral C2.....	224
Figura IV.41: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Lateral C2 .....	224
Figura IV.42: <i>FACE</i> referente à característica Temperatura da Cataforese.....	225
Figura IV.43: <i>FACPE</i> referente à característica Temperatura da Cataforese .....	225
Figura IV.44: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Temperatura da Cataforese .....	226
Figura IV.45: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Temperatura da Cataforese .....	226
Figura V.1: Carta de Controlo <i>e-R</i> dos resíduos da característica Espessura Lateral C1 e C3.....	233
Figura V.2: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Frente C1 e C3 ....	233
Figura V.3: Carta de Controlo <i>e-R</i> dos resíduos da característica Espessura Lateral C1 e C3.....	235
Figura V.4: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Lateral C1 e C3....	235
Figura V.5: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Espessura Frente C2 .....	237
Figura V.6: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Frente C2 .....	237
Figura V.7: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Espessura Lateral C2 .....	238
Figura V.8: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Lateral C2 .....	239
Figura V.9: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Temperatura da Cataforese.....	240
Figura V.10: Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura da Cataforese.....	240
Figura VI.1: Carta de controlo da média para a característica Espessura Frente C1 e C3 .....	250
Figura VI.2: Carta de controlo da amplitude para a Espessura Frente C1 e C3 .....	250
Figura VI.3: Carta de controlo da média para a característica Espessura Lateral C1 e C3.....	254
Figura VI.4: Carta de controlo da amplitude para a característica Espessura Lateral C1 e C3 .....	254
Figura VI.5: Carta de controlo da média para a característica Temperatura da Cataforese.....	257
Figura VI.6: Carta de controlo da amplitude para a característica Temperatura da Cataforese .....	257
Figura VII.1: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Total .....	262
Figura VII.2: Verificação da independência dos resíduos dos dados da característica Espessura Total.....	262

Figura VII.3: Verificação da homogeneidade da variância dos dados da característica Espessura Total.....	263
Figura VII.4: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Total.....	263
Figura VII.5: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Total.....	264
Figura VII.6: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Total.....	264
Figura VII.7: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Total.....	265
Figura VII.8: <i>FACE</i> referente à característica Temperatura de Aplicação.....	265
Figura VII.9: <i>FACPE</i> referente à característica Temperatura de Aplicação.....	266
Figura VII.10: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Temperatura de Aplicação.....	266
Figura VII.11: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Temperatura de Aplicação.....	267
Figura VII.12: <i>FACE</i> referente à característica Temperatura da Câmara.....	267
Figura VII.13: <i>FACPE</i> referente à característica Temperatura da Câmara.....	268
Figura VII.14: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Temperatura da Câmara.....	268
Figura VII.15: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Temperatura da Câmara.....	269
Figura VII.16: <i>FACE</i> referente à característica Humidade da Câmara.....	269
Figura VII.17: <i>FACPE</i> referente à característica Humidade da Câmara.....	270
Figura VII.18: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara.....	270
Figura VII.19: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara.....	271
Figura VIII.1: Carta de controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Espessura Total.....	279
Figura VIII.2: <i>FACE</i> referente à característica Espessura Total revista.....	280
Figura VIII.3: <i>FACPE</i> referente à característica Espessura Total revista.....	280
Figura VIII.4: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos revistos da característica Espessura Total.....	281
Figura VIII.5: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Total revista.....	282
Figura VIII.6: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Espessura Total revista.....	282
Figura VIII.7: Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Total revista (resíduos).....	283
Figura VIII.8: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Temperatura de Aplicação....	284
Figura VIII.9: Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura de Aplicação.....	284
Figura VIII.10: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos Temperatura da Câmara.....	286
Figura VIII.11: Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura da Câmara.....	286
Figura VIII.12: Carta de controlo <i>e-MR</i> dos resíduos da característica Humidade da Câmara.....	288
Figura VIII.13: <i>FACE</i> referente à característica Humidade da Câmara revista.....	289
Figura VIII.14: <i>FACPE</i> referente à característica Humidade da Câmara revista.....	289
Figura VIII.15: Carta de Controlo <i>e-MR</i> dos resíduos revistos da característica Humidade da Câmara.....	290
Figura VIII.16: <i>FACE</i> dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara revista.....	291
Figura VIII.17: <i>FACPE</i> dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara revista.....	291
Figura VIII.18: Verificação da Normalidade dos dados da característica Humidade da Câmara revista (resíduos).....	292
Figura IX.1: Carta de controlo da média para a característica Espessura Total.....	301
Figura IX.2: Carta de controlo da amplitude para a característica Espessura Total.....	301
Figura IX.3: Carta de controlo da média para a característica Temperatura de Aplicação.....	304
Figura IX.4: Carta de controlo da amplitude para a característica Temperatura de Aplicação.....	304
Figura IX.5: Carta de controlo da média para a característica Temperatura da Câmara.....	307
Figura IX.6: Carta de controlo da amplitude para a característica Temperatura da Câmara.....	307
Figura IX.7: Carta de controlo da média para a característica Humidade da Câmara.....	310
Figura IX.8: Carta de controlo da amplitude para a característica Humidade da Câmara.....	310
Figura X.1: Carta Multivariada – Fase 1.....	314
Figura X.2: Carta Multivariada – Fase I Revista.....	316
Figura X.3: Carta Multivariada – Fase II.....	319



## Índice de Quadros

Quadro 2.1: Desenho com um factor a vários níveis .....	12
Quadro 2.2: Tabela ANOVA para um factor a vários níveis, modelo dos efeitos fixos .....	15
Quadro 2.3: Tipos de cartas de controlo de variáveis.....	28
Quadro 2.4: Tipos de cartas de controlo de atributos .....	28
Quadro 2.5: Valores para a constante $A_2$ .....	31
Quadro 2.6: Estimadores dos parâmetros do processo .....	32
Quadro 2.7: Limites de controlo das Carta de Variáveis para a Fase II .....	32
Quadro 2.8: Eficiência relativa na estimação do parâmetro $\sigma$ através dos estimadores $\bar{S}/c_4$ e $R/d_2$ .....	33
Quadro 2.9: Valores mínimos recomendados para os índices de capacidade .....	38
Quadro 2.10: Decomposição de $T^2$ em componentes ortogonais para $p=3$ .....	46
Quadro 2.11:: Caracterização das sucessões cronológicas.....	66
Quadro 2.12: Limites de controlo para a Fase I das cartas de controlo baseadas em resíduos .....	71
Quadro 2.13: Limites de controlo para a Fase II das cartas de controlo baseadas em erros de previsão .....	72
Quadro 2.14: Valores de ARL para um carta Shewhart, na presença de vários modelos $AR(1)$ .....	79
Quadro 2.15: Valores de ARL para uma carta Shewhart, na presença de vários modelos $AR(1)$ .....	80
Quadro 5.1: Análise relativa às posições das Cabines.....	119
Quadro 5.2: Análise relativa às Laterais dos Tanques .....	120
Quadro 5.3: Análise relativa às frentes e laterais das cabines C1, C2 e C3 .....	120
Quadro 5.4: Características da Espessura de ED .....	121
Quadro 5.5: Parâmetros do modelo $AR(1)$ referente à característica Espessura Lateral C3 .....	122
Quadro 5.6: Resumo da verificação da existência de auto-correlação das características Espessura de ED .....	124
Quadro 5.7: Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C1 .....	126
Quadro 5.8: Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C3 .....	126
Quadro 5.9: Parâmetros referentes à Espessura Lateral C1 e C3 .....	126
Quadro 5.10: Estudo da capacidade do processo para a Espessura Lateral C1 e C3 .....	126
Quadro 5.11: Resumo da Fase I das cartas tradicionais univariadas aplicadas aos resíduos e análise de capacidade.....	127
Quadro 5.12: Estatísticas e Limites de Controlo das cartas e-R baseadas nos erros de previsão....	127
Quadro 5.13: Resumo da Fase II das cartas tradicionais univariadas aplicadas aos erros de previsão das características Espessura Frente C1 e C3 e Espessura Lateral C1 e C3 .....	129
Quadro 5.14: Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à característica Temperatura da Cataforese.....	131
Quadro 5.15: Parâmetros referentes à característica Temperatura da Cataforese .....	133
Quadro 5.16: Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura da Cataforese.....	133
Quadro 5.17: Método empírico para a característica Temperatura da Cataforese .....	134
Quadro 5.18: Estatísticas e Limites de Controlo das cartas e-MR baseadas nos erros de previsão .....	134
Quadro 5.19: Análise relativa aos lados das cabines para a característica Temperatura da Cataforese.....	136
Quadro 5.20: Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à característica Espessura Total .....	137
Quadro 5.21: Parâmetros do modelo $AR(1)$ referentes à característica Espessura Total Revista ....	140
Quadro 5.22: Parâmetros referentes à característica Espessura Total.....	140
Quadro 5.23: Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Total.....	141
Quadro 5.24: Estatísticas e Limites de Controlo das cartas e-MR baseadas nos erros de previsão .....	141
Quadro 5.25: Parâmetros do modelo $MA(1)$ referentes à característica Humidade da Câmara.....	144

Quadro 5.26: Resumo da verificação da existência de auto-correlação das características Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara .....	145
Quadro 5.27: Parâmetros referentes à característica Humidade da Câmara revista.....	148
Quadro 5.28: Estudo da capacidade do processo para a característica Humidade da Câmara revista .....	148
Quadro 5.29: Método empírico para a característica Humidade da Câmara .....	149
Quadro 5.30: Fase I: Resumo cartas tradicionais univariadas aplicadas aos resíduos e análise de capacidade para as características Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara .....	149
Quadro 5.31: Estatísticas e limites de controlo das cartas <i>e-MR</i> baseadas nos erros de previsão .....	149
Quadro 5.32: Fase II: Resumo cartas tradicionais univariadas aplicadas aos erros de previsão .....	151
Quadro 5.33: Elementos que constituem o vector média .....	152
Quadro 5.34: Elementos que constituem a matriz covariância <b>S</b> .....	152
Quadro 5.35: Dados para aplicação do método aplicado a estatística <i>d</i> .....	152
Quadro 5.36: Método aplicado a estatística <i>d</i> Fase I.....	153
Quadro 5.37: Elementos que constituem o vector média dos resíduos revistos .....	153
Quadro 5.38: Elementos que constituem a matriz covariância <b>S</b> dos resíduos revistos .....	153
Quadro 5.39: Dados para o cálculo dos índices de capacidade multivariados .....	154
Quadro 5.40: Valores dos índices de capacidade multivariados .....	154
Quadro 5.41: Dados para aplicação do método aplicado a estatística <i>d</i> Fase II .....	155
Quadro 5.42: Método aplicado a estatística <i>d</i> .....	155
Quadro IV.1: Desenho com um factor a vários níveis dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	193
Quadro IV.2: Testes Qui-Quadrado .....	193
Quadro IV.3: Teste da Menor Diferença Significativa dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	194
Quadro IV.4: Teste de Bartlett para testar a variância dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	194
Quadro IV.5: Desenho com um factor a vários níveis dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED .....	197
Quadro IV.6: Teste da Menor Diferença Significativa dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED .....	198
Quadro IV.7: Teste de Bartlett para testar a variância dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED .....	198
Quadro IV.8: Desenho com um factor a vários níveis dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED .....	201
Quadro IV.9: Teste da Menor Diferença Significativa dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED .....	202
Quadro IV.10: Teste de Bartlett para testar a variância dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED .....	202
Quadro IV.11: Teste às variâncias dos dados lados da cabine C1 .....	204
Quadro IV.12: Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados lados da cabine C1 .....	204
Quadro IV.13: Teste às variâncias dos dados lados da cabine C2 .....	206
Quadro IV.14: Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados Lados da Cabine C2.....	206
Quadro IV.15: Teste às variâncias dos dados lados da cabine C3 .....	208
Quadro IV.16: Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados lados da cabine C3.....	208
Quadro IV.17: Teste às variâncias dos dados da lateral e frente cabine C1.....	210
Quadro IV.18: Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados da lateral e frente da cabine C1 .....	210

Quadro IV.19: Teste às variâncias dos dados da lateral e frente Cabine C2 .....	212
Quadro IV.20: Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados da lateral e frente da cabine C2 .....	212
Quadro IV.21: Teste às variâncias dos dados lateral e frente da cabine C3.....	214
Quadro IV.22: Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados lateral e frente da cabine C3 .....	214
Quadro IV.23: Parâmetros do modelo AR(2) referentes à característica Espessura Frente C3.....	217
Quadro IV.24: Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Espessura Lateral C3 .....	220
Quadro IV.25: Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Espessura Frente C2 .....	222
Quadro IV.26: Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Espessura Lateral C2 .....	224
Quadro IV.27: Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Temperatura da Cataforese .....	226
Quadro V.1: Testes <i>Qui-Quadrado</i> e <i>Kolmogorov-Smirnov</i> .....	234
Quadro V.2: Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C1 .....	234
Quadro V.3: Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C3 .....	234
Quadro V.4: Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C1 e C3.....	234
Quadro V.5: Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Frente C1 e C3.....	234
Quadro V.6: Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C1.....	236
Quadro V.7: Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C3.....	236
Quadro V.8: Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C1 e C3 .....	236
Quadro V.9: Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Lateral C1 e C3.....	236
Quadro V.10: Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C2 .....	238
Quadro V.11: Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Frente C2. ....	238
Quadro V.12: Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C2.....	239
Quadro V.13: Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Lateral C2.....	239
Quadro V.14: Parâmetros referentes à característica Temperatura da Cataforese .....	241
Quadro V.15: Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura da Cataforese .....	241
Quadro V.16: Método empírico .....	241
Quadro VI.1: Estatísticas e limites de controlo das cartas <i>e-R</i> baseadas nos erros de previsão para a característica Espessura Frente C1 e C3.....	249
Quadro VI.2: Estatísticas e limites de controlo das cartas <i>e-R</i> nos erros de previsão para a característica Espessura Lateral C1 e C3.....	253
Quadro VI.3: Estatísticas e limites de controlo das cartas <i>e-MR</i> baseadas nos erros de previsão para a característica Temperatura da Cataforese .....	256
Quadro VII.1: Desenho com um factor a vários níveis dos dados da característica Espessura Total.....	262
Quadro VII.2: Teste de <i>Bartlett</i> para testar a variância dos dados frente da cabine da característica Espessura Total .....	263
Quadro VII.3: Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Espessura Total .....	264
Quadro VII.4: Parâmetros do modelo MA(2) referentes à característica Temperatura de Aplicação .....	266
Quadro VII.5: Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Temperatura da Câmara ...	268
Quadro VII.6: Parâmetros do modelo MA(1) referente à característica Humidade da Câmara .....	270
Quadro VIII.1: Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Espessura Total revista ....	281
Quadro VIII.2: Parâmetros referentes à característica Espessura Total revista.....	283
Quadro VIII.3: Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Total revista ....	283
Quadro VIII.4: Parâmetros referentes à característica Temperatura de Aplicação .....	285
Quadro VIII.5: Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura de Aplicação .....	285
Quadro VIII.6: Método empírico .....	285

Quadro VIII.7: Parâmetros referentes à característica Temperatura da Câmara.....	287
Quadro VIII.8: Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura da Câmara.....	287
Quadro VIII.9: Método empírico .....	287
Quadro VIII.10: Parâmetros do modelo $MA(1)$ referentes à característica Humidade da Câmara revista .....	290
Quadro VIII.11: Parâmetros referentes Humidade da Câmara revista .....	292
Quadro VIII.12: Estudo da capacidade do processo para a característica Humidade da Câmara revista .....	292
Quadro VIII.13: Método empírico .....	292
Quadro IX.1: Estatísticas e limites de controlo das cartas $e-MR$ baseadas nos erros de previsão ...	300
Quadro IX.2: Estatísticas e limites de controlo das cartas $e-MR$ baseadas nos erros de previsão ...	303
Quadro IX.3: Estatísticas e limites de controlo das cartas $e-MR$ baseadas nos erros de previsão ...	306
Quadro IX.4: Estatísticas e limites de controlo das cartas $e-MR$ baseadas nos erros de previsão ...	309
Quadro X.1: Vector média e matriz covariâncias.....	313
Quadro X.2: Limites de Controlo .....	314
Quadro X.3: Dados para aplicação do método aplicado à estatística d Fase I .....	314
Quadro X.4: Método aplicado à estatística d Fase I .....	314
Quadro X.5: Vector média e matriz covariâncias dos valores revistos.....	315
Quadro X.6: Limites de Controlo .....	315
Quadro X.7: Expressões necessárias para o cálculo dos índices multivariados de capacidade do processo .....	316
Quadro X.8: Definição do índice $L_I$ .....	316
Quadro X.9: Vector média e matriz covariâncias para a característica $X_1$ .....	317
Quadro X.10: Vector média e matriz covariâncias para a característica $X_2$ .....	317
Quadro X.11: Vector média e matriz covariâncias para a característica $X_3$ .....	317
Quadro X.12: Dados para o cálculo dos índices de capacidade multivariados.....	317
Quadro X.13: Valores dos índices de capacidade multivariados.....	317
Quadro X.14: Limites de Controlo da Fase II .....	319
Quadro X.15: Dados para aplicação do método aplicado à estatística d Fase II .....	319
Quadro X.16: Método aplicado à estatística d Fase II .....	319

## Índice de Tabelas

Tabela I.1: Factores para construção de cartas de controlo de variáveis .....	179
Tabela IV.1: Observações dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	191
Tabela IV.2: Resíduos e Valores Previstos dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED .....	192
Tabela IV.3: Observações dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED.....	195
Tabela IV.4: Resíduos e Valores previstos dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED .....	196
Tabela IV.5: Observações dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED.....	199
Tabela IV.6: Resíduos e Valores previstos dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED .....	200
Tabela IV.7: Observações dos dados Lados da Cabine C1 .....	203
Tabela IV.8: Observações dos dados lados da cabine C2 .....	205
Tabela IV.9: Observações dos dados lados da cabine C3 .....	207
Tabela IV.10: Observações dos dados lados e frentes da cabine C1 .....	209
Tabela IV.11: Observações dos dados lados e frentes da cabine C2 .....	211
Tabela IV.12: Observações dos dados lados e frentes da cabine C3 .....	213
Tabela VI.1: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Frente C1 e C3.1 .....	247
Tabela VI.2: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Frente C1 e C3.2 .....	248
Tabela VI.3: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Espessura Frente C1 e C3...	249
Tabela VI.4: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Lateral C1 e C3.1 .....	251
Tabela VI.5: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Lateral C1 e C3.2 .....	252
Tabela VI.6: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Espessura Lateral C1 e C3.....	253
Tabela VI.7: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura da Cataforese.1 .....	255
Tabela VI.8: Dados para construção das cartas de controlo Fase II característica Temperatura da Cataforese.2 .....	256
Tabela VI.9: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Temperatura da Cataforese.....	256
Tabela VII.1: Observações dos dados da característica Espessura Total .....	260
Tabela VII.2: Resíduos e valores previstos dos dados para a característica Espessura Total.....	261
Tabela IX.1: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Total 1.....	299
Tabela IX.2: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Total 2.....	300
Tabela IX.3: Estimativas dos parâmetros da característica Espessura Total Fase II.....	300
Tabela IX.4: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura de Aplicação1 .....	302
Tabela IX.5: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura de Aplicação 2 .....	303
Tabela IX.6: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Temperatura de Aplicação ...	303
Tabela IX.7: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura da Câmara 1 .....	305
Tabela IX.8: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura da Câmara 2 .....	306

Tabela IX.9: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Temperatura da Câmara .....	306
Tabela IX.10: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Humidade da Câmara.1 .....	308
Tabela IX.11: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Humidade da Câmara.2.....	309
Tabela IX.12: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Humidade da Câmara .....	309
Tabela X.1: Valores da estatística $T^2$ .....	313
Tabela X.2: Valores da estatística $T^2$ Revista .....	315
Tabela X.3: Dados dos erros de previsão e estatística $T_k^2$ .....	318

# Capítulo 1: Introdução

A procura contínua pela melhoria de desempenho nas organizações industriais, fruto do constante aumento da competitividade entre as mesmas, implica uma investigação de novas metodologias e novos processos, que permitam produzir de forma eficiente, maximizando os recursos da organização, minimizando os custos e excedendo as expectativas dos clientes face à Qualidade. A Qualidade assume cada vez mais um papel determinante na selecção de produtos ou serviços, constituindo hoje uma condição imprescindível nas estratégias competitivas de muitas organizações.

Os métodos estatísticos desempenham um papel fundamental na avaliação da Qualidade auxiliando na medição, interpretação e modelação da variabilidade, mesmo quando a disponibilidade de dados é limitada. A análise estatística proporciona uma melhor compreensão da natureza, extensão e causas da variabilidade, auxiliando na obtenção da solução ou mesmo na prevenção dos problemas que possam estar associados a tal variabilidade. Cada vez mais, as análises estatísticas, constituem uma base eficaz e fiel nas tomadas de decisão.

O controlo do processo com base em métodos estatísticos, designada como Controlo Estatístico do Processo (SPC), assume desta forma grande importância, uma vez que os seus métodos estatísticos permitem uma avaliação preliminar de um processo, a estimação dos seus parâmetros, a avaliação da sua capacidade face à especificação técnica e a monitorização do mesmo. Constitui uma ferramenta útil na detecção de formas invulgares de variação, permitindo uma actuação sobre as mesmas, reduzindo custos consequentes de perda de material, mão-de-obra, energia e desgaste de equipamentos, assim como possíveis reparações.

## 1.1 Enquadramento e Motivações

Os processos produtivos nas organizações têm sofrido constantes mutações consequentes da crescente competitividade e exigência do mercado, levando as organizações a apostarem na melhoria da qualidade do produto final, conseguida por exemplo através da implementação de técnicas estatísticas.

O presente trabalho foi desenvolvido na Fábrica *Mitsubishi Fuso Truck Europe (MFTE)* que se destina à produção de veículos comerciais *Mitsubishi Canter*. Trata-se de uma empresa do sector automóvel, interessada no acompanhamento dos desenvolvimentos tecnológicos, por forma a garantir uma posição marcante no desenvolvimento de esforços que assegurem um aumento da qualidade dos seus produtos finais.

Estando a Qualidade dos veículos produzidos dependente, em parte, do processo de pintura, este trabalho incidirá sobre características criteriosamente seleccionadas das linhas que constituem a área da pintura. A linha onde é realizada a pintura por electrodeposição catódica, onde as cabines provenientes da soldadura são pré-tratadas e pintadas com tinta anti-corrosiva e a linha onde é aplicada a tinta de acabamento que confere o aspecto final da cabine.

A presente dissertação desenvolverá metodologias específicas aplicadas concretamente à produção de veículos comerciais *Mitsubishi Canter*, que permitirão controlar o processo produtivo, viabilizando a análise de causas especiais responsáveis pelo aumento da variabilidade e respectivas acções correctivas.

Este trabalho de investigação foi realizado no sentido de responder adequadamente ao desafio proposto por parte da organização *MFTE*, de implementação do *SPC*. Depois de uma pesquisa intensiva dos desenvolvimentos mais marcantes e mais recentes nesta área, procedeu-se à implementação de técnicas estatísticas que melhor se adequem à organização em estudo.

A implementação do *SPC* justifica-se com a crucial vantagem de reajuste contínuo e estatisticamente fundamentado do processo, em tempo real. Assim, o *SPC* permite detectar causas especiais e consequentemente diminuir a variabilidade do processo, produzindo veículos comerciais *Mitsubishi Canter* com maior garantia de qualidade e menor custo.

## 1.2 Objectivos

A actual dissertação tem como objectivo genérico o desenvolvimento de modelos de controlo estatístico que abranjam um horizonte de possíveis metodologias, compreendendo distintos conteúdos. Este estudo abordará as técnicas que melhor se adequem às características em questão e tem como propósito a aplicação das mesmas, proporcionando uma visão em tempo real dos processos produtivos. Procede a uma revisão bibliográfica exaustiva, em particular nos desenvolvimentos mais recentes de abordagens tradicionais univariadas e multivariadas.

O modelo desenvolvido terá como finalidade a solução de potenciais problemas, associados à aplicação do controlo estatístico na área da pintura da *MFTE* tais como: a identificação de potenciais misturas de populações e consequente definição das características das várias populações em estudo; a identificação de auto-correlação na sequência de observações e consequente extracção de resíduos independentes e identicamente distribuídos; a averiguação da estabilidade do processo e posterior estimação dos seus parâmetros, não deixando de verificar se o processo é capaz de produzir de acordo com a especificação técnica pré-definida; a posterior monitorização com intuito de identificação de possíveis causas especiais, que possam pôr em causa a estabilidade do processo, e proceder à sua eliminação, conseguindo-se uma redução na variabilidade e consequente identificação ou antecipação de perturbações.

Finalizado o trabalho de investigação e respectiva aplicação prática, pretende-se identificar e sugerir novas áreas de investigação no domínio do controlo estatístico do processo, e proporcionar à organização uma metodologia de estudo das distintas características seleccionadas.

## 1.3 Estrutura e Organização da Dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em seis capítulos, que são posteriormente descritos de uma forma sucinta. A divisão em seis capítulos é justificada com o objectivo de proporcionar ao leitor a consulta isolada dos elementos, de forma a criar uma linha de orientação na compreensão das metodologias propostas e no enquadramento das mesmas na organização em estudo.

No capítulo 1, designado de *Introdução*, é apresentado um enquadramento geral da temática abordada no presente trabalho, assim como as motivações para a realização do trabalho de investigação desenvolvido. São definidos os objectivos, e apresentada a estrutura e organização da dissertação.



No capítulo 2, denominado *Controlo Estatístico do Processo*, é realizada uma descrição da pesquisa bibliográfica realizada sobre o Controlo Estatístico do Processo univariado e multivariado. São apresentadas um conjunto de técnicas estatísticas aplicadas à Gestão da Qualidade, que permitem efectuar estudos preliminares que definem a metodologia correcta a adoptar em determinado processo. São introduzidos os fundamentos base do *SPC* tradicional univariado, definido o *ARL* como medida de desempenho das cartas de controlo, apresentadas as condições de aplicação que necessariamente devem ser verificadas na aplicação do *SPC* tradicional univariado, e explanado o estudo da capacidade do processo univariado. Posteriormente é introduzido o controlo estatístico multivariado do processo, com especial incidência nas estatísticas apresentadas por *Hotelling*, apresentados métodos que permitem a interpretação das mesmas e expostas análises acerca do estudo multivariado da capacidade do processo. A última abordagem é dedicada ao controlo de processos com dados auto-correlacionados, onde são apresentadas abordagens tanto para o controlo univariado como para o controlo multivariado, destacando-se a aplicação das cartas de controlo tradicionais aos resíduos e/ou erros de previsão.

O capítulo 3, designado como *Metodologia*, contempla os desenvolvimentos apresentados no capítulo 2 e tem como intuito proporcionar uma organização visual das diferentes metodologias que podem ser utilizadas na implementação do *SPC*, em diversas situações de processos produtivos.

O capítulo 4, denominado como *Caracterização da Empresa*, realiza uma sucinta apresentação da empresa onde foi realizado o trabalho de investigação, a *MFTE*, focando a estrutura organizacional, os produtos fabricados, os processos de produção e a organização do sistema de gestão da qualidade.

O capítulo 5, a *Parte Experimental*, contém os resultados experimentais do trabalho realizado, tendo como base as técnicas estatísticas e metodologias apresentadas no capítulo 2 e capítulo 3.

O capítulo 6, designado de *Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros*, abarca um resumo das conclusões do trabalho realizado, uma descrição das acções a desenvolver em consequência dos resultados obtidos, bem como sugestões de desenvolvimento de trabalhos futuros na área de investigação do *SPC*.

## **Capítulo 2: Estatística Aplicada ao Controlo da Qualidade**

### **2.1 Introdução**

O presente capítulo constitui uma abordagem teórica sobre o Controlo Estatístico do Processo, apresentando a sua evolução histórica, ligada à explicação de conceitos e definições necessários à sua abordagem. Insere o Controlo Estatístico do Processo no âmbito da temática da Qualidade, e enfatiza a importância da mesma na actual sociedade.

Depois de uma breve introdução histórica, apresentam-se técnicas e ferramentas estatísticas aplicadas na Gestão da Qualidade. Posteriormente as cartas de controlo de Shewhart são apresentadas como alicerce fundamental do Controlo Estatístico do Processo, e as suas condições de aplicação são explicadas.

Devido à crescente concorrência entre as organizações, as empresas desenvolvem metodologias que lhes permitam alcançar vantagens competitivas relativamente às suas concorrentes. Com o objectivo de reduzir o elevado volume de documentos e com intuito de abolir conclusões erróneas que possam surgir quando se pretendem controlar simultaneamente várias características, surge o Controlo Estatístico multivariado, também explorado neste capítulo.

Atendendo ao tipo de processos nos quais se insere a presente dissertação, o presente capítulo foca diferentes metodologias de aplicação, no que respeita a cartas de controlo aplicadas a dados auto-correlacionados. Extrapolando a pesquisa nesta temática, apresentam-se abordagens multivariadas para dados que exibam auto-correlação.

Abarca-se também diversas formas de análise da capacidade do processo; um estudo muito útil que reflecte a comparação entre o intervalo de variação permitido ao processo e a variação apresentada pelo mesmo, averiguando se o processo é capaz de produzir face às especificações técnicas exigidas. Estudos de capacidade para processos univariados e multivariados são apresentados.

#### **2.1.1 Desenvolvimento do Conceito de Qualidade**

Está intrínseca na Qualidade a sua componente subjectiva, é difícil e por vezes impossível medir com precisão a garantia da Qualidade ou o controlo da Qualidade de um produto ou de um serviço, logo, “ *a qualidade necessita de ser objectiva e quantificada de forma a ser mensurável, de outro modo não existirá possibilidade de controlo; mesmo as características subjectivas devem na medida do possível ter alguma forma de medição (ou comparação)*” (Pires, 2007).

A Qualidade sempre consistiu numa preocupação ao longo da evolução humana. Quando se produzia para consumo próprio, a Qualidade atingia-se com a boa execução do trabalho, com a escolha do material apropriado para a construção das ferramentas. Com o aparecimento das primeiras populações surgiram necessidades como o abastecimento de produtos às mesmas. Quem respondia a essas necessidades era o “artesão”, este identificava a necessidade do cliente, concebia o produto, executava-o, inspeccionava-o, vendia-o e prestava assistência pós venda (Pereira e Requeijo, 2008).

O mercado vivia uma fase em que a procura excedia fracamente a oferta das empresas, pelo que estas se concentravam apenas na quantidade. Deste modo, qualquer preocupação pela qualidade era considerada um obstáculo à produção em massa. A escassez de bens era grande, e o poder de compra era baixo. O ênfase era colocado na quantidade e não na Qualidade, era objectivo produzir mais ao menor custo.

Paralelamente ao desenvolvimento do fabrico em massa, as disciplinas de estatística industrial e Qualidade na engenharia emergiram. Em 1908 William Gosset publicou sob o pseudónimo de “Student”, um artigo onde estabelece as bases do familiar *t*-teste. Esta publicação influenciou homens como Ronald Fisher, Egon Pearson e Jerzy Neyman a desenvolver instrumentos que realizassem experiências comparativas como os testes de hipóteses, análises de variâncias e regressões (Mast, 2008).

Outra grande inovação que revolucionou a indústria foi de Henry Ford em 1913, que criou um sistema de produção em massa, introduzindo a primeira linha de montagem, que vem transgredir as limitações de baixa produtividade e o conceito de uma única peça em produção (Mast, 2008).

É na I Guerra Mundial (1914-1918) que se evidenciam as lacunas da produção massificada, associadas a falhas em equipamentos militares e ao facto dos produtos serem fornecidos fora das especificações. Surge desta forma a primeira actividade da função Qualidade, os inspectores. Os inspectores estavam encarregues de assegurar a conformidade de todos os produtos face às especificações exigidas, não se atribuindo ainda relevância à investigação das causas e a tomadas de acções correctivas (Pires, 2007). No entanto a inspecção a 100% era demasiado cara e morosa e muitas vezes inviável de realizar, pelo que o controlo da Qualidade baseado em amostragem tornou-se numa necessidade. Contudo a este procedimento estavam associados riscos, uma amostra podia ser demasiado optimista ou pessimista no que diz respeito à impressão de um lote. A teoria da probabilidade, a dimensão da amostra, o risco do consumidor, bem como o risco do produtor, veio criar o equilíbrio. Em 1930, Harold Dodge, publica tabelas que relacionam a dimensões da amostra ao risco a elas associado (Gomes, 2004).

Os métodos estatísticos também eram importantes no controlo dos processos de produção, surgem então em 1931 por Shewhart importantes desenvolvimentos acerca de cartas de controlo, utilizando-as como ferramentas que diferenciam causas aleatórias (ou comuns) de causas assinaláveis (ou especiais) de variação (Mast, 2008).

Inúmeras são as definições de *processo*, a Norma NP EN ISO 9000:2005 define *processo* como um “conjunto de actividades interrelacionadas e interactuantes que transformam entradas em saídas”. Montgomery (2008b) define *processo produtivo* como um sistema que transforma um conjunto de Entradas (matérias primas, componentes, subconjuntos) numa Saída (resultados do processo). As Entradas podem ser *Variáveis Controláveis*, factores do processo que podem ser alterados com objectivo de melhoria do processo e produto, ou *Variáveis não Controláveis*, factores que não se conseguem controlar e que influenciam o comportamento do processo. A Saída genericamente consiste num produto, ao qual estão intrínsecos um conjunto de elementos que descrevem a percepção de Qualidade aferida pelo consumidor, a esses elementos dá-se o nome de *características da qualidade*. Estas *características da qualidade* são controladas através de medições, avaliações, monitorização e controlo, representando a Saída uma medida de avaliação de Qualidade do processo.

A II Guerra Mundial (1939 -1945) chama a atenção para outras lacunas, como a falta de controlo da concepção e desvios à normalidade dos processos. Leva deste modo a um maior ênfase na aplicação dos princípios do controlo estatístico da Qualidade à produção de material de guerra. Após a guerra, Juran e Deming contribuem para na Industria Japonesa, através da aplicação de métodos de controlo de Qualidade (Wonger *et al.*, 2000).

Também Deming (1986), propõe o Ciclo *PDCA* (*Plan-Do-Check-Act*), metodologia que procura o alcance da melhoria contínua, constitui um esquema útil para muitas actividades de controlo da Qualidade. Consequência do contributo dos norte-americanos Juran e Deming no Japão, Ishikawa desenvolve novos conceitos. Concebe o “Círculo da Qualidade” que se traduz na formação de pequenas equipas de trabalho que se reúnem para identificar, analisar e solucionar problemas que surgem no contexto de trabalho, introduzindo o diagrama de causa e efeito ou Ishikawa. (Mast, 2008).

Outra referência importante é a de Crosby em 1979, que precisou aspectos ligados à “conformidade com as especificações técnicas do produto”, “zero defeitos” e “qualidade não custa nada”. Crosby introduz a ideia que a Qualidade não deve ter um custo associado, o investimento na Qualidade é sempre compensado, desde que se garanta que o processo vai produzir bem à primeira (Mast, 2008).

Taguchi conceitua a Qualidade de uma forma não convencional, contrastando com as definições até agora enunciadas. Em 1986 Taguchi define Qualidade como “perda para a sociedade”, consegue reflectir a aspiração para o perfeccionismo e a visão do trabalho como um bem colectivo. Com objectivo de minimizar essa perda, defende a redução da variabilidade como sinónimo de melhor Qualidade (Pereira e Requeijo, 2008). A Qualidade de um produto é o grau da variação do seu desempenho, deste modo, quanto menor o desvio do desempenho do produto melhor a sua Qualidade. As fontes causadoras de variabilidade são chamadas de “factores de ruído” (Ross, 1996).

Montgomery (2008b) segue a ideologia de Taguchi e define que “Qualidade é inversamente proporcional à variabilidade”. Deve ser objectivo intrínseco a todas as organizações reduzir a variabilidade dos seus processos e produtos. Esta visão permite não só a melhoria dos seus processos produtivos, mas também o envolvimento e empenho de todos os intervenientes no processo, desde os níveis mais altos de gestão até ao nível operacional.

Em 1920-30 Ronald A. Fisher foi pioneiro no desenvolvimento de algumas teorias científicas de experimentação, aplicando-as à área agrícola (Pereira e Requeijo, 2008). O Desenho de Experiências e os Métodos de Taguchi, permitem observar os efeitos que as variações impostas aos factores controláveis têm sob os indicadores de desempenho do processo; que não são mais do que informações numéricas que quantificam um processo como um todo, utilizados para acompanhar os resultados ao longo do tempo e estimar o desempenho futuro. Facultam a identificação dos factores que afectam as características do produto, os melhores níveis desses factores que proporcionam a redução da variação numa determinada resposta e o ajuste da média ao valor nominal.

Outro contributo importante na definição da Qualidade foi de Juran (1999), que populariza Qualidade como “Aptidão ao uso”, com objectivo de valorizar a importância da satisfação dos clientes.

Nos anos 80 é introduzido o conceito de Gestão pela Qualidade Total (*TQM: Total Quality Management*), baseado nas filosofias de Deming e Juran. Poderá ser definida com uma estratégia para a implementação e gestão das actividades de melhoria da Qualidade numa organização, transversal a todos os processos de uma organização e com foco na

melhoria continua (Montgomery, 2008b). Para garantir um aumento da uniformidade e conformidade que é adoptado nos princípios do conceito de Gestão pela Qualidade Total, recorre-se a panóplia de ferramentas, técnicas e sistemas de gestão da Qualidade que foram desenvolvidos ao longo do século XX (Fluxograma, Histograma, Diagrama de Pareto, diagrama Causa e Efeito, Análise Modal de Falhas e Efeitos (AMFE), Desdobramento da Função Qualidade (QFD), Desenho de Experiências, Métodos de Taguchi, Controlo Estatístico do Processo e Sistemas de Gestão da Qualidade) (Pereira e Requeijo, 2008).

A Qualidade é o resultado da participação de todas as funções da organização, e só se atinge se toda a estrutura se mobilizar em torno de um objectivo comum de contribuir para a efectiva melhoria dos aspectos relevantes para a Qualidade, neste raciocínio surgem os chamados Sistemas de Gestão da Qualidade (SGQ). Os primeiros desenvolvimentos acerca desta temática surgiram em 1987, com a emissão internacional do primeiro referencial sobre Sistemas da Qualidade, as normas da série ISO 9000 (Pereira e Requeijo, 2008). Os SGQ não são mais do que o reconhecimento por parte de uma terceira entidade independente (entidade certificadora) de que o sistema definido está implementado e é eficaz.

Para colmatar as fraquezas da filosofia TQM, surge no final da década de 80, o “*Programa Seis Sigma*”, termo criado pela Motorola. Intitula-se que um processo tem capacidade “*Seis Sigma*”, quando mantém uma distância de seis vezes o desvio padrão entre a média do processo e os limites de especificação. Esta estratégia tem como objectivo a eliminação de desperdícios, redução da variabilidade, melhorar a produtividade, concentrando-se nos requisitos aos quais o cliente dá mais importância, melhorando consequentemente a sua satisfação (Valencia, 2002).

Todos os autores citados realçam um conjunto de elementos que funcionam como pilares na Teoria da Qualidade. Elementos como a autonomia e envolvimento de todos os colaboradores, envolvimento da gestão de topo, utilização de ferramentas estatísticas com objectivo de controlo da variabilidade e foco na satisfação do cliente. “ *O passo mais importante para uma organização empenhada em melhorar a Qualidade é passar da formulação da visão da Qualidade, constituição de equipas de Qualidade e planeamento da Qualidade para a implementação do plano. Mas como dizia PASTEUR, célebre biólogo francês, “a sorte favorece a mente preparada”*” (Gomes, 2004).

## 2.2 Estatística Aplicada à Gestão da Qualidade

O século XX testemunhou um significativo aumento na Qualidade dos produtos e uma diminuição drástica nos preços. Estas melhorias foram o resultado das inovações associadas à gestão e engenharia. Mas estes desenvolvimentos foram sempre apoiados por técnicas estatísticas, que se foram aperfeiçoando e acompanhando a evolução industrial.

Neste ponto vão ser desenvolvidas algumas noções básicas imprescindíveis para a compreensão dos métodos e técnicas aplicadas ao longo da dissertação.

### 2.2.1 Teste de Hipóteses

Segundo Pereira e Requeijo (2008) os testes de hipóteses constituem um método de inferência estatística que permitem tirar conclusões do tipo sim ou não sobre uma ou mais populações, a partir de uma ou mais amostras dessas mesmas populações.

Na panóplia de testes existentes, apenas serão abordados os que são estudados ao longo da dissertação em causa. Variados são os textos que abordam esta temática, citam-se

Ishikawa (1982), Pedrosa e Gama (2004), Montgomery e Runge (2006), Mitra (2008), Pereira e Requeijo (2008), Montgomery (2008a).

Pedrosa e Gama (2004) afirmam que a construção e aplicação de qualquer regra de decisão estatística se rege pelos passos que vão ser seguidamente descritos.

O primeiro passo na condução de um teste de hipóteses é a especificação da Hipótese Nula ( $H_0$ ) e Hipótese Alternativa ( $H_1$ ). A Hipótese Nula é sempre considerada como verdadeira ao longo do teste, até que exista uma evidência estatística que permita a sua rejeição, e contém sempre uma igualdade (=). A Hipótese Alternativa, é a hipótese que julgamos verosímil e que se pretende verificar, que contém sempre uma desigualdade (<, > ou  $\neq$ ).

A Região Crítica consiste no conjunto de valores da estatística de teste que conduz à rejeição da hipótese nula, podendo ser bilateral ou unilateral. À probabilidade de na mesma estar contida a estatística de teste, dá-se o nome de nível de significância ( $\alpha$ ). O passo seguinte é especificar o nível de sigificância.

Na opção entre as duas hipóteses estatísticas,  $H_0$  e  $H_1$ , é necessária a quantificação da informação contida na amostra utilizada em estudo. Utiliza-se para tal a Estatística de Teste, cujo valor vai determinar a conclusão retirada do teste estatístico.

Definidas as Hipóteses Estatísticas e a Estatística de Teste, por fim é imprescindível estabelecer a regra de tomada de decisão. A Regra de Decisão Estatística permite retirar conclusões a partir da comparação entre o valor da Estatística de Teste e a Região Crítica ou Região de Rejeição.

É importante referir que quando se escolhe entre duas hipóteses complementares, onde apenas uma é verdadeira, está inerente a possibilidade de se cometerem dois tipos de erros, o Erro de Tipo I e Erro de Tipo II. O Erro de Tipo I caracteriza-se por rejeitar a hipótese nula, quando a mesma é verdadeira. Se a hipótese nula não é rejeitada quando a mesma é falsa, está-se perante um Erro de Tipo II. A probabilidade destes dois tipos de erros ocorrerem é dada por Montgomery (2008b):

$$\alpha = P\{\text{Erro Tipo I}\} = P\{\text{Rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeiro}\} \quad (2.1)$$

$$\beta = P\{\text{Erro Tipo II}\} = P\{\text{Não rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}\} \quad (2.2)$$

Assim,  $\alpha$  é muitas vezes definido como risco do produtor, uma vez que está associado à probabilidade de um bom lote ser rejeitado, e  $\beta$  é denominado como risco do consumidor, pois denota a probabilidade de aceitar um lote de qualidade insatisfatória.

A potência do teste ( $1 - \beta$ ) é definida como a probabilidade de rejeitar  $H_0$ , quando  $H_0$  é falso, e é tanto maior quanto maior a dimensão da amostra.

#### Teste à diferença de duas Média com Variâncias desconhecidas

Quando se pretende comparar duas médias de duas populações Normalmente distribuídas, a hipótese nula é definida pela equação (2.3). A hipótese alternativa é definida por uma das equações representadas em (2.4), onde a primeira expressão é relativa a um teste bilateral e as duas expressões seguintes são relativas a testes unilaterais. O teste dependerá do facto das duas variâncias serem ou não significativamente diferentes. Se as variâncias não forem significativamente diferentes a estatística de teste é dada pela equação (2.5), onde a variância combinada resulta da expressão (2.6). Caso as variâncias sejam significativamente diferentes, o valor da estatística de teste será calculado com base na equação (2.7). A hipótese nula é rejeitada se a equação (2.8) for verificada.



Considera-se duas populações independentes e Normalmente distribuídas  $X_1$  e  $X_2$  com média  $\mu_1$  e  $\mu_2$ , variância  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$  e amostras de dimensão  $n_1$  e  $n_2$ , onde se pretende testar se a diferença das duas médias é igual a um valor  $\Delta_0$ .

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0 \quad (2.3)$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_0 \neq \Delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_0 > \Delta_0 \quad (2.4)$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_0 < \Delta_0$$

$$t_0 = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (2.5)$$

$$S_P^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \quad (2.6)$$

$$t_0 = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \Delta_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \quad (2.7)$$

$$|t_0| > t_{\alpha/2;v} \quad (2.8)$$

### Comparação de duas Variâncias de Distribuições Normais

Se o objectivo é testar a hipótese de duas variâncias de Distribuição Normal serem significativamente diferentes, a hipótese nula é dada pela equação (2.9). A hipótese alternativa pode ser determinada por uma das equações apresentadas em (2.10), onde a primeira expressão é relativa a um teste bilateral e as duas expressões seguintes são relativas a testes unilaterais. A estatística de teste é definida por (2.11). A hipótese nula é rejeitada se as condições definidas em (2.12) forem verificadas.

Considera-se duas populações independentes e Normalmente distribuídas  $X_1$  e  $X_2$ , com variâncias  $\sigma_1^2$  e  $\sigma_2^2$ , amostras de dimensão  $n_1$  e  $n_2$  e variâncias amostrais  $S_1^2$  e  $S_2^2$ , onde se pretende verificar a hipótese das variâncias serem significativamente diferentes.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad (2.9)$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2 \quad (2.10)$$

$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad (2.11)$$

$$F_0 > F_{\alpha/2; (n_1-1)(n_2-1)} \quad (2.12)$$

$$F_0 < F_{(1-\alpha/2); (n_1-1)(n_2-1)}$$

### 2.2.2 Análise de Variância

Grande parte dos desenvolvimentos iniciais no campo da análise de variância foram apresentados por Ronald Fisher, pioneiro e inovador no uso e aplicações de métodos estatísticos na concepção experimental.

A análise de variância é detalhada em diversos textos, citam-se autores como Ross (1996), Quesenberry (1997), Juran (1999), Chandra (2001), Sahai e Ageel (2000), Sahai e Ojeda (2004), Montgomery e Runger (2006), Guimarães e Cabral (2007), Montgomery (2008a) Montgomery (2008b) e Pereira e Requeijo (2008).

A análise de variância consiste numa técnica, através da qual, a variabilidade de um conjunto de observações associadas a um número definido de fontes pode ser isolada e estimada. É um método que separa a variância total de um conjunto de observações nos seus diversos componentes, ou seja, nas diferentes fontes de variação que podem ser identificadas Barbato *et al.* (2008).

Com os testes de hipóteses é possível testar se a média de duas populações difere significativamente. No entanto há situações em que o objectivo é comparar a média de mais de duas populações e para tal recorre-se à análise de variância. Ao longo da presente dissertação, a técnica de análise de variância poderá também ser denominada por ANOVA, designação frequente que resulta da contracção do nome em inglês (*analysis of variance*).

Importa desde já apresentar algumas definições de termos que vão ser utilizados, de forma a proporcionar uma melhor compreensão da metodologia que aqui vai ser utilizada.

Como foi referido anteriormente, as variáveis podem ser controláveis ou não controláveis. Numa *variável (factor) controlável* designada como a variável independente, os valores são alterados pelos investigadores de forma a inferir qual o *efeito* dessas alterações na *variável resposta*.

A *variável resposta* (variável dependente), denominada como o resultado de uma *experiência*, consiste na *característica da qualidade* que os investigadores têm interesse em otimizar. É apresentada por  $Y$  (à analogia do que acontece nos textos de regressão).

Montgomery (2008b) define *experiência* como um teste ou um conjunto de testes, onde são aplicadas variações propositadas nas variáveis de entrada de um processo, de forma a observar que tipo de alterações as mesmas provocam na resposta de saída.

Aos diferentes valores que o *factor* pode assumir, dá-se o nome de *níveis* e o *efeito* pode ser definido como alteração observada na *resposta* quando o *factor* muda de *nível*. Os níveis existentes serão denominados pela letra  $\alpha$ .

Entende-se por *replicação* a reprodução de uma experiência em condições semelhantes, e *réplica* os diferentes valores que a resposta toma nas replicações que se vão efectuando. O número de réplicas é representado pela letra  $n$ . Os dados são apresentados no Quadro 2.1. Os valores determinados para variável  $Y$  são representados por  $y_{ij}$ , onde  $i$  representa o nível ou tratamento e  $j$  os distintos valores que a resposta adopta nas replicações que se realizam. As observações não são mais do que todos os valores das réplicas medidos para os diferentes níveis em estudo ( $\alpha \times n$ ), representam-se pela letra  $N$ .



Quadro 2.1: Desenho com um factor a vários níveis (adaptado de Pereira e Requeijo, 2008)

Nível $i = 1, 2, \dots, a$	Valor das réplicas $j = 1, 2, \dots, n$				Soma $Y_i$	Média $\bar{Y}_i$
1	$y_{11}$	$y_{12}$	...	$y_{1n}$	$Y_1$	$\bar{Y}_i$
2	$y_{21}$	$y_{22}$	...	$y_{2n}$	$Y_2$	$\bar{Y}_i$
.	.	.	...	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.
.	.	.	...	.	.	.
a	$y_{a1}$	$y_{a2}$	...	$y_{an}$	$Y_a$	$\bar{Y}_a$

As observações são descritas por um modelo estatístico linear:

$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad (2.13)$$

Onde  $y_{ij}$  representa as observações independentes e Normalmente distribuídas,  $\mu_i$  o valor esperado das observações correspondentes ao nível  $i$ ,  $\mu$  o parâmetro comum a todos os níveis muitas vezes designado como “média geral”,  $\tau_i$  o efeito do nível  $i$  e  $\varepsilon_{ij}$  a componente aleatória do erro, associada à  $j$ -ésima observação no  $i$ -ésimo grupo ou nível. A componente aleatória do erro constitui uma variável Normalmente distribuída com valor esperado nulo e variância  $\sigma^2$ , que é considerada como constante para todos os níveis do factor. Este tratamento é denominado como um factor a vários níveis, isto porque apenas um factor está a ser investigado.

Os efeitos de uma análise de variância podem ser de dois tipos: sistemáticos ou aleatórios. Se o efeito é sistemático, é designado de modelo de efeito fixo; de outra forma é designado efeito de modelo de efeitos variáveis. O facto de um efeito ser considerado fixo ou aleatório depende da forma como são seleccionados os níveis do factor e do tipo de inferências que se pretende tirar da análise.

Num modelo de efeitos fixos, os níveis são seleccionados pelos investigadores, pelo que não constituem uma amostra aleatória do universo de níveis. Sendo assim, não é possível extrapolar as conclusões obtidas através dos dados usados na experimentação para o universo de valores dos níveis experimentados, conclusões estas que apenas são aplicáveis à gama de valores desses níveis. Neste modelo é possível estimar os parâmetros do modelo ( $\mu, \tau_i, \sigma^2$ ) (Pereira e Requeijo, 2008).

No modelo de efeitos variáveis, o investigador está a trabalhar com um grupo de níveis aleatoriamente seleccionado de um universo de valores que o factor em estudo pode assumir. Aqui o efeito do nível não é necessariamente fixo, uma vez que qualquer nível por si só não necessita de ser incluído cada vez que a experiência é levada a cabo. Neste caso em cada repetição da experiência, uma nova amostra de tratamentos deve ser incluída. Com o modelo de efeitos variáveis, é possível tirar conclusões através dos dados usados na experimentação para uma amostra aleatória do universo de valores dos níveis experimentados, e extrapolá-las para toda a população de níveis (Pereira e Requeijo, 2008).

Nesta dissertação, apenas será considerado o modelo de efeitos fixos, uma vez que na aplicação prática todos os níveis seleccionados constituem o universo, não sendo objectivo a extrapolação das conclusões para outros níveis.

No modelo dos efeitos fixos, o objectivo é, inicialmente realizar a estimação dos valores esperados em cada nível, e posteriormente compará-los. Esta comparação não é mais do que averiguar se os efeitos  $\tau_i$  são significativamente diferentes de zero.

Assim as hipóteses nula e alternativa são dadas pelas equações (2.14) e (2.15), respectivamente.

$$H_0: \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_a = 0 \quad (2.14)$$

$$H_1: \tau_i \neq 0 \text{ (pelo menos para um nível } i) \quad (2.15)$$

A média das observações independentes,  $E(Y_{ij})$  é equivalente a  $\mu_i = \mu + \tau_i$ , assim as expressões (2.14) e (2.15) são equivalentes às expressões:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_a \quad (2.16)$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_k \text{ (pelo menos para um par } (i, k)) \quad (2.17)$$

Como se pode observar no Quadro 2.1, são determinados os valores da resposta para variável Y, denominados por  $y_{ij}$ . Uma vez obtidos os valores da resposta, é possível determinar o valor correspondente ao total das observações para cada nível  $i$  ( $Y_{i.}$ ) através da equação (2.18), a média das observações para cada nível  $i$  ( $\bar{Y}_{i.}$ ) a partir da equação (2.19), o total de todas as observações ( $Y_{..}$ ) utilizando a expressão (2.20) e a média global de todas as observações ( $\bar{Y}_{..}$ ) aplicando a expressão (2.21).

$$Y_{i.} = \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (2.18)$$

$$\bar{Y}_{i.} = \frac{Y_{i.}}{n} \quad (2.19)$$

$$Y_{..} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (2.20)$$

$$\bar{Y}_{..} = \frac{Y_{..}}{N} \quad (2.21)$$

A *Varição Total* ou também denominada como *Soma Total dos Desvios Quadráticos* ( $SS_T$  - *Total Sum of Squares*), é dada pela expressão (2.22), e representa a soma dos quadrados dos desvios entre as observações e a média total.

$$SS_T = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 \quad (2.22)$$

A Soma Total dos Desvios Quadráticos, também pode ser escrita segundo a equação (2.23).

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n [(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + (y_{ij} - \bar{Y}_{i.})]^2 \quad (2.23)$$

Desenvolvendo a expressão (2.23), obtêm-se:

$$\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = n \sum_{i=1}^a (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2 \quad (2.24)$$

A equação (2.24) representa a Soma Total dos Desvios Quadráticos. É composta pela soma do quadrado das diferenças das médias de cada nível e da média global de todas as observações, e os quadrados das diferenças das observações independentes e das médias dos respectivos níveis.

A diferença entre as médias referentes a cada nível e a média global, é uma medida de variação entre os níveis enquanto que, a diferença entre as observações de cada nível e a média correspondente a cada nível, é devida somente ao erro aleatório. Por isso a equação (2.24) é equivalente a:

$$SS_T = SS_B + SS_W \quad (2.25)$$

Na equação anterior  $SS_B$  (*Between Sum of Squares*) é denominado como variação entre os níveis ou tratamentos, e  $SS_W$  (*Within Sum of Squares*) representa a variação dentro dos níveis ou tratamentos, também intitulada como Variação Residual ou simplesmente Erro.

De forma a complementar o estudo da análise de variância, outro elemento a ser considerado são os graus de liberdade. Existem  $N$  observações no total, assim  $SS_T$  tem  $(N - 1)$  graus de liberdade. No que diz respeito ao estudo entre os  $a$  níveis do factor em estudo, os graus de liberdade correspondentes são  $(a - 1)$ . Finalmente, em cada nível efectua-se  $n$  repetições das experiências, fornecendo  $(n - 1)$  graus de liberdade, assim o número de graus de liberdade para o erro é dado por  $a(n - 1) = (N - a)$ .

Ao dividir as variações  $SS_B$  e  $SS_W$  pelos respectivos números de graus de liberdade, obtêm-se simples variâncias, como se pode observar nas equações (2.26) e (2.27), usualmente designadas por *Desvios Quadráticos Médios*.

$$MS_B = \frac{SS_B}{(a - 1)} \quad (2.26)$$

$$MS_W = \frac{SS_W}{(N - a)} \quad (2.27)$$

A estatística de teste é dada pelo quociente entre os Desvios Quadráticos Médios, e é representada na equação (2.28). A estatística  $F_0$  é comparada com o valor crítico da distribuição de Fisher, observado na expressão (2.29), com  $(a - 1)$  e  $(N - a)$  graus de liberdade. Quando o valor de  $F_0$  é superior ao valor crítico da distribuição de Fisher, a hipótese nula é rejeitada, o que significa que existem diferenças entre as médias dos diversos níveis.

$$F_0 = \frac{MS_B}{MS_W} \quad (2.28)$$

$$F_{\alpha; (a-1); (N-1) g.l.} \quad (2.29)$$

Em suma, a análise de variância pode ser sintetizada no Quadro 2.2, normalmente designado como tabela ANOVA.

Quadro 2.2: Tabela ANOVA para um factor a vários níveis, modelo dos efeitos fixos (adaptado de Montgomery, 2008a)

Fontes de Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Desvios Quadráticos Médios	$F_0$
Entre Tratamentos	$SS_B$	$(a - 1)$	$MS_B$	$MS_B/MS_W$
Erro (interior aos tratamentos)	$SS_W$	$(N - a)$	$MS_W$	
Total	$SS_T$	$(N - 1)$		

O valor da média geral é estimado através da equação (2.30), o valor esperado do grupo de observações correspondentes ao nível  $i$  é dado pela equação (2.31), o parâmetro correspondente ao efeito do nível  $i$  e a variância são respectivamente estimados pelas equações (2.32) e (2.33).

$$\hat{\mu}_i = \bar{Y}_i. \quad (2.30)$$

$$\hat{\mu} = \bar{Y}_{..} \quad (2.31)$$

$$\hat{\tau}_i = \hat{\mu}_i - \hat{\mu} \quad (2.32)$$

$$\hat{\sigma}^2 = MS_W = \frac{SS_W}{(N - a)} \quad (2.33)$$

### 2.2.2.1 Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância

A aplicação da Análise de Variância pressupõe algumas condições, nomeadamente se os erros são independentes e Normalmente distribuídos, com média zero e variância constante  $\sigma^2$  (Montgomery, 2008a). Estes pressupostos podem ser verificados através da análise de resíduos, que segundo Pereira e Requeijo (2008), “*não são mais do que estimativas do erro experimental*”.

O valor do resíduo ( $e_{ij}$ ) é estimado através da expressão (2.34), e consiste na subtracção do valor previsto ou estimado pelo modelo à correspondente observação. O valor previsto ou estimado pelo modelo é igual à média das observações para cada nível  $i$  correspondente.

$$e_{ij} = y_{ij} - \hat{y}_{ij} = y_{ij} - \bar{Y}_i. \quad (2.34)$$

A verificação da Normalidade dos resíduos, pode ser realizada através da simples construção de um Histograma e verificação da sua semelhança da Distribuição Normal (Pedrosa e Gama, 2004), da construção de um gráfico das probabilidades da Distribuição Normal onde a Normalidade é verificada se a disposição dos resíduos for aproximadamente em linha recta (Montgomery, 2008a), ou de testes estatísticos com um poder mais objectivo como o teste do Qui-Quadrado ou o teste de Kolmogorov-Smirnov (Pereira e Requeijo, 2008).

Para a verificação da Independência dos resíduos, o método mais simples é a construção de um gráfico de resíduos em função da ordem de execução das experiências. Se os resíduos se dispuserem de uma forma aleatória, formando uma mancha de largura uniforme

sem um comportamento padronizado, o pressuposto de independência é satisfeito (Pereira e Requeijo, 2008). No entanto existem técnicas mais potentes neste sentido, como a verificação de independência dos dados através da *Função de Auto-Correlação (FAC)* e *Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)* (Box et al., 2008). Esta técnica será abordada no ponto 2.8.1.

A verificação da Homogeneidade da variância, pode ser verificada através de um simples gráfico de resíduos em função dos valores previstos ou estimados. Se os resíduos apresentarem um comportamento tendencialmente crescente ou decrescente, ou seja, se a dispersão dos resíduos aumentar ou diminuir com os valores previstos, a hipótese de homogeneidade da variância não é verificada (Pereira e Requeijo, 2008). Em detrimento do gráfico de resíduos em função dos valores previstos, para apurar se a variância é constante, pode ser utilizado o teste de Bartlett, que tem um carácter mais objectivo e que vai ser explorado em maior detalhe no ponto 2.2.3.

As experiências devem ser realizadas aleatoriamente de forma a garantir a independência dos resíduos, e se possível replicadas o mesmo número, de forma a realizar uma comparação entre níveis mais eficiente.

### 2.2.2.2 Teste da Menor Diferença Significativa

Com a realização da análise de variância é possível inferir se a média de várias populações são significativamente diferentes, no entanto não discrimina quais as médias das populações que diferenciam entre si. Quando é objectivo comparar pares de médias de tratamentos, pode ser utilizado o *Teste da Menor Diferença Significativa*, conhecido através termo anglo-saxónico *LSD* proveniente da designação em inglês *Least Significant Difference*.

O teste *LSD* foi proposto por Fisher em 1935, e tem grande importância histórica como um dos primeiros processos de múltiplas comparações. É descrito em variadas obras como, Miller (1981), Sahai e Ageel (2000), Montgomery (2008a) e Pereira e Requeijo (2008).

O objectivo é testar se as médias entre os vários níveis em estudo são significativamente diferentes, as hipóteses nula e alternativa são dadas pelas equações (2.35) e (2.36), onde  $\mu_i$  e  $\mu_j$  representam as médias dos níveis  $i$  e  $j$ . A estatística do teste é dada pela equação (2.37), onde  $\bar{Y}_i$  e  $\bar{Y}_j$  representam as médias dos níveis  $i$  e  $j$  respectivamente,  $MS_W$  o Desvio Quadrático Médio, e  $n_i$  e  $n_j$  o número de observações nos níveis  $i$  e  $j$ . A Menor Diferença Significativa (LSD) é calculada através da equação (2.38), e caso  $n_1 = n_2 = \dots = n_a$  resume-se à expressão (2.39). A hipótese nula é rejeitada se a equação (2.40) for verificada.

$$H_0: \mu_i = \mu_j, \text{ para todos os } i \neq j \quad (2.35)$$

$$H_1: \mu_i \neq \mu_j, \text{ para todos os } i \neq j \quad (2.36)$$

$$t_0 = \frac{\bar{Y}_i - \bar{Y}_j}{\sqrt{MS_W \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)}} \quad (2.37)$$

$$LSD = t_{\frac{\alpha}{2}, (N-a)g.l.} \sqrt{MS_{Erro} \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (2.38)$$

$$LSD = t_{\frac{\alpha}{2}, (N-a)g.l.} \sqrt{\frac{2MS_{Erro}}{n}} \quad (2.39)$$

$$|\bar{Y}_i - \bar{Y}_j| > LSD \quad (2.40)$$

### 2.2.3 Teste de Bartlett

Como já foi referido anteriormente no ponto 2.2.1, é possível avaliar se as variâncias de duas populações Normalmente distribuídas são significativamente diferentes através de um teste de hipóteses. No entanto, existem situações em que o objectivo é comparar a variância de mais de duas populações.

Na panóplia de métodos que existem para verificar se as variâncias de diversos processos são significativamente diferentes, na corrente dissertação será utilizado o teste de Bartlett, um teste proposto por Bartlett em 1937 (Sahai e Ageel, 2000). O teste de Bartlett é descrito em obras como Montgomery (2008a), Sahai e Ageel (2000) e Pereira e Requeijo (2008).

O objectivo é testar se as variâncias dos vários níveis em estudo são significativamente diferentes. As hipóteses nula e alternativa são dadas pela equação (2.41), sendo  $S_i^2$  a variância da amostra  $i$ ,  $v_i$  o número de graus de liberdade da amostra  $i$ ,  $m$  o número de amostras obtidas através das populações e  $n_i$  a dimensão da amostra  $i$ . A estatística de teste é calculada a partir da equação (2.42), onde  $C$  é dado pela expressão (2.43),  $v$  pela equação (2.45), e  $S^2$  que representa a variância combinada para as  $m$  populações, estimada através da expressão (2.44). A hipótese nula é rejeitada se a equação (2.46) for verificada.

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_m^2 \quad (2.41)$$

$$H_1 : \sigma_i^2 \neq \sigma_j^2, \text{ para pelo menos um par } (i, j)$$

$$\chi_B^2 = \frac{1}{C} \left[ v \ln(S^2) - \sum_{i=1}^m v_i \ln(S_i^2) \right] \quad (2.42)$$

$$C = 1 + \left[ \frac{1}{3(M-1)} \left( \left( \sum_{i=1}^m \frac{1}{v_i} \right) - \frac{1}{v} \right) \right] \quad (2.43)$$

$$S^2 = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^m v_i S_i^2 \quad (2.44)$$

$$v = \sum_{i=1}^m v_i \quad (2.45)$$

$$\chi_B^2 > \chi_{\alpha; m-1}^2 \quad (2.46)$$

### 2.3 Controlo Estatístico Univariado do Processo

O Controlo Estatístico do Processo, conhecido pela sigla *SPC* (*Statistical Process Control*), tem vindo a despertar um forte interesse nas organizações, tal facto se confirma pelas inúmeras aplicações práticas que têm sido realizadas em processos industriais.

Segundo Montgomery (2008b) o Controlo Estatístico do Processo constitui um conjunto de ferramentas que são utilizadas para monitorizar o processo ao longo do tempo, identificar perturbações, reduzir a variabilidade e estimar os parâmetros do processo de forma a averiguar se este é capaz de produzir de acordo com as especificações técnicas.

As sete ferramentas principais do Controlo Estatístico do Processo são, Fluxogramas, Folhas de Registo de Verificação, Histogramas, Diagramas de Pareto, Diagrama Causa e Efeito, Gráficos de Dispersão e Cartas de Controlo.

Estas ferramentas são muitas vezes denominadas como as “sete magníficas”, constituindo uma parte importante no Controlo Estatístico do Processo. No entanto compreendem apenas os aspectos técnicos dos processos. Para uma correcta prática do Controlo Estatístico do Processo, além da avaliação de aspectos técnicos do processo, é necessária a criação de um ambiente no qual todos os elementos da organização ambicionem a melhoria contínua da Qualidade e produtividade (Montgomery, 2008b).

O Controlo Estatístico do Processo pode ser efectuado, usando para o efeito as cartas de controlo de Shewhart, ou novas abordagens de cartas de controlo. Devido ao aumento significativo da competitividade entre as empresas, houve necessidade de desenvolver técnicas estatísticas que se ajustassem às novas realidades das organizações. Surgem desta forma as cartas especiais *CUSUM*, *EWMA*, *CUSUM ln(S<sup>2</sup>)*, *EWMA ln(S<sup>2</sup>)*, *EWMS* e *H81 – CUSUM*, que possibilitam detectar rapidamente pequenas ou moderas alterações dos parâmetros do processo, permitindo aumentar a sensibilidade na detecção de causas especiais, sem incremento dos custos. Os princípios básicos destas cartas especiais podem ser entendidos em referências como Duncan (1986), Montgomery (2008b) e Pereira e Requeijo (2008).

Pode-se também referir, entre outras; as cartas de controlo de Diferenças – Cartas *D*, cartas de controlo *Z* e *W*, cartas de controlo *Q*, cartas de controlo *CUSUMQ*, cartas de controlo *EWMAQ*, aplicadas quando o número de unidades produzidas é reduzido, ou quando o número de unidades é grande mas a produção ocorre em reduzidos períodos temporais, ou ainda quando a produção é realizada por lotes específicos em número limitado. A aplicação destas técnicas estatísticas é denominada de “*Short Runs*”, e no que respeita à sua aplicação, distinguem-se pelo número suficiente de dados para a estimação dos parâmetros do processo. As cartas de controlo *D*, e cartas de controlo *Z* e *W*, são utilizadas quando o número de dados é suficiente para a estimação dos parâmetros do processo. As cartas de controlo *Q*, *CUSUMQ* e *EWMAQ*, são aplicadas quando o número de dados é insuficiente para a estimação dos parâmetros do processo. Os princípios básicos destas cartas são apresentados Quesenberry (1997) e Pereira e Requeijo (2008).

Diferente alternativa são as cartas de controlo multivariado do processo, posteriormente abordadas no ponto 2.7, que possuem como objectivo o controlo e consequente melhoria simultânea de várias características da Qualidade.

Outra preocupação que surge na metade do século XX, diz respeito à violação de um dos pressupostos das cartas de controlo. Nas técnicas tradicionais do controlo estatístico do processo, uma suposição fundamental é a independência dos dados, que por vezes e



principalmente na Indústria Química, não é satisfeita. Devido à crescente automatização dos processos produtivos, os dados podem deixar de ser independentes passando a exibir auto-correlação, desta forma surgem novas abordagens que permitem monitorizar observações auto-correlacionadas, posteriormente descritas em 2.8.3.

### 2.3.1 Ferramentas de Gestão da Qualidade

As ferramentas de Gestão da Qualidade foram desenvolvidas ao longo do século XX e têm constituído um forte contributo na incursão e resolução de variados problemas. Estas ferramentas possuem finalidades distintas e podem ser empregues em qualquer fase de resolução do problema, de forma a identificar oportunidades, eliminar actividades sem valor acrescentado e reduzir a variabilidade de produtos e processos. Estas merecem ser destacadas, uma vez que a sua utilização prática no terreno demonstrou altos níveis de produtividade e eficácia (Pereira e Requeijo, 2008).

Este conjunto de técnicas possui características muito peculiares, como o elevado conteúdo visual que permite ao utilizador formular um pensamento mais organizado e estruturado, e a extrema facilidade da sua utilização que facilita a implementação de metodologias. As ferramentas de Gestão da Qualidade são apresentadas minuciosamente em diversos textos de Qualidade, tais como Ishikawa (1982), Kolarik (1995), Juran (1999), Montgomery (2008b) e Pereira e Requeijo (2008).

As sete ferramentas básicas são:

1. Fluxogramas: constituem ferramentas que se destinam a ilustrar de uma forma organizada um conjunto de variáveis, entradas e saídas que de uma forma sequencial vão contribuindo para a consecução de um produto.
2. Folhas de Registo de Verificação: permitem uma recolha de informação objectiva, proporcionando tomadas de decisão baseadas em factos objectivos.
3. Histogramas: permitem obter uma impressão visual da dispersão e localização dos dados recolhidos, assim como a forma como se distribuem os dados.
4. Diagramas de Pareto: são representados por um gráfico de frequências que ilustra a contribuição relativa de cada causa para o problema em análise, permite a visualização dos diversos elementos de um problema e o estabelecimento de prioridades.
5. Diagramas Causa e Efeito (Diagrama Ishikawa): são uma estrutura gráfica que permite a identificação, selecção e implementação de medidas correctivas de possíveis causas de um determinado problema (efeito).
6. Gráficos de Dispersão: permitem a identificação do grau de relação entre duas variáveis numa análise.
7. Cartas de Controlo: representam o desenvolvimento de um processo ao longo do tempo, tornando-se uma ferramenta poderosa devido à sua capacidade de fornecer informações em tempo real das necessidades de aplicação de acções correctivas no processo produtivo.



### 2.3.2 Variabilidade do Processo

Existem produtos semelhantes, mas nunca iguais, isto porque todos os processos estão sujeitos a fontes de variação. Estas fontes de variação são causadas por dois tipos de causas, que Shewhart classifica como causas aleatórias (ou comuns) e causas assinaláveis (ou especiais).

Segundo Montgomery (2008b), as causas comuns de variação, também designadas como “ruído de fundo”, produzem uma variabilidade natural ou inerente ao próprio processo, e provêm do efeito cumulativo de várias e pequenas fontes de variação inevitáveis. Quando originam um “ruído de fundo” desprezável, assume-se aceitável o desempenho do processo, considerando-o estável e previsível. Um processo que está sujeito apenas a causas comuns de variação, está controlado estatisticamente ou sob controlo estatístico, o que é equivalente a dizer que a distribuição de probabilidade que representa uma característica da qualidade é constante ao longo do tempo (Woodall, 2000).

No entanto os processos estão sujeitos a outro tipo de variações, as causas especiais de variação. Estas causas, não ocorrem de uma forma repetitiva no processo, e provocam uma alteração da distribuição no mesmo, tornando-o instável e imprevisível (Woodall, 2000). Estas causas normalmente têm origem em três fontes, inadequado controlo ou ajuste de equipamento, erros introduzidos pelo operador ou matéria-prima não conforme.

Uma vez identificadas e caracterizadas as diferentes fontes de variação subjacentes ao processo, importa perceber de que forma as mesmas podem ser reduzidas ou eliminadas. A redução das causas comuns, exige normalmente decisões de gestão de topo de alterações no processo produtivo, enquanto que a detecção e eliminação das causas especiais de variação é geralmente realizada pelo operador que trabalha directamente com o processo. Segundo Taguchi, a variabilidade deve ser reduzida até que se torne economicamente desvantajoso a sua redução (Woodall, 2000).

O principal objectivo do Controlo Estatístico do Processo é a identificação atempada de causas especiais de variação, numa parte da população criteriosamente escolhida, de forma a serem tomadas acções correctivas adequadas, antes que uma quantidade significativa de produto não conforme seja produzido. No entanto podem da mesma forma ser utilizadas para identificação de alterações favoráveis ao processo, de modo a incorporá-las no mesmo. As cartas de controlo, uma técnica de monitorização em tempo real do processo, constituem uma adequada ferramenta para este propósito.

### 2.4 Carta de Controlo de Shewhart

Segundo Montgomer (2008b), uma carta de controlo consiste num instrumento que fornece informações úteis acerca do processo, que impõe como meta a eliminação da variabilidade do processo, não por completo, mas tanto quanto possível.

Oakland (2008) define metaforicamente as cartas de controlo como um sinal de trânsito, cujo funcionamento depende dos valores recolhidos em intervalos de tempo aleatórios. A luz verde é dada, quando apenas causas comuns de variação estão inerentes ao processo, a luz amarela cai quando o problema é possível de acontecer, por fim, a luz vermelha indica que causas especiais de variação foram introduzidas no processo e é necessário actuar para proceder à sua eliminação.

Como foi anteriormente referido, um processo está sob controlo estatístico, quando existem apenas causas comuns de variação. As cartas de controlo presentes na rotina das organizações, identificam as causas especiais e consequentemente, se possível, as mesmas são eliminadas, reduzindo a variabilidade e melhorando o processo. Nestas circunstâncias é possível determinar a sua capacidade para produzir segundo as especificações técnicas exigidas.

As cartas de controlo, uma ferramenta de fácil utilização que permite um ajuste contínuo do processo, através de uma visão gráfica do comportamento do mesmo, foram introduzidas por Walter A. Shewhart, durante o seu trabalho na Bell Telephones. Em 1931, o seu trabalho é publicado no livro *Economic Control Quality of Manufactured Product*.

Variados são os autores que desenvolvem esta temática, citam-se Braverman (1981), Doty (1996), Grant e Leavenworth (1996), Quesenberry (1997), Juran (1999), Ledolter e Burrill (1999), Pyzdek (1999), Wheeler (2004), Montgomery (2008b), Oakland (2008) e Pereira e Requeijo (2008). As Normas ISO 7870:2007 e ISO 7873:1993, são outras referências respeitantes às cartas de controlo.

### 2.4.1 Princípios Subjacentes às Cartas de Controlo

Um aspecto típico de uma carta de controlo é uma representação gráfica de valores, da evolução de uma estatística ( $\omega$ ) ao longo do tempo, referente a uma determinada característica da qualidade. Na Figura 2.1 apresenta-se uma carta de controlo tradicional, que contém uma linha central (LC) representativa do valor médio da estatística  $\omega$ , e duas linhas simetricamente colocadas acima e abaixo da linha central, designadas como limite superior (LSC) e limite inferior (LIC) de controlo.

A área delimitada pelos limites de controlo define a variação aleatória do processo. Se todos os pontos estiverem contidos entre estes limites, assume-se que o processo está sob controlo estatístico. Se forem detectados pontos fora dos limites de controlo, ou se existirem evidências de sequências especiais, sistemáticas e não aleatórias, significa que o processo está fora de controlo, sujeito a causas especiais de variação. As causas especiais aparecem numa carta de controlo por um motivo, desta forma, torna-se necessário investigar e tomar acções correctivas para identificar e eliminar as causas responsáveis por tal ocorrência, com intuito de melhorar o processo produtivo.

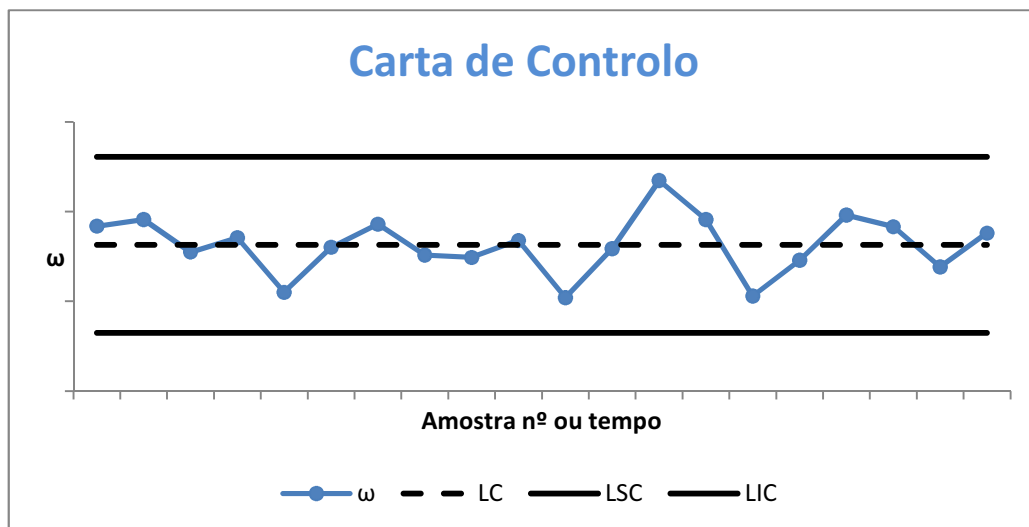


Figura 2.1 – Esquema de uma carta de controlo

Um modelo geral de uma carta de controlo pode ser descrito. Considerando-se que os valores da estatística ( $\omega$ ), seguem uma distribuição Normal, com média  $\mu_\omega$  e desvio padrão  $\sigma_\omega$ , a linha central, e os limites superior e inferior de controlo são dados por (Montgomery e Runger, 2006):

$$\begin{aligned}LSC_\omega &= \mu_\omega + L\sigma_\omega \\LC_\omega &= \mu_\omega \\LIC_\omega &= \mu_\omega - L\sigma_\omega\end{aligned}\tag{2.47}$$

$L$  representa a distância dos limites de controlo à linha central, e normalmente o valor usual é de  $L = 3$  ( $\alpha = 0,27\%$ ). Esta teoria geral de carta de controlo foi proposta por Dr. Walter S. Shewhart, assim as cartas de controlo desenvolvidas de acordo com estes princípios são habitualmente denominadas por Cartas de Controlo de Shewhart.

A distância dos limites de controlo à linha central é de  $\pm 3\sigma_\omega$ , o que é análogo a afirmar que, considerando que as observações são Normalmente distribuídas, a probabilidade de qualquer ponto se encontrar dentro dos limites de controlo é de 99,73%. Assim, a probabilidade de um ponto pertencente à distribuição de  $\omega$ , exceder um dos limites de controlo quando o processo se encontra sob controlo estatístico, é de 0,27%. A esta probabilidade dá-se o nome de risco do tipo I, risco do produtor ou nível de significância. Quando um ponto transpõe um dos limites de controlo, indica uma causa especial de variação, logo esse ponto acusa que os valores da estatística não pertencem à distribuição considerada.

Os limites de controlo consistem numa decisão crítica que deve ser tomada na realização de uma carta de controlo. Ao afastar o limite de controlo da linha central, o risco de um ponto exceder os limites de controlo, indicando uma condição de fora de controlo quando nenhuma causa especial está presente (risco de tipo I), diminui. Contudo um alargamento dos limites de controlo aumenta o risco de tipo II, o que equivale a considerar que o processo está controlado estatisticamente, quando na realidade, este se encontra fora de controlo. Se aproximarmos os limites de controlo à linha central, o efeito oposto é obtido, o risco de cometer um erro de tipo I aumenta, por outro lado, o risco de praticar um erro de tipo II é reduzido. Desta forma é usual justificar-se a utilização de três desvios padrão no valor dos limites de controlo, uma vez que os resultados práticos nestas condições são benéficos.

Após enunciados os conceitos estatísticos nos quais as cartas de controlo se baseiam, importa referir a forma como estas são utilizadas. Uma carta de controlo consiste num dispositivo que descreve exactamente o que se entende por controlo estatístico, como tal, pode ser utilizada de variadas formas. Uma correcta definição das fases que constituem o procedimento de construção das cartas de controlo têm sido alvo de várias opiniões de estatísticos envolvidos na área do controlo estatístico do processo, como pode ser comprovado no artigo de Woodall (2000).

Referências como Quesenberry (1997) e Pereira e Requeijo (2008) consideram que o procedimento de construção das cartas de controlo, pode distinguir-se em pelo menos duas fases. Numa primeira fase (Fase I), o interesse recai em concluir se os dados do passado provêm de um processo controlado, numa segunda fase (Fase II), as cartas de controlo são utilizadas para monitorizar o processo em tempo real. A Fase II só deverá ser iniciada, quando na Fase I o processo se encontra estatisticamente controlado, e capaz de produzir de acordo com a especificação técnica exigida.

Como constituem duas fases distintas, os procedimentos são diferentes quanto à ocorrência de uma causa especial de variação. Na Fase I, quando se verifica a existência de uma causa especial, o ponto por ela responsável deve ser eliminado e uma carta de controlo revista deve ser construída. No entanto é necessário ter em atenção, que se nesta fase vários pontos fora de controlo forem detectados, é necessário investigar a causa ou causas responsáveis por esta situação, corrigi-las e recolher novas amostras para o cálculo dos limites. Ainda na Fase I, e depois do processo se encontrar sob controlo estatístico e apenas sujeito a causas comuns de variação, os parâmetros de localização ( $\mu$ ) e dispersão ( $\sigma$ ) são estimados. Na Fase II já é assumido que o processo se encontra sob controlo estatístico e que os parâmetros do processo são conhecidos, desta forma quando se detecta a ocorrência de uma causa especial, deve ser averiguada a razão da sua ocorrência e implementadas as medidas correctivas necessárias para a eliminar.

Existem vários autores que descrevem um procedimento de construção das cartas de controlo. Como elementos de referência para a Fase I, podem citar-se Pereira e Requeijo (2008), Caulcutt (1995) e Doty (1996); para a Fase II referencia-se o autor Pereira e Requeijo (2008).

Palm (2000) não concorda totalmente com a divisão do controlo estatístico em duas fases, sugerindo três Estados. O Estado A, que equivale à fase retrospectiva, a fase inicial do processo; segue-se do Estado B que corresponde a um estado intermédio, um estado de melhoria; e por ultimo o Estado C, onde é efectuada a monitorização do processo.

Numa carta de controlo decisões do tipo sim ou não são tomadas, com base no valor de uma estatística e na região de aceitação. Esta é uma estrutura semelhante a um teste de hipóteses, no entanto discrepantes são as opiniões sobre a analogia entre as cartas de controlo e os testes de hipóteses. Juran (1997) descreve as cartas de controlo como sendo *“o mais potente teste de hipóteses existente”*, na mesma linha de raciocínio Box e Kramer (1992) afirmam que as cartas de controlo *“se assemelham a um sistema contínuo de testes de hipóteses estatísticos”*.

Existem no entanto autores que não concordam com esta analogia, como Deming (1986), Wheeler (2004), Hoerl e Palm (1992), entre outros. Deming (1986) defende que considerar as cartas de controlo como testes de hipóteses é um erro, uma vez que as regras de detecção de causas especiais não podem ser vistas como testes de hipóteses. Argumenta ainda, que as aplicações práticas na indústria requerem estudos *“analíticos”* devido à natureza dinâmica dos processos produtivos.

Segundo Woodall (2000), esta controvérsia é parcialmente esclarecida quando se define o controlo estatístico em duas fases. Na Fase II a forma da distribuição dos valores é conhecida, assim como os valores dos parâmetros, fazendo sentido nesta fase descrever as cartas de controlo como um teste de hipótese. Contrariamente, na Fase I não existe uma distribuição definida, por isso uma carta de controlo não pode ser descrita como um teste de hipóteses. Poderá na realidade, ser entendida como uma ferramenta de análise exploratória.

Ao longo da sua história, as cartas de controlo têm tido grande popularidade, no que respeita à sua aplicação na indústria. Montgomery (2008b) alega cinco fundamentos para este facto:

1. As cartas de controlo são uma técnica comprovada de melhoria de produtividade. Uma correcta aplicação de cartas de controlo, reduz desperdícios e evita o *“fazer de novo”*, o que se reflecte num aumento de capacidade de produção e numa diminuição dos custos.

2. Constituem uma ferramenta eficaz na prevenção de defeitos. Ajudam a manter o processo sob controlo estatístico, o que é consistente com a filosofia “fazer bem à primeira”.
3. As cartas de controlo, evitam ajustes desnecessários no processo. Uma carta de controlo pode ser utilizada para fazer a distinção entre “ruído de fundo” (causas comuns) e “variação anormal” (causas especiais). Se os ajustes no processo não forem realizados com base em cartas de controlo, o que acontece muitas vezes é que estes incidem em causas comuns, e ajustes desnecessários são realizados. Ajustes desnecessários podem resultar numa deterioração do desempenho do processo.
4. As cartas de controlo permitem assinalar situações de perturbação que possam surgir no processo. Frequentemente, o padrão dos dados contidos numa carta de controlo irá fornecer informações de diagnóstico, que para um operador ou um engenheiro experiente, permitem implementar mudanças no processo de forma a melhorar o seu desempenho.
5. Consistem um eficaz método de estimação de parâmetros; de tendência central e dispersão do processo; e fornecem informações sobre a capacidade do mesmo.

#### 2.4.2 Recolha de Dados

A ideia fundamental na utilização de cartas de controlo, é uma recolha de dados de acordo com o que Shewhart denominou de subgrupos (amostras) racionais. Isto significa que os subgrupos ou amostras devem ser seleccionados de tal modo que, se estiverem presentes causas especiais, a probabilidade de existirem diferenças entre os subgrupos é maximizada, enquanto a probabilidade de se detectarem diferenças dentro dos subgrupos é minimizada (Montgomery, 2008b). Assim se pode atribuir a variação entre amostras a causas especiais e a variação dentro das amostras a causas comuns ou aleatórias. Uma carta de controlo deve conter dados, sempre que possível, de subgrupos homogéneos. Para tal, é espectável que as unidades tenham sido produzidas consecutivamente e de forma análoga.

Outro aspecto a ter em consideração na construção dos subgrupos racionais é garantir o cuidado de não misturar unidades provenientes de populações diferentes. Isto significa, que é essencial verificar se as condições de operação são mantidas o mais uniformes possíveis. No entanto, em algumas situações, a mesma carta de controlo pode ser utilizada, não sendo necessário definir uma carta de controlo distinta para cada equipamento ou para cada fornecedor, desde que estudos preliminares tenham sido realizados, baseados por exemplo em testes de hipóteses ou análises de variância sobre os parâmetros das características da qualidade em estudo (Pereira e Requeijo, 2008).

Quando não é praticável obter subgrupos racionais, a análise terá de ser baseada em amostras constituídas por uma só observação. O controlo da dispersão do processo, com apenas uma observação, é impraticável. Assim, para colmatar esta lacuna, o procedimento mais utilizado é determinar a medida de dispersão com base na observação recolhida nesse instante e uma ou mais observações recolhidas em instante imediatamente anterior, construindo uma “amostra fictícia” que é denominada de amplitude móvel.

Definidos os subgrupos racionais, é fundamental definir o número de amostras ( $m$ ) a ser recolhidas na Fase I, a frequência com que estas são recolhidas e a respectiva dimensão das mesmas ( $n$ ).

Na Fase I é necessário ter em atenção o número de amostras que vão ser recolhidas para a sua realização, uma vez que vão ser estimados os parâmetros e os limites de controlo. Por isso, é necessário recolher um número suficiente de amostras de tal forma que as observações sejam representativas do processo. Segundo vários autores um mínimo de 100 observações individuais deve ser recolhido para esta fase preliminar. Quesenberry (1997) afirma que tal critério não é suficiente, estabelecendo uma relação entre o número de amostras e a dimensão da amostra que é apresentada na equação (2.48). Afirma também que quando são utilizadas observações individuais o número mínimo de dados a recolher na Fase I deverá ser de 300 observações.

$$m \geq \frac{400}{(n - 1)} \quad (2.48)$$

No que diz respeito à frequência de amostragem, a recolha deve ser realizada em intervalos apropriados e as vezes suficientes, para que as observações recolhidas possam espelhar o comportamento do processo. No entanto, numa fase inicial, é prática comum uma recolha frequente em intervalos curtos e regulares, com intuito de verificar se existem muitas alterações no processo provocadas pela ocorrência de causas especiais. Quando o processo se encontra estatisticamente controlado, a frequência de recolha tende a diminuir, desde que continue a ser representativa do processo (Pereira e Requeijo, 2008). No entanto, a frequência de amostragem é tanto melhor quanto maior for o seu valor. O mesmo acontece no que concerne à dimensão da amostra, um aumento na dimensão da amostra reflecte-se numa maior sensibilidade na detecção de alterações nos parâmetros do processo. Contudo, geralmente esta prática não é exequível, uma vez se torna inoportável por motivos económicos ou operacionais.

### 2.4.3 Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo

Um conceito importante associado às cartas de controlo é a noção de *ARL* (*Average Run Length*). Segundo Montgomery (2008b) este termo é utilizado para representar o número médio de pontos representados numa carta de controlo antes de um ponto indicar uma situação de fora de controlo.

Quando o processo se encontra sob controlo estatístico, é desejável que o valor do  $ARL_{Em\ Controlo}$  seja o maior possível, uma vez que o número de falsos alarmes são reduzidos. Contrariamente quando processo não está estatisticamente controlado, é desejável que o valor do  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  seja o mais pequeno possível, de forma a serem detectadas mais rapidamente alterações nos parâmetros do processo. Para as cartas de Shewhart, o  $ARL_{Em\ Controlo}$  e o  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  são definidos pelas equações (2.49) e (2.50) respectivamente, onde  $\alpha$  representa a probabilidade de cometer um erro de tipo I e  $\beta$  a probabilidade de cometer um erro de tipo II.

$$ARL_{Em\ Controlo} = ARL_{EC} = \frac{1}{\alpha} \quad (2.49)$$

$$ARL_{Fora\ de\ Controlo} = ARL_{FC} = \frac{1}{1 - \beta} \quad (2.50)$$

De acordo com o que foi referido no ponto 2.4.1,  $\alpha$  toma o valor de 0,27% valor definido por Shewhart, assente com base em critérios preferencialmente económicos. Quer isto dizer



que em média existirá um falso alarme de 370 em 370 pontos, ou seja durante este período um ponto que pertence à distribuição de  $\omega$  está fora dos limites de controlo.

Outro aspecto importante na construção das cartas de Shewhart é a falta de sensibilidade na detecção de pequenas alterações dos parâmetros do processo. A análise de padrões não aleatórios nas cartas de controlo fornece valiosas informações quanto à melhoria dos processos.

Estes padrões não aleatórios podem ser: tendências (contínuo movimento de pontos numa direcção) que podem indicar fadiga do operador, deterioração de equipamento, ou desgaste da ferramenta; deslocações (brusca mudança na média do processo), pode ser devido à realização de ajustes no processo, alterações na matéria-prima, ou introdução de novos operadores; ciclos (previsíveis oscilações de altos e baixos, que se podem repetir devido à presença ou ausência de uma causa específica), e podem ser causados por rotatividade de operadores, alterações, ou flutuações de temperatura, fadiga do operador, ou variações no equipamento de medição; misturas (existência de altos e baixos, pontos demasiado perto dos limites de controlo, combinações de dados provenientes de diferentes populações), podem ser originadas por mudanças de fornecedores, máquinas ou equipamentos; estratificação (pontos muito perto da linha central) eventualmente causada pela recolha de dados de diferentes populações ou amostras que não foram retiradas de forma aleatória (Montgomery, 2008b).

Para colmatar tal limitação, com objectivo de identificação desses padrões não aleatórios e de optimizar o desempenho das cartas de Shewhart, foram propostos novos desenvolvimentos, destacando-se o contributo mais marcante referenciado pela WesternElectric (1956), onde estabelece um conjunto de oito regras com finalidade de aumentar a sensibilidade das cartas de controlo. As várias regras que têm sido publicadas não apresentam diferenças substanciais entre si, assim a presente dissertação irá basear-se nas regras da Norma ISO 8258:1991 ilustradas na Figura 2.2. As regras são as seguintes:

- Regra 1:** Um qualquer ponto fora dos limites de controlo  $3\sigma$
- Regra 2:** Nove pontos consecutivos do mesmo lado da linha central
- Regra 3:** Seis pontos consecutivos no sentido ascendente ou descendente
- Regra 4:** Catorze pontos consecutivos crescendo e decrescendo alternadamente
- Regra 5:** Dois de três pontos consecutivos na zona A, do mesmo lado da linha central
- Regra 6:** Quatro de cinco pontos consecutivos na zona B ou A, do mesmo lado da linha central
- Regra 7:** Quinze pontos consecutivos na zona C, acima e abaixo da linha central
- Regra 8:** Oito pontos consecutivos de ambos os lados da linha central, sem nenhum na zona C

A base para a aplicação destas regras consiste na divisão de uma carta de controlo de Shewhart em seis zonas. Estas zonas são formadas através de limites de aviso simétricos à linha central, que se situam entre os limites de controlo, como se pode observar na Figura 2.2. Cada zona tem uma largura equivalente a  $1\sigma_\omega$  e são designadas por A, B e C.

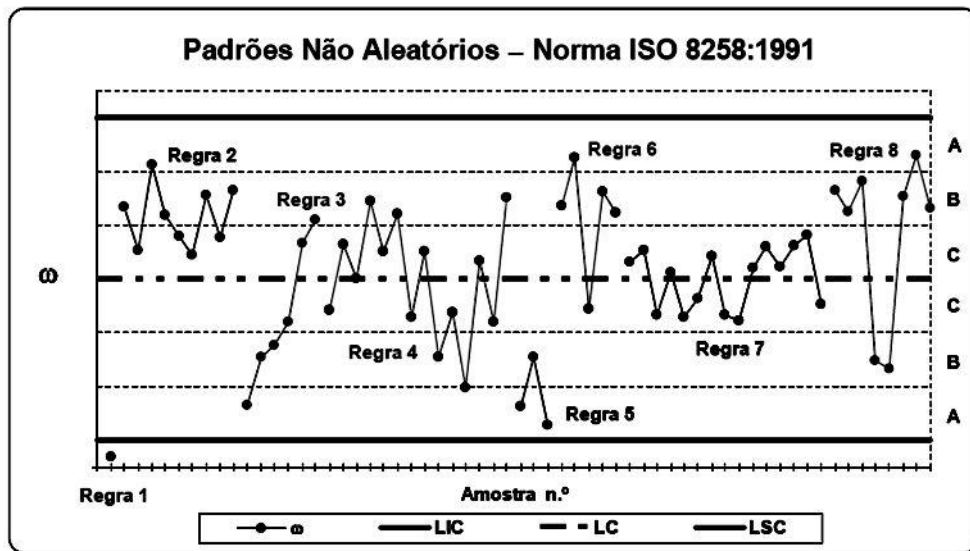


Figura 2.2: Regras de detecção de causas especiais (Pereira e Requeijo, 2008)

O uso das regras mencionadas, podem ser muito úteis no início da aplicação do controlo estatístico do processo, quando o foco é a estabilização dos processos. Uma vez que o processo se encontre estabilizado (Fase II do SPC) o uso rotineiro destas regras com objectivo de detectar pequenas alterações deve ser desencorajado. Uma vez que estas pequenas alterações podem constituir falsos alarmes (Montgomery, 2008b).

#### 2.4.4 Tipos de Cartas de Controlo

As cartas de controlo podem ser classificadas em dois tipos, cartas de controlo de variáveis e cartas de controlo de atributos.

Quando as características da qualidade podem ser medidas e expressas numa escala contínua de medições, utilizam-se cartas de controlo de variáveis. Como se trata de variáveis contínuas, devem ser construídas duas cartas, uma para controlar o parâmetro de localização e outra para controlar o parâmetro de dispersão.

Se as características da qualidade não são medidas numa escala contínua, são utilizadas as chamadas cartas de controlo de atributos. Neste caso, apenas se avalia se as unidades de produto obedecem ou não a um determinado requisito especificado. Nesta situação só é construída uma carta de controlo que espelha todo processo.

As cartas tradicionais mais utilizadas no controlo de variáveis e atributos são apresentadas respectivamente nos Quadro 2.3 e Quadro 2.4



Quadro 2.3: Tipos de cartas de controlo de variáveis

Cartas de Controlo da Variáveis	
Tipos de Cartas	Aplicação
Carta $\bar{X}$ e Carta $R$	Média e Amplitude
Carta $\bar{X}$ e Carta $S$	Média e Desvio Padrão
Carta $\bar{X}$ e Carta $S^2$	Média e Variância
Carta $\tilde{X}$ e Carta $R$	Mediana a Amplitude
Carta $X$ e Carta $MR$	Observações Individuais e Amplitudes Móveis

Quadro 2.4: Tipos de cartas de controlo de atributos

Cartas de Controlo de Atributos	
Tipos de Cartas	Aplicação
Carta $p$	Proporção de unidades não conformes numa amostra de tamanho variável ou constante
Carta $np$	Número de unidades não conformes numa amostra de dimensão constante
Carta $c$	Número de defeitos numa amostra de dimensão constante
Carta $u$	Número de defeitos por unidade derivados de uma amostra de dimensão variável ou constante

Na presente dissertação as aplicações realizadas foram todas respeitantes a variáveis contínuas. Assim só se irão abordar conteúdos relacionados com o controlo de variáveis. Também só serão apresentados os desenvolvimentos das cartas de controlo de variáveis quando a dimensão da amostra é constante.

#### 2.4.5 Cartas de Controlo de Variáveis

As cartas de controlo de variáveis devem ser utilizadas em detrimento das cartas de controlo de atributos, uma vez que contêm muito mais informação do processo, representam-no a nível numérico e não apenas como conforme ou não conforme, dando a percepção global do comportamento do mesmo.

Quando aplicadas as cartas de controlo de variáveis, é necessário ter em conta se as observações são independentes ou auto-correlacionadas. Se os dados são independentes, aplicam-se os desenvolvimentos apresentados neste tópico, caso contrário, existem outras técnicas para controlar os dados quando apresentam auto-correlação, como as que vão ser abordadas em 2.8.

Em linhas gerais, vão ser expostas as considerações que se devem ter em conta nas Fases I e II do controlo estatístico, quando os dados não provêm de processos auto-correlacionados.

### 2.4.5.1 Fase I do SPC

Nesta etapa do controlo estatístico, denominada como fase preliminar do controlo estatístico, são calculados os limites de controlo e estimados os parâmetros do processo, com base nos dados recolhidos. Neste ponto caracterizam-se as cartas de controlo de variáveis anteriormente referidas, e apresentam-se os procedimentos a adoptar na sua construção.

#### Carta de Controlo da Média e Amplitude

Na construção da carta da média ( $\bar{X}$ ) e amplitude ( $R$ ) as estatísticas a serem controladas para cada amostra  $i$ , são dadas respectivamente por:

$$\bar{X}_i = \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij}}{n} \quad (2.51)$$

$$R_i = X_{\max} - X_{\min} \quad (2.52)$$

Como na Fase I os parâmetros do processo não são conhecidos, a linha central e os limites de controlo para a carta da média são calculados através da equação (2.53). A linha central e os limites de controlo da carta da amplitude são calculados recorrendo à equação (2.54). O estimador do desvio padrão do processo,  $\sigma$ , é estimado por  $\bar{R}/d_2$ , e o desvio padrão da amplitude,  $\sigma_R$  depende do desvio padrão do processo e é dado por  $d_3\sigma$ . Os valores das constantes  $A_2, d_2, d_3, D_3$  e  $D_4$ , só dependem da dimensão da amostra e são obtidos através da Tabela I.1 no Anexo I.

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} LSC_R &= D_4 \bar{R} \\ LSC_R &= \bar{R} = \frac{\sum_{i=1}^m R_i}{m} \\ LIC_R &= D_3 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.54)$$

#### Carta de Controlo da Média e Desvio Padrão

A carta da média ( $\bar{X}$ ) controla para cada amostra  $i$ , a estatística apresentada na equação (2.51). Na carta do desvio padrão representam-se os desvios padrão das amostras,  $S_i$ , calculados da seguinte forma:

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n-1}} \quad (2.55)$$

Na carta da média são apresentados, a linha central e os limites de controlo através da equação (2.56). A linha central e os limites de controlo da carta do desvio padrão são calculados recorrendo à equação (2.57). O estimador do desvio padrão do processo é estimado por  $\bar{S}/c_4$ , e para o cálculo do desvio padrão da distribuição de  $S$ ,  $\sigma_s$ , utiliza-se

$\sigma\sqrt{1 - c_4^2}$ . Os valores das constantes  $C_4, A_3, B_4$  e  $B_3$ , só dependem da dimensão da amostra e estão tabulados (Tabela I.1 no anexo I).

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + A_3\bar{S} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - A_3\bar{S} \\ LSC_S &= B_4\bar{S} \\ LSC_S &= \bar{S} = \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \\ LIC_S &= B_3\bar{S} \end{aligned} \quad (2.57)$$

### Carta de Controlo da Média e Variância

A carta da média ( $\bar{X}$ ) controla para cada amostra  $i$ , a estatística apresentada na equação (2.51), na carta da variância são representadas as variâncias das amostras,  $S_i^2$ , calculadas pela equação (2.58).

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_i)^2}{n - 1} \quad (2.58)$$

As linhas centrais e os limites de controlo para a carta da média e variância, são calculados respectivamente através da Equação (2.59) e (2.60). Os valores de  $\chi_{\alpha/2;n-1}^2$  e  $\chi_{(1-\alpha/2);n-1}^2$  representam os valores críticos superior e inferior da distribuição  $\chi^2$ , com  $(n - 1)$  graus de liberdade para um nível de significância de  $\alpha$ .

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + 3\sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \end{aligned} \quad (2.59)$$

$$\begin{aligned} LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - 3\sqrt{\frac{\bar{S}^2}{n}} \\ LSC_{S^2} &= \frac{\bar{S}^2}{n - 1} \chi_{\alpha/2;n-1}^2 \\ LSC_{S^2} &= \bar{S}^2 = \left( \frac{\sum_{i=1}^m S_i}{m} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.60)$$

$$LIC_{S^2} = \frac{\bar{S}^2}{n - 1} \chi_{(1-\alpha/2);n-1}^2$$

### Carta de Controlo da Mediana e Amplitude

Na carta de mediana são representados os valores das observações individuais e a mediana de cada amostra é assinalada. Com o objectivo de facilitar o cálculo da mediada, é usual a utilização de amostras de número ímpar. O controlo através da carta da amplitude, é realizado através das amplitudes das amostras,  $R_i$ , estimadas através de equação (2.52).

Os valores da linha central e os limites de controlo para a carta da mediana e amplitude são calculados respectivamente através da Equação (2.61) e (2.54). Os valores da constante  $\tilde{A}_2$  ( para  $n = 3, 5, 7$  e  $9$ ), são apresentados no Quadro 2.5 (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\begin{aligned} LSC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} + \tilde{A}_2 \bar{R} \\ LC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \\ LIC_{\bar{X}} &= \bar{\bar{X}} - \tilde{A}_2 \bar{R} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Quadro 2.5: Valores para a constante  $\tilde{A}_2$

$n$	3	5	7	9
$\tilde{A}_2$	1,187	0,691	0,508	0,412

### Carta de Controlo de Observações Individuais e Amplitudes Móveis

Na carta  $X$  controlam-se as observações individuais, na carta  $MR$  controlam-se as amplitudes móveis. Como foi referido no ponto 2.4.2 as amplitudes móveis são determinadas através de duas observações consecutivas da variável  $X$ , como se pode observar na equação (2.62).

$$MR_i = |X_i - X_{i-1}| \quad (2.62)$$

O valor da linha central e dos limites de controlo para a carta das observações individuais e amplitudes móveis são determinados através da equação (2.63) e (2.64). É pertinente referir que  $k + 1$  representa o número de observações que constituem cada “amostra fictícia”, e na aplicação prática da presente dissertação a “amostra fictícia” é constituída por duas observações consecutivas. Assim nesta situação os valores de  $d_2, D_4$  e  $D_3$ , obtidos através da Tabela I.1 que se encontra no anexo I, são retirados para uma amostra de dimensão  $n = 2$ .

$$\begin{aligned} LSC_X &= \bar{\bar{X}} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ LC_X &= \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \\ LIC_X &= \bar{\bar{X}} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \\ LSC_{MR} &= D_4 \overline{MR} \\ LC_{MR} &= \overline{MR} = \frac{\sum_{i=k+1}^N MR_i}{N - k} \\ LIC_{MR} &= D_3 \overline{MR} \end{aligned} \quad (2.64)$$

### 2.4.5.2 Parâmetros do Processo

Depois do processo se encontrar sob controlo estatístico, isto é, somente sujeito a causas comuns de variação, os parâmetros do processo, a média ( $\mu$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ) podem ser estimados. No Quadro 2.6 são apresentados os estimadores para os parâmetros de localização e dispersão do processo correspondentes às cartas detalhadas no ponto 2.4.5.

Quadro 2.6: Estimadores dos parâmetros do processo

	Cartas $\bar{X}$ e Carta $R$	Carta $\bar{X}$ e Carta $S$	Carta $\bar{X}$ e Carta $S^2$	Carta $\bar{X}$ e Carta $R$	Carta $\bar{X}$ e Carta $MR$
$\hat{\mu}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}}$
$\hat{\sigma}$	$\frac{\bar{R}}{d_2}$	$\frac{\bar{S}}{c_4}$	$\sqrt{\bar{S}^2}$	$\frac{\bar{R}}{d_2}$	$\frac{\overline{MR}}{d_2}$

### 2.4.5.3 Fase II do SPC

Após verificada a estabilidade do processo e estimados os valores dos parâmetros, média e dispersão, dá-se continuidade ao controlo estatístico através da sua monitorização, procedimento designado como Fase II. Conhecidos os parâmetros, o valor da linha central e os limites de controlo para a fase de monitorização podem ser estimados. Nesta estimação duas situações são exequíveis: os valores da linha central e limites de controlo são análogos aos da Fase I, se nenhuma alteração à dimensão da amostra for efectuada; ou os valores da linha central e limites de controlo são determinados em função das estimativas dos parâmetros do processo, se a dimensão da amostra for modificada. São apresentadas no Quadro 2.7 as expressões para o cálculo da linha central e limites de controlo das cartas de variáveis na Fase II

Quadro 2.7: Limites de controlo das Carta de Variáveis para a Fase II

	Cartas $\bar{X}$	Carta $\bar{X}$	Carta $\bar{X}$	Carta $R$	Carta $S$	Carta $S^2$	Carta $MR$
$LSC$	$\mu + 3\sigma$	$\mu + A\sigma$	$\mu + A\sigma$	$D_2\sigma$	$B_6\sigma$	$\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{\alpha/2;n-1}$	$D_2\sigma$
$LC$	$\mu$	$\mu$	$\mu$	$d_2\sigma$	$c_4\sigma$	$\sigma^2$	$d_2\sigma$
$LIC$	$\mu - 3\sigma$	$\mu - A\sigma$	$\mu - A\sigma$	$D_1\sigma$	$B_5\sigma$	$\frac{\sigma^2}{n-1}\chi^2_{(1-\alpha/2);n-1}$	$D_1\sigma$

### 2.4.5.4 Considerações nas Aplicações de Cartas de Controlo de Variáveis

Na escolha da carta de controlo que vai ser aplicada é necessário ter algumas considerações, uma vez que uma escolha ajustada poderá significar o sucesso nos resultados.

Como foi dito anteriormente, quando a característica da qualidade for contínua, é controlado o valor médio e variabilidade da mesma. Para o controlo da localização do processo é geralmente utilizada uma carta de carta de controlo da média ( $\bar{X}$ ), enquanto que no controlo da variabilidade do processo é mais comum a utilização das cartas da amplitude ( $R$ ) e desvio padrão ( $S$ ).

Segundo Montgomery (2008b), a estimação do parâmetro de dispersão do processo através da carta de controlo do desvio padrão é mais eficiente do que através da carta da amplitude, como se verifica pelo Quadro 2.8.

Quadro 2.8: Eficiência relativa na estimação do parâmetro  $\sigma$  entre os estimadores  $\bar{S}/c_4$  e  $\bar{R}/d_2$  (Montgomery, 2008b)

$n$	Eficiência Relativa
2	1,000
3	0,992
4	0,975
5	0,955
6	0,930
10	0,850

Tal constatação deve-se ao facto da amplitude apenas considerar os valores extremos da amostra, ignorando uma boa parte da informação nela contida, contrariamente ao cálculo do desvio padrão amostral, onde todos os pontos que constituem a amostra são considerados. Assim, pode afirmar-se que quando o objectivo é controlar com uma amostra de grande dimensão ( $n \geq 10$ ), a utilização do desvio padrão é aconselhável em detrimento da amplitude.

Em alternativa à carta  $S$ , para controlar a dispersão do processo, pode ser utilizada a carta de controlo da variância  $S^2$ . No entanto a carta  $R$  é a mais aplicada nas organizações uma vez que a sua construção é menos complexa.

A carta da mediana ( $\tilde{X}$ ) pode ser utilizada em alternativa à carta da média ( $\bar{X}$ ), quando a dimensão da amostra é mais reduzida ( $n \leq 10$ ). Esta alternativa é geralmente tomada devido à facilidade de cálculo da carta da mediana, no entanto têm como contrapartida uma menor eficiência, pois considera apenas os valores centrais desprezando as observações extremas da amostra.

Quando a amostra é formada por uma única observação, isto é  $n = 1$ , são usadas cartas de observações individuais ( $X$ ) e amplitudes móveis ( $MR$ ).

## 2.5 Condições de Aplicação

As temáticas desenvolvidas no ponto 2.4 só podem ser aplicadas quanto está intrínseca a aleatoriedade, a independência e a Normalidade dos dados. Isto significa que os dados relativos à característica a controlar pressupõem-se independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal com média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ . Neste ponto o objectivo é abordar formas de identificação da veracidade ou da não veracidade dos pressupostos de aleatoriedade, independência e Normalidade dos dados.

### 2.5.1 Aleatoriedade dos Dados

Entende-se por aleatoriedade dos dados, a incapacidade de prever o desenvolvimento no tempo dos dados futuros, quando os mesmos não apresentam um comportamento sistemático, mas sim aleatórios sem correlações, não descrevendo um padrão determinístico.

A não aleatoriedade dos dados pode ter origem em vários factores, como por exemplo mistura de populações, existência de correlação positiva ou negativa entre observações consecutivas ou desfasadas no tempo, periodicidade, entre outros. Pereira e Requeijo (2008) apresentam os seguintes métodos para verificação da aleatoriedade dos dados, Teste de Sequências, Teste de Sequências Ascendentes e Descendentes, Teste Modificado do Quadrado Médio das Diferenças Sucessivas.

### 2.5.2 Independência dos Dados

O pressuposto de independência dos dados é fundamental para a aplicação das cartas de controlo de Shewhart desenvolvidas no ponto 2.4. A auto-correlação é um mecanismo existente nos processos, que faz com que os dados não sejam independentes entre si ao longo do tempo, isto é, o valor da observação que uma variável toma num determinado instante, depende em parte, do seu valor no instante anterior ou dos valores dos instantes anteriores. Quando as observações seguem um modelo adaptável ou quando os dados do processo se comportam segundo uma função determinística, os dados consideram-se auto-correlacionados.

O principal efeito da auto-correlação, caracteriza-se pelo aumento de falsos alarmes no processo, por outras palavras, a diminuição do  $ARL_{EC}$ . Mesmo com a presença de níveis baixos de auto-correlação, observam-se distúrbios significativos nas propriedades das cartas de controlo, o que se reflecte negativamente na performance das cartas de controlo de Shewhart (Alwan e Roberts, 1988); (Montgomery e Mastrangelo, 1991). A existência sistemática de padrões não aleatórios, motivados pela auto-correlação no processo, inviabiliza a distinção entre causas comuns e causas especiais de variação, dificultando a identificação do estado de controlo estatístico e dos desvios a esse controlo estatístico (Alwan e Roberts, 1988).

O fenómeno da auto-correlação está normalmente presente em processos onde a frequência de amostragem é muito elevada ou devido à dinâmica inerente aos próprios processos. Segundo Montgomery (2008b), em todos os processos químicos a auto-correlação deverá ser verificada, uma vez que nestas situações as características evidenciam uma forte dinâmica provocada pelas forças de inércia. Esta situação é devida às constantes alterações nos constituintes do processo, que fazem parte da natureza dos próprios processos, mas que se podem evidenciar nas cartas de controlo se Shewhart como situações de fora de controlo.

A forma mais usual de detecção da auto-correlação é feita através da aplicação da *Função de Auto-Correlação (FAC)* e da *Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)*. Esta temática será aprofundada no ponto 2.8.1. Quando é verificada a auto-correlação dos dados, existem distintas linhas de abordagem de aplicação de cartas de controlo para dados auto-correlacionados. Estas abordagens serão posteriormente desenvolvidas no ponto 2.8.3.

### 2.5.3 Normalidade dos Dados

O último pressuposto na aplicação das cartas de controlo de Shewhart diz respeito à Normalidade dos dados. Lipson e Sheth (1973) afirmam que na falta de evidências contrárias, numa primeira abordagem, os dados são considerados Normalmente distribuídos. Contudo Montgomery (2008b), alerta para a existência, em muitas situações práticas, de razões que levem a colocar a dúvida na suposição de Normalidade, o que implica especial atenção na análise dos dados.

Quando o pressuposto de Normalidade não é satisfeito, a aplicação dos desenvolvimentos expostos em 2.4 podem levar a erróneas conclusões acerca do comportamento do processo. Para evitar incorrectas suposições de existência de uma distribuição Normal, efectuem-se testes de Normalidade dos dados, tais como os que foram referidos na verificação dos pressupostos da análise de variância, em 2.2.2.1. Destacam-se os testes do *Qui-Quadrado* e *Kolmogorov-Smirnov*, uma vez que constituem testes com maior potência, e consequentemente com maior aplicação.

De forma a dar resposta a situações onde a Normalidade dos dados não é verificada, vários foram os contributos de autores que estudaram esta problemática. Shewhart afirma que para uma dimensão da amostra superior ou igual a 4 e para distribuições suficientemente simétricas, a distribuição de médias de amostra é aproximadamente Normal. Assim para a carta  $\bar{X}$  o pressuposto de Normalidade não tem necessariamente de ser verificado (Requeijo, 2004). Spedding e Rawlings (1994), chegam a conclusões muito semelhantes às de Shewhart no que concerne às cartas  $\bar{X}$ , no entanto afirmam, que nas cartas de controlo da dispersão as consequências da não Normalidade são mais graves. Assim aconselham a verificação da Normalidade dos dados, mesmo quando a dimensão da amostra é superior a 4.

Quando a Normalidade dos dados não é verificada, Pereira e Requeijo (2008) propõem um dos seguintes desenvolvimentos, para que seja possível tratar os dados não Normais:

- Caracterização da distribuição da característica da qualidade.
- Transformação dos dados, através da transformação de Box e Cox ou da transformação com recurso às distribuições de Johnson, de forma a obter-se uma variável Normalmente distribuída.
- Utilização do Método da Variância Ponderada para distribuições assimétricas.

No que respeita à capacidade, Kotz e Johnson (2002) alertam que a ausência de Normalidade aumenta a necessidade de atenção no uso dos índices de capacidade, para inferir a qualidade do processo em estudo.

Na presente dissertação não se aborda de forma detalhada a questão da não Normalidade, uma vez que a sua aplicação não foi necessária. Contudo, para maior desenvolvimento recomenda-se a consulta do trabalho de Requeijo (2004).

### 2.6 Capacidade Univariada do Processo

A elevada variabilidade inerente ao processo, ou a deslocação da média em relação ao valor nominal da especificação, são factores que podem pôr em causa a capacidade do processo. O estudo da capacidade do processo reflecte a aptidão de produzir de acordo com as especificações exigidas, estabelecendo uma comparação entre a amplitude de especificação e a variação apresentada pelo processo.



Segundo Montgomery (2008b), a análise de capacidade pode ser estudada através de histogramas ou gráficos de probabilidade, cartas de controlo e desenho de experiências. Contudo, na presente dissertação apenas será abordado o estudo da capacidade através de cartas de controlo.

Juran (1999) introduziu o conceito básico de índices de capacidade, e os mesmos obtiveram uma rápida aceitação na indústria, por condensarem num só valor uma grande quantidade de informação acerca de um processo. Montgomery (2008b) apresenta quatro índices de capacidade do processo, vulgarmente conhecidos por  $C_p$ ,  $C_{pk}$ ,  $C_{pm}$  e  $C_{pmk}$ , e projectados originalmente para serem usados em dados Normalmente distribuídos e em processos estatisticamente controlados.

Na análise univariada da capacidade do processo, é assumida que uma característica é independente e identicamente distribuída, segundo uma distribuição Normal, e que 99,73% dos dados se encontram compreendidos no intervalo  $\mu \pm 3\sigma$ . Embora a Normalidade seja um pressuposto fundamental, a sua inexistência não é impeditiva à avaliação da capacidade do processo, uma vez que existem índices equivalentes que poderão ser utilizados na ocorrência de não Normalidade. Esta temática não é objectivo de estudo no presente trabalho, embora possam citar-se trabalhos que a abordem como Clements (1989), Pearn e Chen (1997), Chen e Ding (2001) e Requeijo (2004).

O índice  $C_p$ , introduzido em 1974 por Juran (1999), é habitualmente denominado como índice de capacidade potencial, e relaciona a amplitude da especificação com a amplitude natural do processo. Assim, quanto maior for o valor de  $C_p$ , maior será a capacidade do processo em satisfazer as especificações exigidas, desde que a média se situe centrada no valor nominal. O índice  $C_p$  só é aplicado quando as características em estudo têm uma distribuição bilateral e define-se pela equação (2.65), onde  $LSE$  representa o limite superior da especificação,  $LIE$  o limite inferior de especificação e  $6\sigma$  a variabilidade total do processo.

$$C_p = \frac{LSE - LIE}{6\sigma} \quad (2.65)$$

É de referir que o índice  $C_p$  não considera a localização do processo, tem apenas em consideração a relação entre a amplitude do intervalo de especificação e a variabilidade natural do processo, para o cálculo do seu valor. Como consequência, para qualquer valor de  $C_p$ , pode existir um percentual de observações fora da especificação, e este percentual vai depender apenas da localização da média do processo. Como tal, o índice  $C_p$  apenas transmite a ideia da potencial capacidade do processo de produzir dentro do intervalo especificado. É importante salientar que na prática, nem sempre o processo se encontra centrado no valor nominal da especificação, assim o índice  $C_p$  pode levar a conclusões erradas.

Outra lacuna na funcionalidade do índice  $C_p$  é a restrita aplicação a processos bilaterais. De forma a colmatar estes problemas, Kane (1986) propõe o índice de desempenho  $C_{pk}$ , que tem em consideração a distância da média do processo aos limites de especificação, e a sua aplicação é válida em características que possuem especificações unilaterais. Este índice pode ser determinado por:

$$C_{pk} = \min\left((C_{pk})_S, (C_{pk})_I\right) \quad (2.66)$$

onde,

$$(C_{pk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sigma} \quad (2.67)$$

$$(C_{pk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sigma} \quad (2.68)$$

Quando o processo está centrado no valor nominal da especificação,  $(C_{pk})_S = (C_{pk})_I$ , o que equivale a  $C_p = C_{pk}$ . Quando  $C_p \neq C_{pk}$ , sabe-se que o processo não está centrado, isto é, a média não coincide com o valor nominal da especificação.

Os índices  $C_{pm}$  e  $C_{pmk}$  são índices alternativos aos anteriores, e consideram além da variação do processo, a distância da média em relação ao valor nominal da especificação.

O índice  $C_{pm}$ , introduzido por Hsiang e Taguchi (1985), é dado pela equação (2.69), onde  $T$  corresponde ao valor nominal da especificação.

$$C_{pm} = \frac{LSE - LIE}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.69)$$

Pela definição do índice  $C_{pm}$ , é perceptível que um aumento na variabilidade do processo resulte num aumento do denominador do índice e consequentemente numa diminuição no valor do índice. Além disso, quanto maior é a distância do processo em relação ao valor nominal, maior o denominador e menor é o valor do índice. Desta forma, é lógico inferir que o uso de  $C_{pm}$  é vantajoso em detrimento do uso do índice  $C_p$ , uma vez que tem em conta o desvio da média em relação ao valor nominal.

Pearn *et al.* (1992) sugerem outro índice, o  $C_{pmk}$ , estimado através da equação (2.70).

$$C_{pmk} = \min\left((C_{pmk})_S, (C_{pmk})_I\right) \quad (2.70)$$

onde,

$$(C_{pmk})_S = \frac{LSE - \mu}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.71)$$

$$(C_{pmk})_I = \frac{\mu - LIE}{3\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} \quad (2.72)$$

Na presente dissertação, o estudo da capacidade foi realizado através dos índices  $C_p$  e  $C_{pk}$ , que embora menos sensíveis, é necessário ter em consideração que a sua aplicação prática é satisfatória no processo em estudo.

Uma vez definidos os índices de capacidade, é necessário estabelecer o critério de decisão quanto ao valor a partir do qual os índices representam um valor aceitável. Literatura inicial, aborda como objectivo garantir 99,73% da produção dentro dos limites especificados, o que teoricamente significa que os valores dos índices devem apresentar valores maiores ou iguais a 1. Actualmente, existe uma maior preocupação por parte das organizações, não só na produção de unidades dentro das especificações, como também na produção de unidades centradas com as mesmas.

Kotz e Johnson (1993) aconselham a utilização de  $C_p = 1,67$  como valor mínimo para processos novos, e  $C_p = 1,50$  para processos existentes. Oakland (2008) define determinados valores para o índice  $C_{pk}$  associando-os a possíveis repercussões no processo:

- $C_{pk} < 1$  Situação em que o processo não apresenta capacidade de produção, haverá inevitavelmente produção de produto não-conforme.
- $C_{pk} = 1$  Situação em que o processo não apresenta capacidade de produção, uma qualquer alteração no processo vai resultar na produção de produto não-conforme.
- $C_{pk} = 1,33$  Situação não aceitável, uma vez que não-conformidades ainda são susceptíveis de serem detectadas nas cartas de controlo.
- $C_{pk} = 1,5$  Situação ainda não aceitável, podem ocorrer não-conformidades e a capacidade de detecção das mesmas não é totalmente satisfatória.
- $C_{pk} = 1,67$  Situação aceitável, a produção não conforme irá ocorrer, no entanto há uma boa capacidade de detecção dessas não-conformidades.
- $C_{pk} = 2$  Situação em que o processo produz com alto nível de confiança no produtor.

Montgomery (2008b) sugere os valores dos índices de capacidade apresentados no Quadro 2.9, para diferentes tipos de processos e características, com especificações unilateral e bilateral.

Quadro 2.9: Valores mínimos recomendados para os índices de capacidade (Montgomery, 2008b)

	Especificação Bilateral	Especificação Unilateral
Processos existentes	1,33	1,25
Novos Processos	1,50	1,45
Processos existentes: Característica de segurança, resistência ou crítica	1,50	1,45
Novos processos: Característica de segurança, resistência ou crítica	1,67	1,60

No presente trabalho, definiu-se como valores mínimos aceitáveis dos índices de capacidade, 1,33 para características com especificação bilateral, e 1,25 para características com especificação unilateral, o que significa que os limites de especificação se situam a pelo menos  $4\sigma$  da média do processo.

## 2.7 Controlo Estatístico Multivariado do Processo

Na prática industrial, muitos dos cenários do Controlo Estatístico do Processo envolvem o estudo simultâneo de várias características da qualidade de um determinado produto. Embora a aplicação de cartas de controlo univariadas a cada variável individual seja uma solução possível, a interpretação isolada das mesmas conduz a um elevado volume de documentos e pode levar a conclusões erróneas. Estas conclusões são muitas vezes consequência negativa da correlação entre as características, que são tanto mais acentuadas quanto maior for essa correlação.

Segundo Montgomery (2008b), quando se controla duas variáveis em simultâneo, a probabilidade de um ponto se situar fora dos intervalos definidos pelos limites de controlo, quando o processo se encontra sob controlo estatístico, é igual a  $(0,0027) \cdot (0,0027) = 0,00000729$ , e a probabilidade de um qualquer ponto se encontrar, simultaneamente, entre os limites de controlo é de  $(0,9973) \cdot (0,9973) = 0,99460729$ .

Portanto no uso de duas cartas independentes para o controlo de duas características, os valores do erro do tipo I e da probabilidade de qualquer ponto se encontrar dentro dos limites de controlo, não têm o mesmo valor que apresentam no estudo univariado. Esta distorção é mais salientada à medida que o número de características da qualidade aumenta. Assim se as  $p$  características da qualidade de um produto forem independentes e Normalmente distribuídas e se  $\alpha = P\{\text{Erro Tipo I}\}$  for mantida para todas as características, a verdadeira probabilidade do erro do tipo I para o controlo estatístico multivariado é dada pela equação (2.73) e a probabilidade de um qualquer ponto se encontrar, simultaneamente, entre os limites de controlo é dada pela equação (2.74), onde  $\alpha_j$  represente o risco do produtor para a variável  $j$ .

$$\alpha = 1 - \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad (2.73)$$

$$P(\text{todos os pontos entre os limites de controlo}) = \prod_{j=1}^p (1 - \alpha_j) \quad (2.74)$$

A primeira abordagem multivariada aplicada ao controlo estatístico foi apresentada por *Hotelling* em 1974 (Montgomery, 2008b), no entanto importantes desenvolvimentos posteriores foram realizados por (Alt, 1985) e (Jackson, 1985). Hayter e Tsui (1994) propõem uma outra alternativa para o controlo estatístico multivariado, que consiste numa carta de controlo que permite detectar automaticamente qual ou quais as variáveis responsáveis pela falta de controlo do processo, evitando os problemas de identificação que ocorrem na estatística apresentada por *Hotelling*. Outros desenvolvimentos foram as cartas de controlo baseadas em métodos de projecção (*PCA* ou *PLS*), abordadas por Kourti (2005) e Montgomery (2008b), que são uma forma de monitorização e avaliação de todo o processo, que inclui variáveis do processo e da Qualidade do produto. Estas duas alternativas são desenvolvidas no ponto 2.7.5.

Também no estudo multivariado foram apresentadas cartas especiais para detectar pequenas ou moderadas alterações dos parâmetros do processo, as cartas *MEWMA* e *MCUSUM*, desenvolvidas por Woodall e Ncube (1985), Alwan (1986), Healy (1987), Crosier (1988), Pignatiello e Runger (1990), Lowry *et al.* (1992). Lowry e Montgomery (1995) apresentam no seu artigo de revisão uma extensa pesquisa bibliográfica de cartas de controlo multivariadas, dando especial ênfase aos desenvolvimentos de cartas especiais no controlo multivariado.

Estudos multivariados de capacidade do processo também foram desenvolvidos, citando-se autores como, Chang *et al.* (1988), Taam *et al.* (1993), Shahriari *et al.* (1995), Pearn *et al.* (1992) e Chang *et al.* (1988).

Bersimis *et al.* (2006) apresentam no seu artigo de revisão, uma extensa pesquisa bibliográfica na área do controlo estatístico multivariado do processo, utilizando em particular cartas de controlo.

No presente trabalho, caso seja verificada a auto-correlação de uma ou mais variáveis, as cartas de controlo multivariadas devem ser elaborados com base nos resíduos de todas as variáveis, e não com base nos valores originais. O método de cálculo desses resíduos será detalhado em 2.8.3.

À semelhança do controlo univariado, o controlo multivariado também se divide em duas fases distintas, a Fase I e Fase II. Na Fase I, é verificada a estabilidade do processo, onde são determinados os limites de controlo e estimados os parâmetros do processo. Na Fase II, os dados futuros são monitorizados, e salienta-se o facto de existirem dois momentos, onde se aplicam distribuições estatísticas distintas. Nesta fase os parâmetros resultam das estimativas realizadas na Fase I, os limites de controlo são determinados com base nesses parâmetros quando é utilizada a carta  $T^2$  e em função de  $p$  e  $\alpha$  quando é utilizada a carta  $\chi^2$ .

A carta  $T^2$  de Hotelling pode ser obtida quando os dados são agrupados em amostras ( $n > 1$ ) ou quando os dados são observações individuais ( $n = 1$ ). Estas duas situações são seguidamente abordadas, porém na presente dissertação a aplicação prática realizada refere-se a observações individuais.

### 2.7.1 Cartas Baseadas em Médias de Amostras

Considere-se  $p$  características da qualidade, com  $m$  amostras de dimensão  $n$ . As  $p$  características seguem uma distribuição Normal multivariada com vector médio  $\mu^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$  e matriz de covariâncias  $\Sigma$ ,  $N_p(\mu, \Sigma)$ .

Recolhem-se  $X_{ijk}(i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m)$  observações, a partir das quais são calculadas as médias, as variâncias e as covariâncias amostrais, dadas respectivamente pelas equações (2.75), (2.76) e (2.77). Nas equações seguintes,  $X_{ijk}$  representa a observação  $i$  da característica da qualidade  $j$  da amostra  $k$ ,  $\bar{X}_{jk}$  representa a média da característica da qualidade  $j$  da amostra  $k$ ,  $X_{ihk}$  constitui a observação  $i$  da característica da qualidade  $h$  da amostra  $k$  e  $\bar{X}_{hk}$  é a média da característica da qualidade  $h$  da amostra  $k$ .

$$\bar{X}_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_{ijk} \quad (2.75)$$

$$S_{jk}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})^2 \quad (2.76)$$

$$S_{jhk} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_{ijk} - \bar{X}_{jk})(X_{ihk} - \bar{X}_{hk}) ; j \neq h \quad (2.77)$$

Calculam-se as médias amostrais de cada variável  $\bar{X}_j$  através da equação (2.78), que constituem o vector de médias apresentado na equação (2.81). A matriz das covariâncias amostrais é dada pela equação (2.82). Os elementos da diagonal da matriz das covariância amostral correspondem às variâncias amostrais de cada uma das  $p$  características,  $S_j^2 = S_{jj}$  dadas pela equação (2.79), enquanto que os elementos fora da diagonal da matriz correspondem às covariâncias entre duas variáveis distintas  $S_{jh}$  calculadas a partir da

expressão (2.80). Determina-se o vector  $\bar{\mathbf{X}}_k$  apresentado na equação (2.83), formado pelas médias das  $p$  características referentes à amostra  $k$ .

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{X}_{jk} \quad (2.78)$$

$$S_{jj} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jk}^2 \quad (2.79)$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m S_{jhk} \quad ; j \neq h \quad (2.80)$$

$$\bar{\mathbf{X}} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p)^T \quad (2.81)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & \dots & S_{2p} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ S_{p1} & S_{p2} & S_{p3} & \dots & S_{pp} \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

$$\bar{\mathbf{X}}_k = (\bar{X}_{1k}, \bar{X}_{2k}, \dots, \bar{X}_{pk})^T \quad (2.83)$$

Na Fase I do controlo estatístico multivariado a média é controlada por uma carta  $T^2$ . Pereira e Requeijo (2008) recomendam o uso mínimo de 100 medições de cada característica da qualidade. A estatística a ser controlada é dada pela expressão (2.84) e os limites de controlo da carta  $T^2$  são definidos pela expressão (2.85).

$$(T^2)_k = n. (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \cdot \mathbf{S}^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.84)$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha; p, mn-m-p+1} \quad (2.85)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

A Fase II é constituída por dois momentos distintos, como foi anteriormente referido. Estes dois momentos distinguem-se através do número de observações existentes para a estimação dos parâmetros  $\boldsymbol{\mu}$  e  $\boldsymbol{\Sigma}$ , e as cartas aplicáveis são a carta  $T^2$  e a carta  $\chi^2$ . A carta  $T^2$  é aplicada imediatamente após a conclusão da Fase I. Posteriormente quando o processo permanece sob controlo estatístico durante um longo período de tempo, os parâmetros  $\boldsymbol{\mu}$  e  $\boldsymbol{\Sigma}$  são validados e procede-se à aplicação da carta  $\chi^2$ . A carta  $\chi^2$  só deve ser aplicada quando o processo se encontra estatisticamente controlado por um longo período de tempo, ou seja quando os parâmetros estimados na Fase I podem ser considerados como conhecidos e estáveis.

Na Fase II, as estatísticas e os limites de controlo das cartas  $T^2$  e  $\chi^2$  são calculados da seguinte forma:

$$(T^2)_k = n. (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}})^T \cdot \mathbf{S}^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{X}}_k - \bar{\bar{\mathbf{X}}}) \quad (2.86)$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m+1)(n-1)}{mn-m-p+1} F_{\alpha;p,mn-m-p+1} \quad (2.87)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

$$(\chi^2)_k = n. (\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu})^T \cdot \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{X}}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.88)$$

$$LSC_{\chi^2} = \chi^2_{\alpha;p} \quad (2.89)$$

$$LIC_{\chi^2} = 0$$

Detecta-se uma causa especial de variação quando  $(T^2)_k > LSC$ , ou quando  $(\chi^2)_k > LSC$ . Nestas condições, a variável ou variáveis responsáveis por tal situação devem ser identificadas e tomadas as devidas medidas correctivas no processo.

### 2.7.2 Cartas Baseadas em Observações Individuais

Considere-se  $p$  características da qualidade, com  $m$  observações individuais. As  $p$  variáveis seguem uma distribuição Normal multivariada com vector média  $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$  e matriz de covariâncias  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ .

Recolhem-se  $X_{jk}$  ( $j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m$ ) observações individuais, a partir das quais são calculadas as médias, as variâncias e as covariâncias amostrais, dadas respectivamente pelas equações (2.90), (2.91) e (2.92). Nas equações seguintes,  $X_{jk}$  representa a observação  $k$  da característica da qualidade  $j$ ,  $\bar{X}_j$  representa a média das  $m$  observações para a característica da qualidade  $j$ ,  $X_{hk}$  constitui a observação  $k$  da característica da qualidade  $h$  e  $\bar{X}_h$  é a média da característica das  $m$  observações para a característica da qualidade  $h$ .

$$\bar{X}_j = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m X_{jk} \quad (2.90)$$

$$S_{jj} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)^2 \quad (2.91)$$

$$S_{jh} = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (X_{jk} - \bar{X}_j)(X_{hk} - \bar{X}_h) \quad ; j \neq h \quad (2.92)$$

O vector média apresentado na equação (2.93), é constituído pelas médias  $\bar{X}_j$  e a matriz das covariâncias amostrais é dada pela equação (2.82). O vector  $\mathbf{X}_k$  definido pela equação (2.94), é formado pelas  $p$  características referentes à amostra  $k$ .

$$\bar{\mathbf{X}} = (\bar{\mathbf{X}}_1, \bar{\mathbf{X}}_2, \dots, \bar{\mathbf{X}}_p)^T \quad (2.93)$$

$$\mathbf{X}_k = (X_{1k}, X_{2k}, \dots, X_{pk})^T \quad (2.94)$$

Na Fase I é aplicada a carta  $T^2$ , onde a estatística a ser controlada é dada pela equação (2.95), e os limites de controlo da carta  $T^2$ , definidos pela expressão (2.96).

$$(T^2)_k = (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \cdot \mathbf{S}^{-1} \cdot (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.95)$$

$$LSC_{T^2} = \frac{(m-1)}{m} \beta_{\alpha; \frac{p}{2}, (m-p-1)/2} \quad (2.96)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

Na equação (2.96),  $\beta_{\alpha; \frac{p}{2}, (m-p-1)/2}$  equivale ao percentil à direita da distribuição beta, com uma probabilidade  $\alpha$  e com parâmetros  $p/2$  e  $(m-p-1)/2$ . Por uma questão de facilidade de cálculo, Tracy, Tounge e Manson sugerem a determinação do valor de  $\beta_{\alpha; \frac{p}{2}, (m-p-1)/2}$ , recorrendo à distribuição de Fisher, do seguinte modo (Pereira e Requeijo, 2008):

$$\beta_{\alpha; \frac{p}{2}, (m-p-1)/2} = \frac{\frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}}{1 + \frac{p}{m-p-1} F_{\alpha; p, (m-p-1)}} \quad (2.97)$$

Para a Fase II, podem ser aplicadas as cartas  $T^2$  ou  $\chi^2$ , dependendo da validação da estimação dos parâmetros  $\boldsymbol{\mu}$  e  $\boldsymbol{\Sigma}$ . A carta  $T^2$  é aplicada imediatamente após a conclusão da Fase I. Posteriormente quando o processo permanece sob controlo estatístico durante um longo período de tempo, os parâmetros  $\boldsymbol{\mu}$  e  $\boldsymbol{\Sigma}$  são validados e procede-se à aplicação da carta  $\chi^2$ .

As estatísticas e os limites de controlo das cartas  $T^2$  e  $\chi^2$  são calculados da seguinte forma:

$$(T^2)_k = (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}})^T \cdot \mathbf{S}^{-1} \cdot (\mathbf{X}_k - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.98)$$

$$LSC_{T^2} = \frac{p(m^2-1)}{m(m-p)} F_{\alpha; p, m-p} \quad (2.99)$$

$$LIC_{T^2} = 0$$

$$(\chi^2)_k = (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{X}_k - \boldsymbol{\mu}) \quad (2.100)$$

$$LSC_{\chi^2} = \chi^2_{\alpha; p} \quad (2.101)$$

$$LIC_{\chi^2} = 0$$

Detecta-se uma causa especial de variação quando  $(T^2)_k > LSC$  ou quando  $(\chi^2)_k > LSC$ . Nestas condições, a variável ou variáveis responsáveis por tal situação devem ser identificadas e tomadas as devidas medidas correctivas no processo.



### 2.7.3 Interpretação das cartas $T^2$ de Hotteling

Tal como no estudo univariado, no estudo multivariado quando um ponto não pertence aos limites definidos, uma situação de fora de controlo é detectada. No estudo multivariado a existência dessa causa especial pode estar associada a uma ou mais variáveis. Torna-se essencial identificar a variável ou variáveis responsáveis pela origem da causa especial de variação, para que se possam tomar as oportunas acções correctivas. Montgomery (2008b) e Pereira e Requeijo (2008) fazem referência a vários métodos que permitem a identificação dessas variáveis. No decorrer deste trabalho aplicar-se-á o método aplicado à estatística  $d$  devido à facilidade de aplicação. No entanto este método apenas permite a identificação da variável ou variáveis responsáveis pela causa especial. Dos vários métodos que Montgomery (2008b) e Pereira e Requeijo (2008) fazem referência abordam-se teoricamente outros métodos para interpretação de cartas de controlo multivariadas, como o método de decomposição em componentes ortogonais e o método de decomposição em componentes principais.

#### 2.7.3.1 Método Aplicado à Estatística $d$

O método aplicado à estatística  $d$ , apresentado por Murphy (1987), é um método de fácil aplicação que é empregue com o objectivo de determinar a variável ou variáveis responsáveis pela situação de fora de controlo. É calculada a estatística  $d$  para cada variável  $i$  através da equação (2.102), onde  $T^2$  representa o valor da estatística calculado com base nas  $p$  características da qualidade e  $T_{(i)}^2$  é o valor da estatística de Hotelling para todas as variáveis do processo à excepção da variável  $i$ . Conclui-se que a variável  $i$  contribui significativamente para a situação de fora de controlo, quando a equação (2.103) se verifica.

$$d_i = T^2 - T_{(i)}^2 \quad (2.102)$$

$$d_i > \chi_{\alpha;1}^2 \quad (2.103)$$

#### 2.7.3.2 Outros Métodos de Interpretação das Cartas $T^2$

##### Método de Decomposição em Componentes Ortogonais

O método de decomposição em componentes ortogonais é um método muito completo, uma vez que contempla não só o efeito de cada uma das características isoladamente, mas também efeito da correlação entre as características. Através da sua aplicação, é possível verificar se uma causa especial é causada pela alteração dos parâmetros das  $p$  características, pela correlação entre duas ou mais das  $p$  características ou pela combinação destas duas situações. Mason *et al.* (1995) e Mason *et al.* (1997) sugerem a aplicação do método de decomposição em componentes ortogonais aplicado à estatística  $T^2$  ou  $\chi^2$ .

Considere-se  $\mathbf{X}_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip})^T$  o vector referente ao instante  $i$  das  $p$  características, quando o processo se encontra estatisticamente controlado,  $X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip}$  são independentes e  $\mathbf{X}_i$  segue uma distribuição Normal multivariada com média  $\boldsymbol{\mu}$  e matriz covariâncias  $\boldsymbol{\Sigma}$  ( $\mathbf{X} \sim N_p(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ ). No método proposto pelos autores, a estatística  $T^2$  é decomposta em duas partes como está representado na equação (2.104). A primeira parte

da equação  $T_{p-1}^2$  é a estatística referente às primeiras  $(p - 1)$  características e a segunda  $T_{p.1,2,...,p-1}^2$  é a componente  $p$  do vector  $\mathbf{X}_i$ , ajustado pelas estimações da média e variância de distribuição condicional de  $X_p$  dado  $X_1, X_2, \dots, X_{p-1}$ .

$$T^2 = T_{p-1}^2 + T_{p.1,...,p-1}^2 \quad (2.104)$$

onde, para o instante  $i$ ,

$$(T_{p-1}^2)_i = (\mathbf{X}_i^{(p-1)} - \bar{\mathbf{X}}_i^{(p-1)})^T \cdot \mathbf{S}_{XX}^{-1} \cdot (\mathbf{X}_i^{(p-1)} - \bar{\mathbf{X}}_i^{(p-1)}) \quad (2.105)$$

$$(T_{p.1,...,p-1}^2)_i = \frac{X_{ip} - \bar{X}_{p.1,...,p-1}}{S_{p.1,...,p-1}^2} \quad (2.106)$$

$$\bar{X}_{p.1,...,p-1} = \bar{X}_p + \mathbf{b}_p^T \cdot (\mathbf{X}_i^{(p-1)} - \bar{\mathbf{X}}_i^{(p-1)}) \quad (2.107)$$

$$\mathbf{b}_p = \mathbf{S}_{XX}^{-1} \cdot \mathbf{s}_{xX} \quad (2.108)$$

$$S_{p.1,...,p-1}^2 = S_x^2 - \mathbf{s}_{xX}^T \cdot \mathbf{S}_{XX}^{-1} \cdot \mathbf{s}_{xX} \quad (2.109)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{XX} & \mathbf{s}_{xX} \\ \mathbf{s}_{xX}^T & s_x^2 \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

Nas equações anteriores  $\mathbf{X}_i^{(p-1)}$  é o vector constituído por  $p - 1$  variáveis, proveniente do vector das  $m$  observações multivariadas;  $\bar{\mathbf{X}}_i^{(p-1)}$  representa um vector constituído por  $(p - 1)$  variáveis, resultantes do vector das médias referente à amostra das  $m$  observações multivariadas;  $\mathbf{S}_{XX}$  é a submatriz principal  $(p - 1) \cdot (p - 1)$  da matriz  $\mathbf{S}$ , isto significa que é a submatriz obtida eliminando a  $p$  linhas e  $p$  colunas da matriz  $\mathbf{S}$ ;  $X_{ip}$  é o valor da variável  $p$  no instante  $i$  e  $\bar{X}_p$  é a média da amostra nas  $n$  observações da variável  $p$ .

Segundo o conceito da decomposição de *Hotelling* em componentes ortogonais, pode considerar-se  $T_{p-1}^2 = T_{p-2}^2 + T_{p.1,...,p-2}^2$ ,  $T_{p-2}^2 = T_{p-3}^2 + T_{p.1,...,p-3}^2$ , e assim sucessivamente para as estatísticas  $T_{p-1}^2$ . Substituindo estas considerações na equação (2.104), obtém-se a equação equivalente:

$$T^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + \dots + T_{p.1,...,p-1}^2 + \sum_{j=1}^{p-1} T_{j+1.1,2,...,j}^2 ; j = 1, \dots, p - 1 \quad (2.111)$$

onde,

$$T_1^2 = \frac{(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{S_1^2} \quad (2.112)$$

A equação (2.111), é constituída pelo termo incondicional  $T_1^2$  e por vários termos condicionais  $T_{j+1.1,2,...,j}^2$ . A ordem dos termos condicionais não é única, existem  $p!$  combinações possíveis da decomposição da estatística  $T^2$ . Estas  $p!$  combinações dependem da ordem como as variáveis são consideradas. No Quadro 2.10 exemplifica-se a decomposição da estatística  $T^2$  para  $p = 3$  variáveis,  $X_1, X_2$  e  $X_3$ .

Quadro 2.10: Decomposição de  $T^2$  em componentes ortogonais para  $p = 3$  (adaptado de Pereira e Requeijo, 2008)

Combinação	Ordenação das Variáveis			Termo Incondicional	Termos Condicionais	Decomposição em Componentes Ortogonais
	1. <sup>a</sup>	2. <sup>a</sup>	3. <sup>a</sup>			
1	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$T_1^2$	$T_{2,1}^2$ e $T_{3,1,2}^2$	$T_1^2 + T_{2,1}^2 + T_{3,1,2}^2$
2	$X_1$	$X_3$	$X_2$	$T_1^2$	$T_{3,1}^2$ e $T_{2,1,3}^2$	$T_1^2 + T_{3,1}^2 + T_{2,1,3}^2$
3	$X_2$	$X_1$	$X_3$	$T_2^2$	$T_{1,2}^2$ e $T_{3,2,1}^2$	$T_2^2 + T_{1,2}^2 + T_{3,2,1}^2$
4	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$T_2^2$	$T_{1,2}^2$ e $T_{3,2,1}^2$	$T_2^2 + T_{3,2}^2 + T_{1,2,3}^2$
5	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$T_3^2$	$T_{1,3}^2$ e $T_{2,3,1}^2$	$T_3^2 + T_{1,3}^2 + T_{2,3,1}^2$
6	$X_3$	$X_2$	$X_1$	$T_3^2$	$T_{2,3}^2$ e $T_{1,3,2}^2$	$T_3^2 + T_{2,3}^2 + T_{1,3,2}^2$

Usando a primeira combinação como exemplo, expõe-se o procedimento de cálculo dos valores  $T_1^2, T_{2,1}^2, T_{3,1,2}^2$ , para as restantes combinações o procedimento de cálculo é idêntico.

Considerando  $X_i = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ ,  $\bar{X} = \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$  e  $S = \begin{bmatrix} g & h & i \\ j & k & l \\ m & n & o \end{bmatrix}$ ; o valor de  $T_1^2$  é calculado da seguinte forma:

$$T_1^2 = \frac{(X_{i1} - \bar{X}_1)^2}{S_1^2} = \left( \frac{a - d}{g} \right)^2$$

O valor de  $T_{2,1}^2$  é obtido através de:

$$T_{2,1}^2 = \frac{(X_{i2} - \bar{X}_{2,1})^2}{S_{2,1}^2} = \frac{((b - (e + (g)^{-1} \cdot h \cdot (a - d)))^2}{k - j \cdot (g)^{-1} \cdot h}$$

onde,

$$S_{2,1}^2 = s_2^2 - s_{2X}^T \cdot S_{XX}^{-1} \cdot s_{2X}$$

$$s_2^2 = k; s_{2X}^T = j; S_{XX}^{-1} = (g)^{-1}; s_{2X} = h$$

$$b_2^T = S_{XX}^{-1} \cdot s_{2X} = (g)^{-1} \cdot h$$

$$\bar{X}_{2,1} = \bar{X}_2 + b_2^T (X_i^1 - \bar{X}_i^1) = e + (g)^{-1} \cdot h \cdot (a - d)$$

O valor de  $T_{3,1,2}^2$ , é calculado do seguinte modo:

$$T_{3,1,2}^2 = \frac{(X_{i3} - \bar{X}_{3,1,2})^2}{S_{3,1,2}^2} = \frac{\left( c - \left( f + \left( \begin{bmatrix} g & h \\ j & k \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i \\ l \end{bmatrix} \right)^T \cdot (\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d \\ e \end{bmatrix}) \right) \right)^2}{o - [m \quad n] \cdot \begin{bmatrix} g & h \\ j & k \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i \\ l \end{bmatrix}}$$

onde,

$$S_{3,1,2}^2 = s_3^2 - s_{3X}^T \cdot S_{XX}^{-1} \cdot s_{3X}$$

$$s_{33}^2 = 0; \mathbf{s}_{3X}^T = [m \quad n]; \mathbf{S}_{XX}^{-1} = \begin{bmatrix} g & h \\ j & k \end{bmatrix}^{-1}; \mathbf{s}_{3X} = \begin{bmatrix} i \\ l \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{b}_3^T = (\mathbf{S}_{XX}^{-1} \cdot \mathbf{s}_{3X})^T = \left( \begin{bmatrix} g & h \\ j & k \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i \\ l \end{bmatrix} \right)^T$$

$$\bar{X}_{3,1,2} = \bar{X}_3 + \mathbf{b}_3^T (\mathbf{X}_i^{(1,2)} - \bar{\mathbf{X}}_i^{(1,2)}) = c + \left( \begin{bmatrix} g & h \\ j & k \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i \\ l \end{bmatrix} \right)^T \cdot \left( \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} d \\ e \end{bmatrix} \right)$$

A interpretação de uma causa especial é realizada através da comparação entre os termos condicionais e incondicionais com os respectivos valores críticos. O termo incondicional ( $T_j^2$ ) que apresente um valor superior ao valor crítico  $((m + 1/m) \cdot F_{\alpha;1,m-1})$ , indica que está a ocorrer uma alteração no parâmetro da variável  $j$ , o que significa que essa variável contribui significativamente para a situação de fora de controlo. Quando o termo condicional ( $T_{j+1,1,2,\dots,j}^2$ ) apresenta um valor superior ao valor crítico  $((m + 1/m) \cdot F_{\alpha;1,m-1})$  significa que está a ocorrer uma alteração na correlação entre as variáveis representadas nesse termo condicional e essa correlação contribui significativamente para a situação de fora de controlo.

Utilizando a primeira combinação como exemplo, se o termo incondicional  $T_1^2$  for superior ao valor crítico, significa que a característica  $X_1$  é responsável pela causa especial; se o termo condicional  $T_{2,1}^2$  for superior ao valor crítico, significa que a correlação entre  $X_2$  dado  $X_1$  é responsável pela causa especial; se o termo condicional  $T_{3,1,2}^2$  for superior ao valor crítico, significa que a correlação entre  $X_3$  dado  $X_1$  e  $X_2$  é responsável pela causa especial. Para as restantes combinações a interpretação é realizada da mesma forma.

Este método torna-se complexo devido elevado número de combinações em estudo, assim Mason *et al.* (1995), propõe um simples procedimento com intuito de reduzir o número de termos a serem estudados. Sugerem que, nas situações em que ocorre uma causa especial, sejam determinadas as diferenças entre o valor da estatística  $T^2$  e os termos incondicionais ( $T^2 - T_j^2$ ); esta diferença é comparada com o valor crítico  $((m + 1/m) \cdot F_{\alpha;1,m-1})$ ; se for superior ao valor crítico significa que os termos condicionais dessa decomposição contribuem significativamente para a causa especial e devem obrigatoriamente ser analisados e se for inferior ao valor crítico significa que os termos condicionais dessa decomposição não contribuem significativamente para a situação de causa especial e podem não ser analisados; no que concerne aos termos incondicionais todos devem ser analisados.

A aplicação deste método proporciona uma interpretação eficaz das cartas de controlo multivariadas, uma vez que não só contempla o impacto de cada variável no processo, como também o impacto da correlação entre elas.

### Método de Decomposição em Componentes Principais

Jackson (1985) sugere a determinação da variável ou variáveis responsáveis por uma situação de fora de controlo, através do método de decomposição em componentes principais. Propõe o cálculo de uma variável  $\mathbf{Y}$  definida por:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{W}^T \cdot (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) \quad (2.113)$$

A matriz  $\mathbf{W}$  é determinada da seguinte forma:

$$\mathbf{W} = \mathbf{P} \cdot (\mathbf{P}^T \mathbf{S} \mathbf{P}) \quad (2.114)$$

$\mathbf{P}$  representa a matriz formada pelos vectores próprios da matriz das covariâncias,  $\mathbf{S}$  a matriz das covariâncias,  $\mathbf{X}$  o vector constituído pelos valores das  $p$  variáveis e  $\bar{\mathbf{X}}$  o vector média do processo. O cálculo das matrizes apresentadas será descrito posteriormente no ponto 2.7.5.2, quando são apresentadas as cartas de controlo multivariadas baseadas em métodos de projecção. A verificação da variável ou variáveis responsáveis pela causa especial, é realizada comparando os elementos do vector  $\mathbf{Y}$  com um valor crítico dado por  $t_{\alpha/2; (N-1)}$ . Quando  $y_{ij} > t_{\alpha/2; (N-1)}$ , significa que a variável  $i$  no instante  $j$  é responsável pela situação de fora de controlo.

#### 2.7.4 Condições de Aplicação da Carta $T^2$ de Hotteling

Na implementação de cartas de controlo multivariadas, está implícita a aleatoriedade dos dados e a Normalidade e como tal estas condições têm de ser verificadas. Estas verificações podem ser realizadas através dos métodos propostos no estudo univariado, no ponto Condições de Aplicação (2.5). No entanto mencionam-se alguns métodos de verificação de aleatoriedade e de Normalidade dos dados habitualmente utilizados em processos multivariados. Quanto à aleatoriedade, Holmes e Mergen (1998) sugerem um método multivariado que consiste na comparação entre a matriz covariâncias e a matriz das covariâncias determinada a partir da Diferença dos Quadrados Mínimos Sucessivos (MSSD). No que diz respeito à verificação da Normalidade multivariada, Requeijo (2004) propõe a aplicação dos seguintes testes:

- Teste H;
- Teste  $Q_3$ ;
- Gráfico Q-Q.

#### 2.7.5 Outros Métodos de Controlo Estatístico Multivariado

##### 2.7.5.1 Estatística M de Hayter e Tsui

Hayter e Tsui (1994) propuseram uma alternativa à carta  $T^2$  de Hotteling. Construíram uma carta de controlo que permite detectar automaticamente qual a variável ou variáveis responsáveis pela situação de fora de controlo do processo, na aplicação da Fase II do SPC. Com esse objectivo, os autores apresentaram um intervalo de confiança para a média de cada variável utilizando um valor crítico que tem em consideração a correlação entre as variáveis em estudo. O valor crítico do intervalo de confiança é designado como  $C_{R,\alpha}$ . Considere-se  $p$  características da qualidade que seguem uma distribuição Normal multivariada com vector médio  $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p)$  e matriz de covariâncias  $\boldsymbol{\Sigma}$ , recolhem-se  $X_{jk} (j = 1, 2, \dots, p; k = 1, 2, \dots, m)$  observações individuais. Para um dado vector de observações  $\mathbf{X}_k = [X_{k1}, X_{k2}, \dots, X_{kp}]$ , o processo considera-se sob controlo estatístico quando:

$$M_k = \max_{1 \leq j \leq p} \left| \frac{X_{jk} - \mu_j}{\sigma_j} \right| < C_{R,\alpha}, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (2.115)$$

O procedimento de construção da carta de controlo consiste em representar na carta as estatísticas  $M_k$  e os limites superior e inferior de controlo dados pela equação (2.116), onde a constante  $C_{R,\alpha}$  é obtida através do nível de significância  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ).

$$\begin{aligned} LSC_{M_i} &= C_{R,\alpha} \\ LIC_{M_i} &= 0 \end{aligned} \tag{2.116}$$

Assim, quando o valor da estatística  $M_k$  é superior ao limite superior de controlo, é possível identificar automaticamente a variável responsável pela causa especial, uma vez que a estatística calculada apenas diz respeito à mesma.

O autor da presente dissertação propõe um passo adicional quando é identificada uma causa especial. Deve ser avaliado o valor da variável imediatamente a seguir à variável responsável, uma vez que a causa especial pode ser correspondente a mais do que uma variável. Este procedimento deve ser realizado até que a variável imediatamente a seguir, não seja superior ao valor de  $C_{R,\alpha}$ .

Dados na literatura indicam que a constante  $C_{R,\alpha}$  pode ser obtida, para casos Normais em que apenas se estudam duas características em simultâneo ( $p = 2$ ), através dos valores tabelados propostos por Bechhofer e Dunnet (1988). A obtenção dessa constante, no caso de Normalidade, para mais de duas variáveis ( $p > 2$ ) não pode ser obtida da mesma forma, sendo possível através de integração numérica, algo muito complexo.

Assim Hayter e Tsui (1994) propõe dois métodos para obter a constante  $C_{R,\alpha}$ . O primeiro método envolve a simulação de observações de uma distribuição Normal multivariada. De acordo com os autores, é necessário gerar aleatoriamente  $N$  vectores da distribuição Normal multivariada, com vector média zero e matriz das covariâncias igual à matriz correlação amostral. Hayter e Tsui (1994) indicam um número de 100.000 observações para a obtenção dos valores de  $C_{R,\alpha}$  com boa precisão. O segundo método para observações que não seguem uma distribuição Normal, fundamenta-se apenas no uso dos dados originais para determinação do valor de  $C_{R,\alpha}$ , sem envolver qualquer processo de simulação. Para este método Hayter e Tsui (1994) sugerem a adopção de um número de 500 observações para a determinação da constante  $C_{R,\alpha}$ . Para um maior desenvolvimento desta temática aconselha-se a consulta da obra de Hayter e Tsui (1994).

#### 2.7.5.2 Cartas de Controlo Multivariadas Baseadas em Métodos de Projecção

As cartas de controlo multivariadas baseadas em métodos de projecção, surgem quando o objectivo não reside só no controlo das características críticas, mas sim na monitorização de toda a unidade do processo. O uso de métodos de projecção associados ao controlo estatístico multivariado, como os *PCA* (Análise de Componentes Principais) ou *PLS* (Quadrados Mínimos Parciais), permite a redução do elevado número de variáveis, e consequentemente a redução da informação redundante provinda da duplicação de informação contida nas mesmas.

Estes dois métodos têm a vantagem de poder lidar com variáveis de entrada e variáveis de saída de um processo. A abordagem *PCA* trabalha somente com um conjunto de variáveis de entrada ou de saída, enquanto a abordagem *PLS*, relaciona um conjunto de variáveis de entrada com um conjunto de variáveis de saída (Kourti e MacGregor, 1995). Na corrente dissertação, tendo em conta as temáticas teóricas desenvolvidas, das duas abordagens referidas, apenas se desenvolverá a análise de componentes principais.

A análise de componentes principais é utilizada para gerar variáveis que resumam as principais fontes de variação dos dados. O método de decomposição em componentes principais não é mais do que uma rotação das coordenadas iniciais das variáveis para um novo sistema de eixos  $(U_1, U_2)$ , como pode ser visto na Figura 2.3. O primeiro componente principal representa a projecção das variáveis originais no eixo  $U_1$ , o segundo componente principal representa a projecção das variáveis no eixo  $U_2$ .

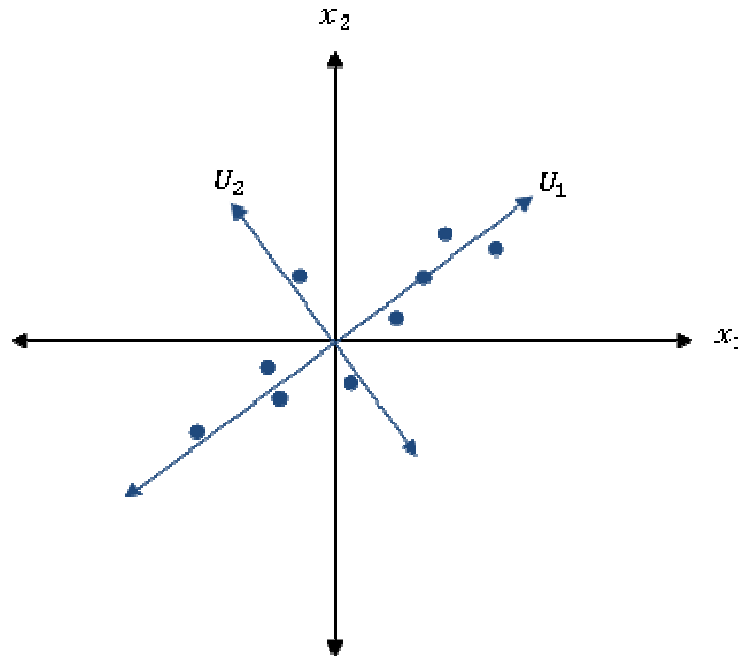


Figura 2.3: Componentes Principais para p=2 (adaptado de Montgomery, 2008b)

Na análise de componentes principais, pressupõe-se a existência de uma matriz dos dados  $\mathbf{X}$ , composta por  $p$  variáveis dispostas nas colunas da matriz, e por  $m$  observações em cada variável, dispostas nas linhas da matriz. A partir da matriz de dados é calculada a matriz  $\mathbf{S}$  de covariâncias, onde os elementos da diagonal correspondem as variâncias amostrais de cada uma das  $p$  características e os elementos fora da diagonal da matriz correspondem às covariâncias entre duas variáveis distintas. Os componentes principais são independentes e formam-se a partir de combinações lineares das variáveis originais:

$$pc_i = (\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}) \mathbf{p}_i^T, i = 1, 2, \dots, p \quad (2.117)$$

Na equação anterior  $pc_i$  (score) representa o componente principal, obtido através da matriz dos dados  $\mathbf{X}$ , do vector das médias  $\bar{\mathbf{X}}$ , e dos coeficientes  $\mathbf{p}_i$  (loadings). Os vectores  $\mathbf{p}_i$  (loadings), representam os co-senos do ângulo entre o componente principal e a variável original, e correspondem aos vectores próprios da matriz de covariância. Os valores próprios da matriz das covariância, denominados por  $\lambda_i$ , representam a variância de cada componente principal. O componente principal que apresenta maior valor próprio concentra maior quantidade de informação da característica em estudo.

Quando é realizada a Normalização das variáveis, ou seja, quando à matriz dos dados  $\mathbf{X}$  se subtrai a média e se divide pela variância da respectiva variável, obtêm-se variáveis com média zero e variância unitária. Realizada esta Normalização, a equação (2.117) resume-se a:

$$pc_i = \mathbf{X} \mathbf{p}_i^T, i = 1, 2, \dots, p \quad (2.118)$$



Segundo Pettersson (2005) o cálculo dos componentes principais pode ser realizado através do algoritmo NIPALS (*Nonlinear Iterative Partial Least Squares*) ou por Decomposição em Valores Singulares (*Singular Value Decomposition*). Teoricamente, o número de componentes principais é igual ao número de variáveis, no entanto a maior parte da variabilidade previsível nos dados é explicada pelos primeiros componentes principais a serem formados. Vários critérios para determinar o número suficiente de componentes principais foram desenvolvidos. No entanto, segundo Kourti e MacGregor (1995) o critério mais eficiente é a regra da validação cruzada. Assim, para os primeiros  $A$  componentes principais, a matriz de dados  $\mathbf{X}$  com variáveis Normalizadas pode ser decomposta através da equação (2.119), onde a matriz  $\mathbf{T}$  é formada por *scores*, a matriz  $\mathbf{P}$  é formada por *loadings*, e  $\mathbf{E}$  é a matriz residual que contém os resíduos obtidos através da diferença entre os valores observados e os valores estimados através do modelo proposto (Kourti, 2005).

$$\mathbf{X} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{P}^T + \mathbf{E} = \sum_{i=1}^A p c_i p_i^T + \mathbf{E} \quad (2.119)$$

Uma vez definido um modelo para os primeiros  $A$  componentes principais, através de um conjunto de dados históricos sujeitos apenas a causas comuns de variação, é possível controlar estatisticamente os dados futuros do processo, Fase II do *SPC*, recorrendo a cartas de controlo baseadas em componentes principais. A verificação do estado de controlo estatístico, Fase I do *SPC*, pode ser realizada através de uma carta  $T^2$  de *Hotelling*, utilizando a estatística apresentada na equação (2.120) e o limite de controlo dado por (2.121), substituindo nas equações referidas os valores de  $A$  por  $p$ .

Segundo Kourti (2005) a aplicação de cartas de controlo baseadas em análise de componentes principais, exige a utilização de duas cartas, uma dada pela estatística  $T^2$  de *Hotelling*, e outra denominada de  $Q$  respeitante aos resíduos. A monitorização do processo é realizada com os componentes principais, calculados a partir dos novos dados recolhidos e dos resíduos  $\mathbf{e}_f = \mathbf{X}_f - \hat{\mathbf{X}}_f$ . Os novos componentes principais,  $p c_{i,f} = \mathbf{X}_f \mathbf{p}_i^T$ , são determinados através das projecções dos novos dados recolhidos,  $\mathbf{X}_f$ . O vector  $\hat{\mathbf{X}}_f = \mathbf{P}_A \mathbf{p} c_{A,f}$  representa a observação estimada em função do novo modelo PCA constituído a partir dos  $A$  componentes principais retidos, e  $\mathbf{P}_A$  a matriz referente aos  $A$  vectores  $\mathbf{p}_i$ . A estatística  $T^2$  de *Hotelling* é calculada a partir da equação (2.120), e o limite superior de controlo obtido recorrendo à distribuição de Fisher através da equação (2.121) (Kourti, 2005).

$$T_A^2 = \sum_{i=1}^A \frac{p c_i^2}{\lambda_i} \quad (2.120)$$

$$LSC_{T_A^2} = \frac{(m^2 - 1)A}{m(m - A)} F_{\alpha; A, m-A} \quad (2.121)$$

Na segunda carta é representada a estatística  $Q$  obtida através da equação (2.122) (Kourti, 2005), que se baseia no cálculo da soma dos quadrados dos resíduos para todas as variáveis  $K$ , num dado instante de tempo  $i$ . O limite de controlo é calculado através da equação (2.123), onde  $Z_\alpha$  é o percentil à direita para uma probabilidade  $\alpha$  da distribuição Normal (Jackson e Mudholkar, 1979).



$$Q_i = \sum_{j=1}^K (X_{j,f} - \hat{X}_{j,f})^2 \quad (2.122)$$

$$LSC_Q = \theta_1 \left[ \frac{Z_\alpha \sqrt{2\theta_2 h_0^2}}{\theta_1} + 1 + \frac{\theta_2 h_0 (h_0 - 1)}{\theta_1^2} \right]^{1/h_0} \quad (2.123)$$

onde,

$$\theta_1 = \sum_{j=A+1}^p \lambda_j \quad (2.124)$$

$$\theta_2 = \sum_{j=A+1}^p \lambda_j^2 \quad (2.125)$$

$$h_0 = 1 - \frac{2\theta_1\theta_3}{3\theta_2^2} \quad (2.126)$$

É identificada uma causa especial de variação, quando  $T_A^2 > LSC_{T_A^2}$  ou  $Q_i > LSC_Q$ .

### 2.7.6 Capacidade Multivariada do Processo

Nos últimos anos, índices de capacidade multivariados foram desenvolvidos, como uma extensão natural do conceito de índice de capacidade univariado. Shahriari *et al.* (1995) introduziram o vector de capacidade multivariado. O índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$  foi proposto por Taam *et al.* (1993). Scagliarini e Vermiglio (2007) criam uma ferramenta “*user friendly*” que apoia a análise de capacidade multivariada. Desenvolvem no software Excel uma folha de cálculo que permite o estudo multivariado da capacidade do processo, de duas das formas anteriormente referidas, o vector de capacidade multivariado e o índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$ . Pan e Lee (2009) propõem um novo índice de capacidade multivariado,  $NMC_{pm}$  e afirmam que este índice é mais adequado que o proposto por Taam *et al.* (1993), porque é mais robusto a mudanças no coeficiente de correlação, que possam surgir. Kotz e Johnson (2002) apresentam uma extensa lista de publicações sobre índices de capacidade do processo e uma lista de literatura disponível sobre índices multivariados de capacidade do processo. Wang e Chen (1998-99) sugerem um conjunto de quatro índices  $MC_p$ ,  $MC_{pk}$ ,  $MC_{pm}$  e  $MC_{pmk}$ , determinados através da decomposição em componentes principais, e não na relação entre as regiões referente à especificação e ao processo. No seguimento do estudo realizado por Wang e Chen (1998-99), Xekalaki e Perakis (2002) introduzem novos índices de capacidade multivariados para processos com limites de especificação unilateral.

Na corrente dissertação o método utilizado para o estudo da capacidade multivariada do processo é o vector de capacidade multivariado. Este método foi proposto por Shahriari *et al.* (1995) e o vector é composto por três componentes ( $C_{pM}, PV, LI$ ). Os outros métodos referidos para o estudo da capacidade multivariada do processo, serão descritos no ponto 2.7.6.2.

### 2.7.6.1 Vector de Capacidade Multivariado

O primeiro componente do vector  $C_{pM}$ , é uma relação entre os volumes das regiões referentes à especificação e ao processo, análogo ao índice  $C_p$  no estudo univariado, e comporta-se como um índice de capacidade potencial. O índice  $C_{pM}$  é dado pela expressão (2.127), onde o numerador representa a área ( $p = 2$ ) ou o volume ( $p \geq 3$ ) definidos pelos limites de especificação, o denominador é dado pela região modificada do processo, e  $p$  representa o número de características da qualidade.

$$C_{pM} = \left( \frac{\text{Volume da região referente à especificação}}{\text{Volume modificado referente ao processo}} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.127)$$

A região definida pela especificação técnica é um  $p$ -rectângulo e a região definida pelo processo é um  $p$ -elipsóide. A região modificada não é o  $p$ -elipsóide definido pelo processo, mas o menor  $p$ -rectângulo que contém esse  $p$ -elipsóide. Para melhor compreender esta definição observe-se a Figura 2.4 , que exemplifica a região modificada do processo quando se controlam duas características da qualidade em simultâneo. Quando  $p = 2$ , a região definida pela especificação técnica é um rectângulo, a região definida pelo processo é uma elipse e a região modificada do processo é o menor rectângulo que contém essa elipse.

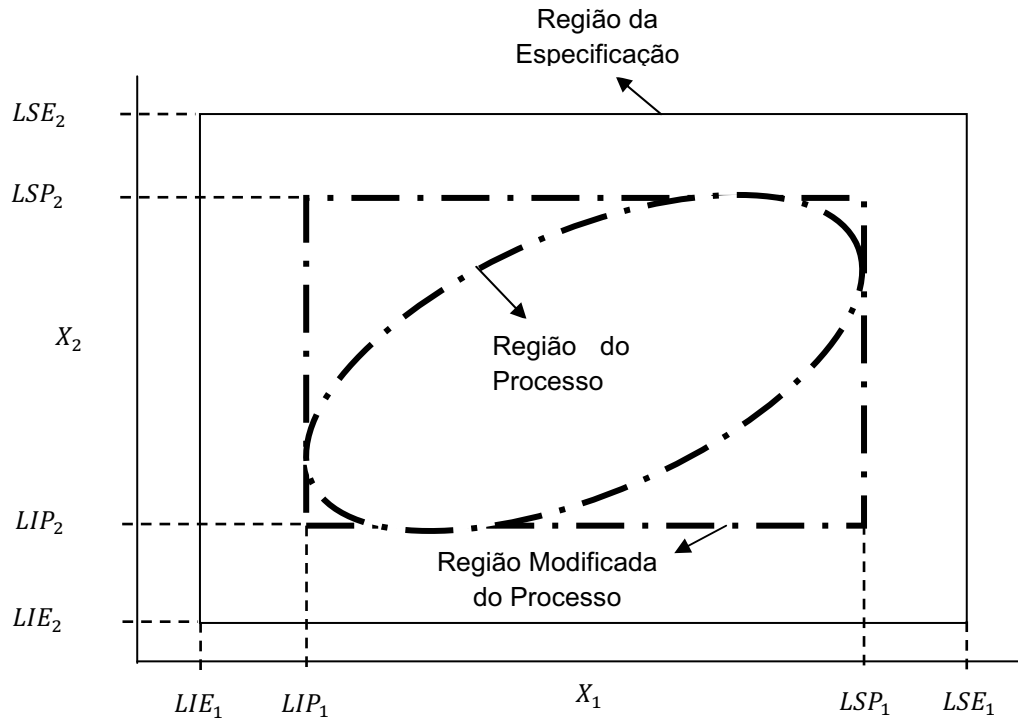


Figura 2.4: Região modificada do processo para  $p = 2$  (adaptado de Pereira e Requeijo, 2008)

Na equação (2.127) o volume da região referente à especificação é dado pela expressão (2.128), onde  $LSE_i$  e  $LIE_i$ , representam respectivamente o limite superior e inferior de especificação em relação à característica  $i$  ( $i = 1, \dots, p$ ).

$$\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i) \quad (2.128)$$

O cálculo do volume modificado referente ao processo é realizado através da expressão (2.129), onde  $LSP_i$  e  $LIP_i$ , representam respectivamente os limites superior e inferior do processo e são dados pela equação (2.130) (Wang, *et al.*, 2000):

$$\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i) \quad (2.129)$$

$$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \cdot \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}} ; i = 1, 2, \dots, p$$

$$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi_{\alpha;p}^2 \cdot \det(\Sigma_i^{-1})}{\det(\Sigma^{-1})}} ; i = 1, 2, \dots, p \quad (2.130)$$

Nas equações anteriores tem-se que:

$\det(\Sigma_i^{-1})$  – determinante da inversa da matriz  $\Sigma_i$ ,

$\Sigma_i$  – matriz das covariâncias que se obtém desprezando a coluna  $i$  e a linha  $i$  da matriz  $\Sigma$ .

$\chi_{\alpha;p}^2$  – percentil à direita, para uma probabilidade  $\alpha$ , da distribuição  $\chi^2$  com  $p$  graus de liberdade.

Na prática  $\mu$  e  $\Sigma$  são desconhecidas, assim as suas estimativas são dadas respectivamente pelo vector média  $\bar{X}$  (ou  $\bar{\bar{X}}$ ) e pela matriz das covariâncias  $S$ , para as  $p$  características da qualidade.

O segundo componente do vector é definido como o índice  $PV$ , expresso pela equação (2.131). Este índice compara a localização do vector média do processo  $\mu$  com a localização do vector dos valores nominais da especificação  $T$ . O índice  $PV$  é definido como o nível de significância de uma estatística  $T^2$  de *Hotelling* e calculado sob a suposição do centro da especificação técnica (vector  $T$ ) ser considerado como o valor alvo do processo.

$$PV = P\left(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} \cdot F_{p, N-p}\right) \quad (2.131)$$

Esta estatística  $T^2$  é dada pela equação (2.132) e pressupõe a utilização da distribuição de Fisher com  $p$  e  $N - p$  graus de liberdade.

$$T^2 = n(\hat{\mu} - T)^T \Sigma^{-1}(\hat{\mu} - T) = n(\bar{X} - T)^T S^{-1}(\bar{X} - T) \quad (2.132)$$

Na equação anterior  $T = (T_1, T_2, \dots, T_p)^T$ , e  $T_j$  representa o valor nominal da característica da qualidade  $j$ .

O valor que  $PV$  fornece é um valor de uma probabilidade, logo nunca excede o valor 1. Quando o centro do processo é semelhante ao centro da especificação técnica (vector  $T$ ), o valor de  $PV$  é muito próximo de um, indicando que o processo está centrado.

O terceiro componente do vector, o índice  $LI$ , analisa a localização das regiões definidas pela especificação e pelo processo. Este índice indica se alguma parte da região definida pelo processo não está contida na região definida pelos limites de especificação. O índice

toma o valor de 1, quando a região modificada do processo está contida na região da especificação, caso contrário, toma o valor de 0:

$$LI = \begin{cases} 1 & \text{região modificada do processo está} \\ & \text{contida na região da especificação} \\ 0 & \text{outra situação} \end{cases} \quad (2.133)$$

Outra forma mais intuitiva de determinar o índice  $LI$  é comparar os intervalos da especificação e do processo para as  $p$  características da qualidade. Toma o valor de 1, quando  $[LIP, LSP]_i \subset [LIE, LSE]_i$ , ou seja  $LIP_i > LIE_i$  e  $LSE_i > LSP_i$ .

Considera-se que um processo é capaz quando, simultaneamente, apresenta  $C_{pM} \geq 1,33$ ;  $PV \simeq 1$  e  $LI = 1$ .

### 2.7.6.2 Outros Índices de Capacidade

#### Índice $MC_{pm}$

Taam *et al.* (1993) propuseram um índice de capacidade multivariado  $MC_{pm}$ . O conceito deste índice é similar ao do índice  $C_{pM}$ , representado na equação (2.127), diferindo apenas relativamente à região a ser modificada. No índice  $C_{pM}$  a região modificada é referente ao processo, contrariamente ao índice  $MC_{pm}$  onde é mantida a região original do processo, modificando-se a região referente à especificação técnica. A definição do índice  $MC_{pm}$ , utilizando a notação do artigo dos autores, é expressa na equação (2.134), onde  $R_1$  é a região referente à especificação técnica modificada e  $R_2$  é a região referente ao processo.

$$MC_{pm} = \frac{Vol(R_1)}{Vol(R_2)} \quad (2.134)$$

A região modificada, referente à especificação técnica  $R_1$ , é definida como o maior  $p$ -elipsóide contido na região  $p$ -rectangular da especificação. A razão entre o volume do maior  $p$ -elipsóide contido na região  $p$ -rectangular da especificação e o volume da região referente ao processo constitui o índice multivariado  $MC_{pm}$ .

Taam *et al.* (1993) rescrevem o índice  $MC_{pm}$  através da equação (2.135), onde a primeira fracção  $MC_p$  representa a variabilidade do processo relativamente à região de tolerância modificada e  $D$  reflecte o desvio do processo em relação ao valor alvo  $\mathbf{T}$ .

$$MC_{pm} = \frac{Vol(R_1)}{|\Sigma|^{\frac{1}{2}}(\pi \cdot K^*)^{\frac{1}{2}} \left( \Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right)^{-1}} \times \frac{1}{\left( 1 + (\mu - \mathbf{T})^T \cdot \Sigma^{-1} \cdot (\mu - \mathbf{T}) \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (2.135)$$

$$MC_{pm} = MC_p \times D^{-1}$$

Na equação anterior tem-se que:

$K^*$  – percentil à direita da distribuição  $\chi^2$ , para  $\alpha = 0,27\%$  e  $p$  graus de liberdade ( $K^* = \chi^2_{0,0027;p}$ )

$\Gamma$  – função Gama

Wang *et al.* (2000) propõem a estimação do índice  $MC_{pm}$  através da equação (2.136). Na equação (2.137)  $R_E$  representa a região relativa à especificação técnica ( $R_E = \prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)$ ).

$$M\hat{C}_{pm} = \frac{\hat{C}_p}{\hat{D}} \quad (2.136)$$

onde,

$$\hat{C}_p = \frac{R_E}{|\mathbf{S}|^{1/2} (\pi \cdot K^*)^{p/2} \left( \Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right)^{-1}} \quad (2.137)$$

$$\hat{D} = \left( 1 + \frac{n}{n-1} (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T})^T \cdot \mathbf{S}^{-1} \cdot (\bar{\mathbf{X}} - \mathbf{T}) \right)^{1/2} \quad (2.138)$$

A análise da capacidade do processo é realizada, não só através do índice  $MC_{pm}$ , mas também através dos valores do numerador e denominador que constituem o respectivo índice. Para se considerar um processo capaz, têm de se verificar simultaneamente as seguintes condições:

- $M\hat{C}_{pm} \geq 1$ ;
- $\hat{C}_p \geq 1$ ;
- $\hat{D} = 1$ .

### Índice $NMC_{pm}$

Pan e Lee (2009) propõem o índice  $NMC_{pm}$ , que afirmam ser mais robusto que o proposto por Taam *et al.* (1993), uma vez que têm em conta a correlação entre as múltiplas características da qualidade. Neste novo índice apresentam uma nova região modificada referente à especificação técnica:

$$E_{d, \mathbf{A}^*, \mathbf{T}} = \{\mathbf{X} \in \mathbf{R}^V | (\mathbf{X} - \mathbf{T})^T (\mathbf{A}^*)^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{T}) = d^2\} \quad (2.139)$$

Análogo ao índice  $MC_{pm}$ , apenas difere no numerador, podendo o novo índice  $NMC_{pm}$  ser expresso pelas equações (2.140) e (2.141).

$$NMC_{pm} = \frac{Vol(E_{d, \mathbf{A}^*, \mathbf{T}})}{Vol(R_2)} \quad (2.140)$$

$$NMC_{pm} = \frac{|\mathbf{A}^*|^{1/2} (\pi \cdot K^*)^{p/2} \left( \Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right)^{-1}}{|\mathbf{\Sigma}|^{1/2} (\pi \cdot K^*)^{p/2} \left( \Gamma\left(\frac{p}{2} + 1\right) \right)^{-1}} \times \frac{1}{(1 + (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T})^T \cdot \mathbf{\Sigma}^{-1} \cdot (\boldsymbol{\mu} - \mathbf{T}))^{1/2}} \quad (2.141)$$

$$NMC_{pm} = NMC_p \times D^{-1}$$

A matriz  $\mathbf{A}^*$  é calculada através da equação (2.142), onde  $\rho_{ih}$  representa o coeficiente de correlação entre as  $i$ -ésima e  $h$ -ésima características da qualidade, e  $LSE_i$  e  $LIE_i$  os limites superior e inferior de especificação para cada característica da qualidade.

$$\rho_{ih} \left( \frac{LSE_i - LIE_i}{2d} \right) \left( \frac{LSE_h - LIE_h}{2d} \right) ; i, h = 1, \dots, p \quad (2.142)$$

### Índices $MC_p$ , $MC_{pk}$ , $MC_{pm}$ e $MC_{pmk}$ com base em Componentes Principais

Wang e Chen (1998-99) sugerem quatro índices  $MC_p$ ,  $MC_{pk}$ ,  $MC_{pm}$  e  $MC_{pmk}$ , que contrariamente aos índices até agora apresentados, não se baseiam na relação entre as regiões referentes à especificação técnica e ao processo, mas são calculados utilizando a decomposição em componentes principais.

Os elementos do vector média do processo  $\mu$ , vector dos valores nominais  $T$  e matriz da especificação técnica  $E$ , são transformados em componentes principais. A componente principal do vector  $\mu$  é obtida através da substituição de  $X$  por  $\mu$  na equação (2.118). A componente principal do vector  $T$  e  $E$  é obtida da mesma forma que a componente principal de  $\mu$ , substituindo-se  $X$  por  $T$  e  $E$ , respectivamente.

Como foi dito anteriormente no ponto 2.7.5, especificamente na matéria de cartas de controlo multivariadas baseadas em métodos de projecção, os valores próprios  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$  representam os valores das variâncias das novas variáveis  $pc_1, pc_2, \dots, pc_p$ .

Uma vez que as novas variáveis apresentam a mesma quantidade de variabilidade que as variáveis originais, a partir delas poder-se-á avaliar a capacidade do processo. Conhecendo, a transformação em componentes principais, dos elementos dos vectores  $\mu$ ,  $T$  da matriz  $E$ , e as variâncias das novas variáveis, os índices de capacidade univariados  $C_{p,PC_i}$ ,  $C_{pk,PC_i}$ ,  $C_{pm,PC_i}$  e  $C_{pmk,PC_i}$  podem ser calculados através das equações (2.65) a (2.72) apresentadas no ponto 2.6.

Dado que as variáveis  $pc_1, pc_2, \dots, pc_p$  são linearmente independentes, os índices de capacidade multivariados podem ser obtidos através dos índices de capacidade univariados dessas variáveis (Wang e Chen, 1998-99):

$$MC_p = \left( \prod_{i=1}^p C_{p,PC_i} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.143)$$

$$MC_{pk} = \left( \prod_{i=1}^p C_{pk,PC_i} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.144)$$

$$MC_{pm} = \left( \prod_{i=1}^p C_{pm,PC_i} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.145)$$

$$MC_{pmk} = \left( \prod_{i=1}^p C_{pmk,PC_i} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.146)$$

Considera-se que um processo é teoricamente capaz, quando os valores dos quatro índices multivariados anteriormente apresentados, forem iguais ou superiores à unidade.

Tal como foi referido anteriormente no ponto 2.7.5.2 a maior parte da variabilidade previsível nos dados é capturada pelos primeiros componentes principais a serem formados. Wang e Chen (1998-99) propõem a determinação do contributo de cada componente principal na variância global através da equação (2.147). Segundo Wang e Chen (1998-99) a análise de

componentes principais requer também a determinação da correlação entre as variáveis originais e as novas variáveis  $pc$ , assim sugerem a determinação do coeficiente de correlação entre a variável original  $i$  e o componente principal  $j$  através da equação (2.148), onde  $p_{ij}$  representa o co-seno do ângulo entre a variável original  $i$  e o componente principal  $j$ ,  $\lambda_j$  a variância da variável  $pc_j$  e  $s_{ii}$  a variância da variável  $X_i$ . Através da análise do contributo de cada componente principal e da correlação entre as variáveis originais e as novas variáveis  $pc$ , Wang e Chen (1998-99) definem as variáveis que devem ser consideradas na determinação dos índices de capacidade multivariados.

$$\text{Contributo de } pc_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \quad (2.147)$$

$$\rho_{ij} = p_{ij} \left( \frac{\lambda_j}{s_{ii}} \right) \quad (2.148)$$

### Índices $(MC_{pk})_S$ e $(MC_{pk})_I$ com base em Componentes Principais

Xekalaki e Perakis (2002) no seguimento do estudo de Wang e Chen (1998-99), desenvolvem dois índices de capacidade multivariados para processos com características de especificações unilaterais do mesmo tipo, isto é, possuidoras apenas de um limite de controlo superior ou inferior. Tal como Wang e Chen (1998-99), o primeiro passo é a transformação em componentes principais dos elementos do vector média do processo  $\mu$ , do vector dos valores nominais  $T$ , do vector especificação técnica  $E$ , e a determinação dos valores das variâncias  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$  das novas variáveis  $pc_1, pc_2, \dots, pc_p$ . Posteriormente, quando conhecida a transformação em componentes principais dos elementos dos vectores  $\mu$ ,  $T$  e da matriz  $E$ , são calculados os índices de capacidade univariados  $(C_{pk})_{S,pc_i}$  e  $(C_{pk})_{I,pc_i}$  através das equações (2.71) e (2.72) apresentadas no ponto 2.6.

Os índices de capacidade multivariados para processos com especificações unilaterais são obtidos através dos índices de capacidade univariados dessas variáveis (Xekalaki e Perakis, 2002):

$$(MC_{pk})_S = \left( \prod_{i=1}^p (C_{pk})_{I,pc_i} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.149)$$

$$(MC_{pk})_I = \left( \prod_{i=1}^p (C_{pk})_{S,pc_i} \right)^{\frac{1}{p}} \quad (2.150)$$

## 2.8 Controlo Estatístico do Processo com Dados Auto-Correlacionados

Como foi referido no ponto 2.5.2 a presença de auto-correlação tem grande impacto na utilização do controlo estatístico do processo, provocando em particular, um aumento drástico no número de falsos alarmes. Resultados de estudos realizados por Alwan e Roberts (1988), Montgomery e Mastrangelo (1991), Harris e Ross (1991), Maragah e Woodall (1992) e Woodall (2000), revelam como o desempenho de cartas de controlo, concebidas na base de independência dos dados, podem ter efeitos negativos quando

provêm de processo com dados auto-correlacionados. Na prática isto significa que poderão ser observados muitos sinais de causas especiais, quando na realidade estes sinais são naturais ao processo. Nestas situações, as cartas de controlo de Shewhart não são as ferramentas adequadas para o controlo do processo, uma vez que é realizada uma errónea estimativa dos parâmetros do processo.

Como tal, é indispensável verificar o pressuposto de independência. Contudo, o bom senso de correcta avaliação dessa independência ou dependência é imprescindível. Segundo Gilbert *et al.* (1997) é necessário avaliar se o comportamento auto-correlacionado dos dados é natural e imutável ao processo. Caso esta constatação se verifique, as cartas tradicionais de controlo estatístico não são ferramentas úteis, devendo-se aplicar outras metodologias próprias para dados auto-correlacionados. Se a auto-correlação do processo é um reflexo de causas especiais, as cartas de controlo aplicadas devem detectar tal situação, para que possam ser identificados os motivos por tal ocorrência, e consequentemente eliminadas tais origens indesejáveis.

### 2.8.1 Verificação da Auto-Correlação dos Dados

De forma a verificar o pressuposto de independência no corrente trabalho é realizada a construção de um correlograma, com base na aplicação da *Função de Auto-Correlação (FAC)* e da *Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)*.

#### 2.8.1.1 Função de Auto-Correlação

Como já foi referido em 2.5.2, uma variável diz-se auto-correlacionada quando num dado momento depende em parte do valor ou dos valores anteriores. Esta auto-correlação pode ser definida como a correlação entre a série de valores da variável  $X_t$  e a série de valores desfasados de  $k$  observações  $X_{t+k}$ , para  $k = 0, 1, 2, \dots$ . O conjunto de coeficiente de correlação  $\rho_k$ , designa-se por *Função de Auto-Correlação (FAC)*, e é dado pela equação (2.151), onde,  $Var(X)$  representa a variância de  $X$ ,  $\gamma_k$  a auto-covariância de desfasamento  $k$  e  $\gamma_0$  a auto-covariância de desfasamento  $k = 0$ , ou a variância de  $X$ .

$$\rho_k = \frac{COV(X_t, X_{t+k})}{Var(X)} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.151)$$

Como a função de auto-correlação não é conhecida, é necessário estimar o seu valor. Esta estimativa pode ser realizada através do valor estimado  $r_k$ , apresentado na expressão (2.152), que utiliza como base os valores da variável aleatória  $X(X_1, X_2, \dots, X_k, \dots, X_n)$  (Box *et al.*, 2008).

Ao conjunto de coeficientes de correlação estimados  $r_k$ , com distribuição aproximadamente Normal ( $r_k \sim N(0, Var(r_k))$ ), dá-se o nome de *Função de Auto-Correlação Estimada (FACE)*.

$$r_k = \hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X}) \cdot (X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^N (X_t - \bar{X})^2} \quad (2.152)$$

A estimativa da função de auto-covariância pode ser efectuada a partir da expressão (2.153). No caso de  $k = 0$  a estimativa da função de auto-covariância resume-se à equação (2.154).



$$c_k = \hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \cdot \sum_{t=1}^{N-k} (X_t - \bar{X}) \cdot (X_{t+k} - \bar{X}) \quad (2.153)$$

$$\hat{\gamma}_0 = Var(X_t) = \sigma^2 \quad (2.154)$$

O valor do coeficiente de correlação está compreendido entre  $-1$  e  $1$ , sendo, em valor absoluto, tanto maior quanto maior for a dependência entre o valor da variável no momento  $t$  e o seu valor no momento  $t - k$ , tomando o valor nulo quando as variáveis são independentes.

No entanto é pertinente referir que amostras de uma variável aleatória que não são auto-correlacionadas, não são necessariamente independentes. A correlação indica o grau de associação linear entre dois valores da mesma variável separados por  $k$  períodos, o que significa que poderá existir uma relação não linear entre eles.

A verificação da existência de auto-correlação deve ser realizada através de um correlograma, um gráfico da *FACE* em função de  $k$ , poderosa ferramenta para identificar características de uma série temporal. Se todos os valores de  $r_k$  pertencerem a um determinado intervalo de confiança, determinado através da equação (2.155), significa que os dados não são significativamente auto-correlacionados.

$$-Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\hat{\gamma}} \leq r_k \leq Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\hat{\gamma}} \quad (2.155)$$

Este intervalo de confiança é calculado com base no valor esperado  $E(r_k) \cong 0$ , e na variância de  $r_k$  dada pela equação (2.156) (Pereira e Requeijo, 2008).

$$Var(r_k) \cong \frac{1}{N} \cdot \sum_{v=-\infty}^{+\infty} (\rho_v^2 + \rho_{v+k} \cdot \rho_{v-k} - 4\rho_k \cdot \rho_v \cdot \rho_{v-k} + 2\rho_v^2 \cdot \rho_k^2) \quad (2.156)$$

Onde  $Var(r_k)$  pode ser estimada através do estimador representado na Equação (2.157).

$$\hat{v} = Var(\hat{r}_k) \cong \frac{1}{N} \cdot \left( 1 + 2 \cdot \sum_{v=1}^{k-1} r_v^2 \right) \quad (2.157)$$

Um exemplo da *FACE* é apresentado na Figura 2.5. Neste exemplo os dados apresentam auto-correlação, uma vez que nem todos os valores de  $r_k$  pertencem ao intervalo de confiança.

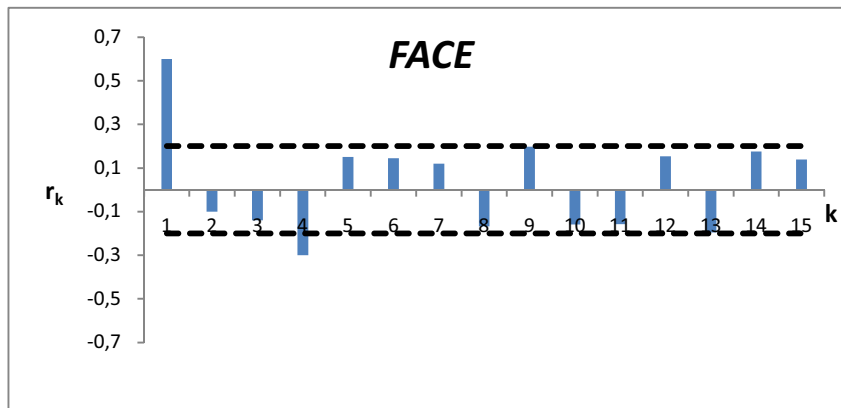


Figura 2.5: Função de Auto-Correlação Estimada (FACE)

### 2.8.1.2 Função de Auto-Correlação Parcial

Como já foi referido, a *FAC* tem como objectivo a investigação da correlação total existente entre duas amostras de uma variável em instantes distintos, a *Função de Auto-Correlação Parcial (FACP)* permite avaliar a correlação parcial entre essas duas observações  $X_t$  e  $X_{t+k}$ , depois de ser eliminado o efeito produzido pelas observações intermédias  $X_{t+1}, X_{t+2}, \dots, X_{t+k-1}$  (Murteira *et al.*, 1993). É uma ferramenta muito útil durante a etapa de identificação dos modelos *ARIMA* a serem ajustados aos dados observados. Estes modelos vão ser detalhadamente explicados no ponto 2.8.2. Para a apresentação da metodologia de realização da função de auto-correlação parcial, considera-se um dos modelos *ARIMA*, o modelo auto-regressivo de ordem  $p$ , *AR(p)*.

A auto-correlação parcial é calculada através da expressão de Yule-Walker:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \phi_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_k \end{bmatrix} \quad (2.158)$$

equivalente a:

$$\Phi_k = P_k^{-1} \cdot \rho_k \quad (2.159)$$

Resolvendo o sistema de equações lineares, em ordem aos coeficientes  $\phi_{jk}, j = 1, 2, \dots, k$ , obtém-se a função de auto-correlação parcial  $\phi_{kk}$ . Exemplificando para  $k = 1, 2, 3$ :

$$\phi_{11} = \rho_1 \quad (2.160)$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{bmatrix}} \quad (2.161)$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{bmatrix}} \quad (2.162)$$

Os coeficientes de  $\phi_{kk}$  não são conhecidos, e podem ser estimados substituindo-se nas equação anteriores os valores de  $\rho_k$  pelos seus valores estimados  $\hat{\phi}_{kk}$ , obtendo-se as estimativas  $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \hat{\phi}_{33}$ . Extrapolando o raciocínio anterior, os coeficientes de auto-correlação parcial  $\hat{\phi}_{kk}$ , que segundo Quenquille (1949) e Box *et al.* (2008) para processos *AR(p)* são Normalmente distribuídos ( $\hat{\phi}_{kk} \sim N(0, Var(\hat{\phi}_{kk}))$ ), são estimados através de equação (2.163). Ao conjunto formado pelos coeficientes de auto-correlação parcial estimados  $\hat{\phi}_{kk}$ , denomina-se de Função de Auto-Correlação Parcial Estimada. (*FACPE*) (Murteira *et al.*, 1993).

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \cdot \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \cdot \hat{\rho}_j} \quad (2.163)$$

A verificação da existência de auto-correlação parcial deve ser realizada através do gráfico da *FACPE* em função de  $k$ , testando se os valores de  $\hat{\phi}_{kk}$  são significativamente diferentes de zero. Se todos os valores de  $\hat{\phi}_{kk}$  pertencerem a um determinado intervalo de confiança, calculado através da equação (2.164), significa que os dados não são auto-correlacionados.

$$-Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\text{Var}(\hat{\phi}_{kk})} \leq \hat{\phi}_{kk} \leq Z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\text{Var}(\hat{\phi}_{kk})} \quad (2.164)$$

Este intervalo de confiança é calculado em função do valor esperado  $E(r_k) \cong 0$ , e da variância de  $\hat{\phi}_{kk}$  dada pela equação (2.165). Onde  $N$  representa o número de observações.

$$\text{Var}(\hat{\phi}_{kk}) \cong \frac{1}{N}, \quad k > p \quad (2.165)$$

Um exemplo da *FACPE* é apresentado na Figura 2.6. Neste exemplo os dados apresentam auto-correlação, uma vez que nem todos os valores de  $\hat{\phi}_{kk}$  pertencem ao intervalo de confiança.

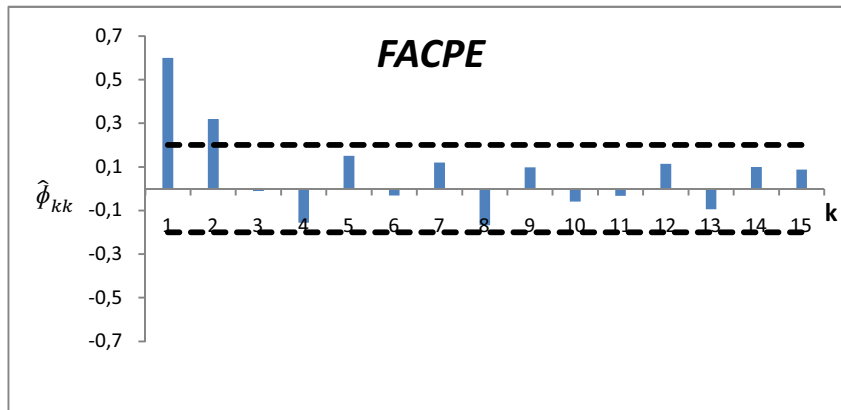


Figura 2.6: Função de Auto-Correlação Parcial Estimada (FACPE)

## 2.8.2 Modelos ARIMA

Como foi referido anteriormente, devido à forte automatização na aquisição de dados e à dinâmica inerente aos próprios processos, é comum encontrarem-se processos com estruturas auto-correlacionadas nas suas sequências de observações. Este fenómeno impede uma correcta aplicação do *SPC* tradicional.

Box *et al.* (2008) propõem a modelação de um processo, através de uma metodologia de modelação de análise de sucessões cronológicas, denominada como modelos integrados mistos auto-regressivos de médias móveis, designação que pode ser abreviada pela sigla *ARIMA(p, d, q)*. Os modelos *ARIMA*, surgem na década de 60, e foram inicialmente propostos por Box *et al.* (2008), no entanto têm sido disseminados por outros autores. Na presente dissertação, para além dos trabalhos propostos por Box *et al.* (2008), foram usadas como referência outros autores, passando a citar-se Montgomery *et al.* (1990), Wei (2005) Murteira *et al.* (1993), Shumway e Stoffer (2000), Morettin e Toloi (2006) e Pereira e Requeijo (2008).

As características da qualidade de um determinado processo podem ser consideradas fenómenos dinâmicos. Isto significa que uma variável depende não só da influência directa de variáveis no mesmo instante de tempo, mas também da acção de variáveis em instantes anteriores. Estes fenómenos podem ser estudados sob a forma de uma série temporal, que não é mais do que um conjunto de processos estocásticos de tempo discreto.

A dinâmica associada aos fenómenos requer a aplicação de modelos probabilísticos em detrimento do seu carácter não determinístico. Os modelos determinísticos permitem estabelecer uma exacta relação entre variáveis mensuráveis de um sistema sem recorrer a elementos probabilísticos, sem inclusão de qualquer tipo de incerteza. Num modelo estocástico, a incerteza está presente, atribuindo-se uma dada probabilidade de ocorrência a um dado acontecimento.

Os processos estocásticos podem ser tratados por modelos contínuos ou discretos. Os modelos contínuos são associados a fenómenos que decorrem continuamente no tempo, podendo tomar qualquer valor dentro de um intervalo. Os modelos discretos são utilizados quando os acontecimentos surgem em instantes discretos no tempo.

Um processo estocástico, definido por uma série temporal, pode ser estacionário ou não estacionário. Quando se realiza um deslocamento no tempo de todas as variáveis e a distribuição estatística das mesmas não se altera, então o processo é considerado estacionário, ou seja a estacionaridade estrita implica que as propriedades estatísticas inerentes ao processo não se alterem com a alteração do referencial temporal. Quando tal condição não é verificada, e o desfasamento no tempo é responsável pela alteração no valor de um ou dos dois parâmetros do processo, média ou variância, o processo é considerado não estacionário.

Os modelos *ARIMA*, permitem que valores futuros de uma série sejam previstos com base em valores históricos. Estes modelos podem possuir três componentes, denominadas de componente de auto-regressiva de ordem  $p$   $AR(p)$ , componente integrativa com grau de diferenciação  $d$   $I(d)$  e componente de médias móveis de ordem  $q$   $MA(q)$ . Estas componentes podem estar todas presentes numa sucessão cronológica, ou apenas um subconjunto delas, resultando várias alternativas de possíveis modelos de análise de metodologias. Um modelo *ARIMA* pode definir-se pela equação (2.166), onde  $B$  representa o operador de atraso,  $\nabla$  é o operador de diferenças,  $\Phi_p(B)$  é o polinómio auto-regressivo de ordem  $p$ ,  $\Theta_q(B)$  o polinómio de médias móveis de ordem  $q$ ,  $X_t$  a observação no instante  $t$  e  $\varepsilon_t$  o “ruído branco” no período  $t$  ( $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ).

$$\Phi_p(B) \cdot \nabla^d \cdot X_t = \Theta_q(B) \cdot \varepsilon_t \quad (2.166)$$

O operador de atraso  $B$  pode ser calculado através da expressão (2.167), onde o expoente  $m$  representa o número de tempos de atraso que o operador  $B$  impõe à observação  $X_t$ . O operador de diferenças  $\nabla$  pode ser escrito em função do operador  $B$  através da expressão (2.168). Os polinómios, auto-regressivo e de médias móveis, são calculados através das equação (2.169) e (2.170), respectivamente.

$$B^m \cdot X_t = X_{t-m} \quad (2.167)$$

$$\nabla = (1 - B) = \frac{X_{t-1} - X_t}{X_t} \quad (2.168)$$

$$\Phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) \quad (2.169)$$

$$\Theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \quad (2.170)$$

Quando o processo é estacionário, o ajustamento da série temporal é realizado através de um modelo  $ARMA(p, q)$ . Se o processo não é estacionário é necessário fazer a diferenciação da série em  $d$  vezes necessárias para torná-lo estacionário e o modelo  $ARIMA(p, d, q)$  poderá ser ajustado a um modelo  $ARMA(p, q)$ . Esta diferenciação é realizada através do operador de diferenças, com objectivo de transformar a variável original  $X$  numa variável estacionária  $Y$  diferenciada no instante  $t$  por  $Y_t = \nabla^d X_t$ . Assim os processos estacionários podem dividir-se em três grandes grupos, os processos  $AR(p)$ ,  $MA(q)$  e  $ARMA(p, q)$ .

### 2.8.2.1 Processo Auto-Regressivo $AR(p)$

No modelo auto-regressivo, o valor da característica no instante  $t$  é expresso como combinação linear dos valores nos instantes anteriores, ou seja, a observação  $X_t$  é constituída pela média ponderada das  $p$  primeiras observações anteriores da variável. O modelo auto-regressivo pode ser descrito pela equação (2.171), a média é dada pela equação (2.172) e a variância definida pela equação (2.173).

$$X_t = \xi + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \phi_2 \cdot X_{t-2} + \dots + \phi_p \cdot X_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.171)$$

$$E(X_t) = \mu = \frac{\xi}{1 - \sum_{j=1}^p \phi_j} \quad (2.172)$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \sum_{j=1}^p \rho_j \cdot \phi_j} \quad (2.173)$$

Nas equações anteriores, considera-se

$\xi$  – parâmetro que determina a média do processo

$\phi_j$  – parâmetro da componente auto-regressiva ;  $j = 1, 2, \dots, p$

$X_{t-p}$  – valor da variável, no instante  $t - p$

$\sigma_\varepsilon^2$  – variância do erro  $\varepsilon$

$\varepsilon_t$  – resíduo ou erro de previsão no instante  $t$  ( $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ )

Num processo auto-regressivo, o correlograma da  $FAC$  deverá apresentar um decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfasamento sem nunca atingir o valor zero. O correlograma da  $FACP$  deverá apresentar picos significativos através dos desfasamentos  $p$ , que indicarão a ordem do modelo  $AR$ .

### 2.8.2.2 Processo de Médias Móveis $MA(q)$

No modelo de médias móveis, o valor de  $X_t$  não é obtido através dos valores do processo nos instantes anteriores, mas da combinação linear de um número finito ( $q$ ) de componentes aleatórias  $\varepsilon_t$ . O modelo de médias móveis pode ser descrito pela equação (2.174), a média é dada pela equação (2.175) e a variância definida pela equação (2.176).

$$X_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \cdot \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_p \cdot \varepsilon_{t-q} \quad (2.174)$$

$$E(X_t) = \mu \quad (2.175)$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \sigma_\varepsilon^2 \sum_{j=0}^q \theta_j^2 ; \theta_0 = 1 \quad (2.176)$$

Nas equações anteriores, considera-se

$\mu$  – média do processo

$\theta_j$  – parâmetro da componente média móvel ;  $j = 1, 2, \dots, q$

$\varepsilon_{t-q}$  – resíduo ou erro de previsão no instante  $t - q$

Num processo de médias móveis, o correlograma da *FAC* deverá apresentar um decréscimo brusco a partir de um determinado *lag*( $q$ ), que indicará a ordem do modelo *MA*. O correlograma da *FACP* deverá apresentar um decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfaseamento sem nunca atingir o valor zero.

### 2.8.2.3 Processo Misto Auto-Regressivo de Médias Móveis $ARMA(p, q)$

Uma combinação dos modelos  $AR(p)$  e  $MA(q)$  resulta num modelo auto-regressivo de médias móveis, ou seja, um  $ARMA(p, q)$ . Este modelo, definido pela equação (2.177), permite em determinadas situações melhorar o nível de ajustamento do modelo às séries temporais de dados. A média de um processo  $ARMA(p, q)$  é dada pela parcela auto-regressiva do modelo, por isso pode ser estimada através da equação (2.172) e a variância é definida pela equação (2.178)

$$X_t = \xi + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \dots + \phi_p \cdot X_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \cdot \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_p \cdot \varepsilon_{t-p} \quad (2.177)$$

$$Var(X_t) = \gamma_0 = \sum_{j=1}^p \phi_j \cdot \gamma_j - \theta_1 \cdot \gamma_{X_\varepsilon}(-1) - \dots - \theta_q \cdot \gamma_{X_\varepsilon}(-q) + \sigma_\varepsilon^2 \quad (2.178)$$

Os correlogramas de um modelo misto auto-regressivo de médias móveis, tanto da *FAC* como da *FACP*, apresentam um decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfaseamento sem nunca atingir o valor zero, positivamente ou negativamente, ou alternando entre si.

#### 2.8.2.4 Caracterização teórica dos correlogramas dos modelos $ARMA(p, q)$

A identificação de um modelo  $ARMA(p, q)$  é realizada através da comparação da função auto-correlação estimada ( $FACE$ ) com a função auto-correlação teórica ( $FAC$ ) e da comparação da função de auto-correlação parcial estimada ( $FACPE$ ) com a função de auto-correlação parcial teórica ( $FACP$ ).

Nos processos estacionários, a  $FAC$  e  $FACP$  de um processo  $AR(p)$ ,  $MA(p)$  ou  $ARMA(p, q)$  possuem distintas características, apresenta-se a seguir resumidamente no Quadro 2.11 a caracterização das sucessões cronológicas apresentadas.

Quadro 2.11: Caracterização das sucessões cronológicas.

Processo	$FAC$	$FACP$
$AR(p)$	Apresenta um decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfasamento sem nunca atingir o valor zero	Apresentar picos significativos através dos desfasamentos $lag(p)$ , que indicarão a ordem do modelo $AR$
$MA(p)$	Apresentar picos significativos através dos desfasamentos $lag(q)$ , que indicarão a ordem do modelo $MA$	Apresenta um decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfasamento sem nunca atingir o valor zero
$ARMA(p, q)$	Apresentam um decréscimo exponencial a partir de determinada ordem de desfasamento sem nunca atingir o valor zero, positivamente ou negativamente, ou alternando entre si.	

Para proceder de forma satisfatória à identificação do modelo que melhor se ajusta ao processo, alguns autores sugerem o uso de pelo menos 50 observações. Contudo na sua maioria consideram 50, um número reduzido, aconselhando um mínimo de 100 observações (Pereira e Requeijo, 2008).

#### 2.8.2.5 Etapas da Construção de um Modelo $ARIMA$

No corrente trabalho recomenda-se um modelo iterativo para identificação dos parâmetros  $p$ ,  $q$  e  $d$  que permitem o ajustamento do modelo  $ARIMA$  que representa o processo, baseado nos desenvolvimentos propostos por Box *et al.* (2008) e Pereira e Requeijo (2008). Esta metodologia é apresentada na Figura 2.7 e assenta em 4 etapas distintas, Identificação, Estimação, Validação e Previsão.

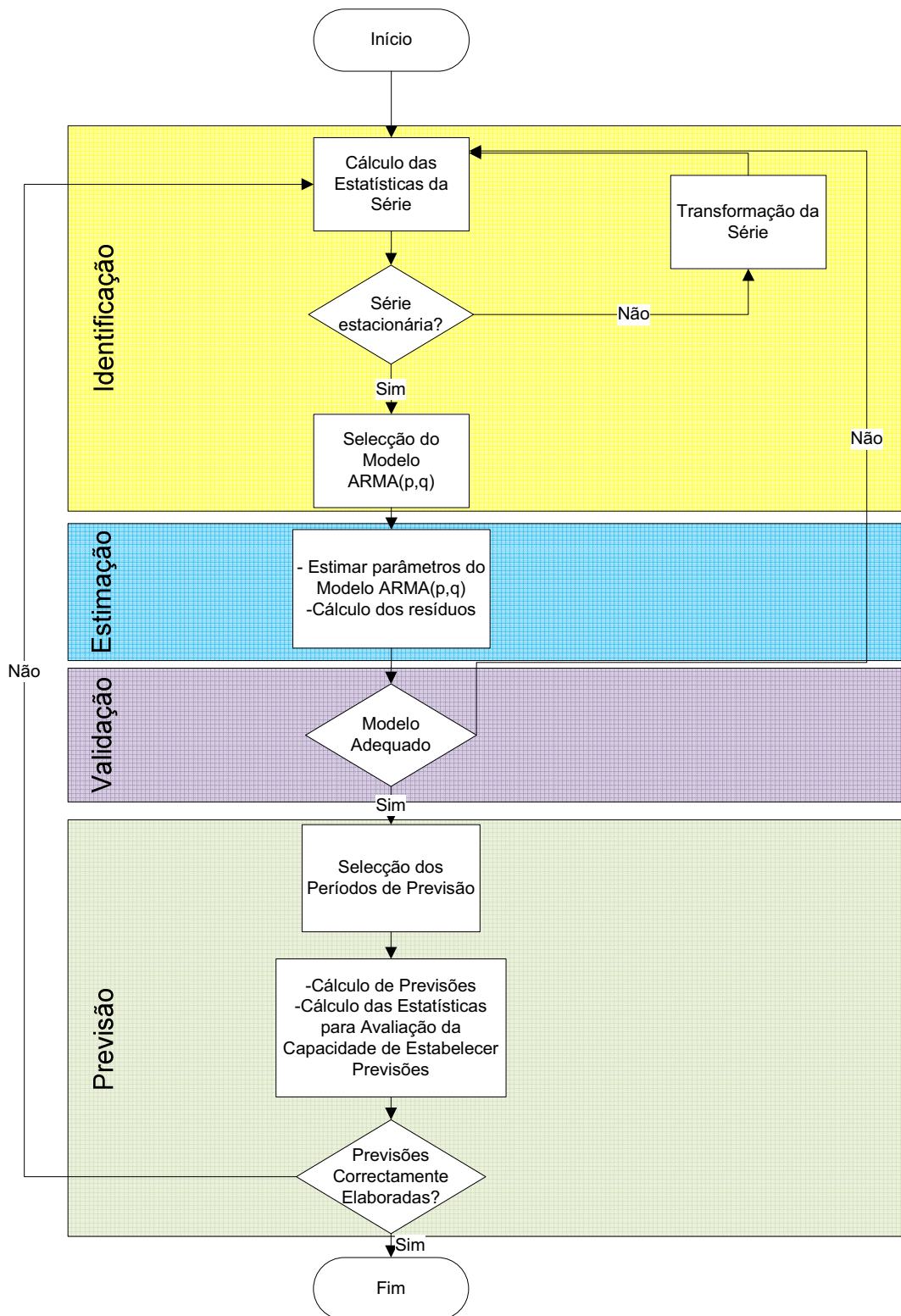


Figura 2.7: Metodologia de elaboração de um modelo *ARIMA* (adaptado de Box *et al.*, 2008 e Pereira e Requeijo, 2008))

### 2.8.2.6 Previsão com base nos Modelos *ARIMA*

Com base no modelo estimado é possível prever os potenciais valores futuros da característica em estudo e posteriormente determinar os erros de previsão. O erro de previsão, para o período  $T + \tau$  é dado pela equação (2.179), onde  $T$  representa o período actual (o último valor da série de dados).



$$e_{\tau}(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T) \quad (2.179)$$

Segundo Montgomery *et al.* (1990) a variância do erro de previsão é dada por:

$$Var(e_{\tau}(T)) = \sigma_{\varepsilon}^2 \left( 1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \Psi_j^2 \right) \quad (2.180)$$

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})}{r - M} \quad (2.181)$$

Nas equações anteriores, considera-se

- $\sigma_{\varepsilon}^2$  – variância dos resíduos para o período  $T + \tau$
- $X_{T+\tau}$  – valor de  $X$  no período  $T + \tau$
- $\hat{X}_{T+\tau}(T)$  – previsão efectuada no período  $T$  para o período  $T + \tau$
- $\Psi_j$  – coeficientes determinados a partir de  $X_t = \Psi(B) \cdot \varepsilon_t$
- $SS(\hat{\phi}, \hat{\theta})$  – soma dos quadrados dos resíduos
- $r$  – número de resíduos
- $M$  – número de parâmetros estimados

É relevante salientar que a variância dos resíduos definida pela equação (2.181), pode ser também determinada através das cartas de controlo Shewhart aplicadas aos resíduos, assim como o coeficiente  $\Psi_j$  é calculado de forma distinta consoante o modelo aplicado. Se o modelo ajustado for um  $AR(1)$  o valor de  $\Psi_j = \phi_1^j$ ; se for um modelo  $AR(2)$  o valor de  $\Psi_j$  é calculado pela equação (2.182), se for um modelo  $MA(1)$   $\Psi_j = -\theta_1^j$ , se for um  $MA(2)$  é calculado pela equação (2.183) e se for um modelo  $ARMA(1,1)$   $\Psi_j$  é determinado pela equação (2.184).

$$\Psi_j = \Psi_{j-1}\phi_1 + \Psi_{j-2}\phi_2 ; j = 2, 3, \dots \quad (2.182)$$

$$\Psi_j = \Psi_{j-1}c\theta_1 + \Psi_{j-2}\theta_2 ; j = 3, 4, \dots \quad (2.183)$$

$$\Psi_j = \phi_1^{j-1}(\phi_1 - \theta_1) ; j = 1, 2, \dots \quad (2.184)$$

### 2.8.3 Cartas de Controlo para Dados Auto-Correlacionados

Como foi anteriormente referido, a utilização de cartas de controlo tradicionais baseia-se no pressuposto de independência estatística das observações do processo. Contudo, este princípio básico é muitas vezes violado. Para colmatar tal adversidade, têm sido desenvolvidas diferentes abordagens no que respeita à aplicação de cartas de controlo quando os dados exibem auto-correlação significativa. Estas abordagens distinguem-se em duas linhas de investigação distintas. A primeira abordagem está isenta do ajuste de um

modelo matemático. Na segunda abordagem está implícita a determinação de um modelo matemático que melhor se ajusta aos dados auto-correlacionados.

A primeira abordagem consiste na aplicação de cartas de controlo convencionais (Shewhart, *CUSUM* e *EWMA*) com limites de controlo ajustados à auto-correlação que o processo exhibe ou efectuando transformações nos dados de forma a eliminar a auto-correlação presente.

Neste contexto referências marcantes foram Vasilopoulos e Stamboulis (1978) que propõem a aplicação de cartas de controlo com limites modificados em processos auto-regressivos de segunda ordem *AR*(2). Yashchin (1983) desenvolve uma carta *CUSUM* baseada na transformação dos dados, Montgomery e Mastrangelo (1991) sugerem a utilização da estatística *EWMA* para processos auto-correlacionados positivamente sem grandes alterações na média, tendo desenvolvido também a carta *MCEWMA* (“Moving Center Line *EWMA*”) com limites variáveis e com objectivo de poder simultaneamente verificar o estado de controlo e monitorizar o comportamento do processo. Zhang (1998) propõe a carta *EWMAST* (*EWMA* for stationary processes), que não é mais do que uma modificação dos limites de controlo da carta *EWMA* através da função de auto-correlação  $\rho_k$ .

No que concerne à segunda abordagem, devido à sua simplicidade metodológica, muitos são os autores que sugerem cartas de controlo de Shewhart, *CUSUM* e *EWMA* baseadas em resíduos ou erros de previsão. Uma vez realizadas todas as etapas de construção de um modelo *ARIMA*, é possível definir as duas Fases do *SPC*. Quando as etapas de *Identificação*, *Estimação* e *Validação* são concluídas, o modelo estimado é o modelo que melhor se adequa aos dados disponíveis. Torna-se desta forma possível o cálculo dos valores dos resíduos para cada período  $t$ , dados por  $e_t = X_t - \hat{X}_t$ . Estes valores dos resíduos, assim como os valores dos parâmetros do processo, são os valores que constituem o estudo da Fase I do *SPC*. Após estas três etapas, sucede-se a etapa de *Previsão*, onde se torna possível efectuar previsões para períodos subsequentes. Com estas previsões são calculados os erros de previsão, que constituem o conjunto de dados a ser monitorizado na Fase II do *SPC*.

Relativamente a esta abordagem uma das referências mais marcantes foi a de Alwan e Roberts (1988) que no seu artigo introduzem as cartas *SCC* (“*Special-Cause Chart*”) e *CCC* (“*Common-Cause Chart*”). A carta *SCC* consiste simplesmente numa carta de Shewhart, onde as observações individuais são substituídas por resíduos ou erros de previsão. A carta *CCC* não pode ser convenientemente considerada como uma carta de controlo, uma vez que não contempla a existência de limites de controlo, apenas testemunha a variação existente no processo. De forma a colmatar tal lacuna Wardell *et al.* (1992), propõem a carta *CCC* com limites de controlo. Também desenvolvimentos propostos de cartas *EWMA* e *CUSUM* com base nos resíduos e erros de previsão se encontram na literatura, Reynolds e Lu (1997) em relação à carta *EWMA* e Harris e Ross (1991), Yashchin (1983) em relação à carta *CUSUM*.

Russo (2002) no seu trabalho demonstra a aplicação de cartas de controlo de Shewhart  $\bar{X} - R$  a resíduos de uma série auto-correlacionada, obtidos através do ajuste do modelo *ARIMA* mais adequado. No estudo, alcança conclusões muito satisfatórias comparando com a aplicação da mesma carta aos valores originais. Um estudo semelhante é realizado por Russo *et al.* (2006), aplicando cartas de controlo de Shewhart  $\bar{X} - S$  a um processo auto-regressivo de primeira ordem *AR*(1).

Outros autores apresentam desenvolvimentos sobre a aplicação de cartas de controlo tradicionais baseadas em resíduos ou erros de previsão, citando-se Vander Weil (1996), Wieringa (1999) e English *et al.* (2000). Na presente dissertação a metodologia adoptada

para a realização do controlo estatístico de dados auto-correlacionados é a aplicação de cartas de controlo de resíduos e erros de previsão.

Junior *et al.* (2008), comparam alguns métodos utilizados no tratamento de processos que exibem dados auto-correlacionados. Realizam, a partir dos mesmos dados, uma análise ao número de causas especiais que ocorrem, em cartas de controlo de Shewhart aplicadas aos resíduos, em cartas de controlo com limites modificados, em cartas *MCEWMA*, entre outras. O seu estudo demonstrou que o método mais satisfatório no controlo de dados auto-correlacionados, foi o uso de cartas de controlo Shewhart aplicadas aos resíduos, uma vez que nos dois casos de estudo apresentados pelo autor, foi o método que denotou apenas uma causa especial. A aplicação de cartas de controlo com limites modificados, também se mostrou sensivelmente satisfatória, ao contrário das cartas de controlo *MCEWMA* que não apresentaram um bom desempenho nos casos de estudo analisados por este autor.

Todos os desenvolvimentos anteriormente explanados dizem respeito à aplicação de cartas de controlo univariadas. Respeitante ao controlo multivariado de dados auto-correlacionados, caso se verifique a existência de auto-correlação, deve proceder-se à determinação dos resíduos ou erros de previsão para as  $p$  variáveis. O procedimento a adoptar deverá ser o mesmo descrito em 2.7, das cartas de controlo multivariadas, com a ressalva que a sua aplicação será aos resíduos ou erros de previsão e não às variáveis originais. No entanto, algumas referências teóricas, acerca de outros métodos multivariados para dados auto-correlacionados, serão expostas no ponto 2.8.3.4

### 2.8.3.1 Cartas de Shewhart para Controlo de Resíduos

Como já foi anteriormente referido, na Fase I do *SPC* quando se está perante a modelação de dados auto-correlacionados, podem ser aplicados os desenvolvimentos mencionados em 2.4 acerca das cartas de Shewhart, com a ressalva que os dados a controlar deixam de ser os dados originais, passando a ser os resíduos que resultam do ajuste do modelo *ARIMA* mais adequado. A distribuição dos resíduos apresenta um valor esperado igual a zero e uma variância  $\sigma_\varepsilon^2$ .

No *SPC* podem ser controladas amostras ou observações individuais. Para o controlo de amostras são utilizadas cartas da média ( $\bar{e}$ ), da amplitude ( $R$ ) e do desvio padrão ( $S$ ); no controlo de observações individuais, são utilizadas as cartas dos resíduos ( $e$ ) e das amplitudes móveis ( $MR$ ). Serão seguidamente e respectivamente apresentadas nas equação (2.185), (2.186), (2.187) e (2.188), as estatísticas das cartas da média, amplitude móvel, amplitude amostral e desvio padrão, determinadas com base nos resíduos (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\bar{e}_t = \frac{\sum_{i=1}^n e_{ti}}{n} \quad (2.185)$$

$$MR_t = |e_t - e_{t-1}| \quad (2.186)$$

$$R_t = \max(e_{t1}, \dots, e_{tn}) - \min(e_{t1}, \dots, e_{tn}) \quad (2.187)$$

$$S_t = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (e_{ti} - \bar{e}_t)^2}{n - 1}} \quad (2.188)$$

A partir destas estatísticas são determinados, com as equação (2.189), (2.190) e (2.191), os valores médios  $\bar{R}$ ,  $\bar{S}$  e  $\overline{MR}$ , considerando  $m$  amostras de dimensão  $n$  ou  $N$  observações individuais (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\bar{R} = \frac{\sum_{t=1}^m R_t}{m} \quad (2.189)$$

$$\bar{S} = \frac{\sum_{t=1}^m S_t}{m} \quad (2.190)$$

$$\overline{MR} = \frac{\sum_{t=2}^N MR_t}{N-1} \quad (2.191)$$

Os limites de controlo e a linha central das cartas das médias, observações individuais, amplitudes e desvio padrão, determinadas com base nos resíduos, são apresentados no Quadro 2.12 (Pereira e Requeijo, 2008).

Quadro 2.12 Limites de controlo para a Fase I das cartas de controlo baseadas em resíduos

	Cartas da $\bar{e}$ e Carta $R$	Cartas da $\bar{e}$ e Carta $S$	Cartas da $e$ e Carta $MR$
	Carta $\bar{e}$	Carta $\bar{e}$	Carta $e$
$LSC$	$A_2 \bar{R}$	$A_3 \bar{S}$	$3\overline{MR}/d_2$
$LC$	0	0	0
$LIC$	$-A_2 \bar{R}$	$-A_3 \bar{S}$	$-3\overline{MR}/d_2$
	Carta $R$	Carta $S$	Carta $MR$
$LSC$	$D_4 \bar{R}$	$B_4 \bar{S}$	$D_4 \overline{MR}$
$LC$	$\bar{R}$	$\bar{S}$	$\overline{MR}$
$LIC$	$D_3 \bar{R}$	$B_3 \bar{S}$	$D_3 \overline{MR}$

Verificada a estabilidade do processo, são calculados os parâmetros da média e dispersão. Importa referir que os parâmetros do processo dependem do modelo *ARIMA* ajustado, e são dados pelas equações (2.172) e (2.173) ou (2.175) e (2.176) ou (2.172) e (2.178), dependendo se o modelo ajustado é um  $AR(p)$ , um  $MA(p)$  ou  $ARMA(p, q)$ . O desvio padrão dos resíduos é estimado a partir de  $\sigma_e$ , calculado através das equações (2.192), (2.193) ou (2.194), dependendo das cartas utilizadas (Pereira e Requeijo, 2008).

$$\hat{\sigma}_e = \sigma_e = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (2.192)$$

$$\hat{\sigma}_e = \sigma_e = \frac{\bar{S}}{c_4} \quad (2.193)$$

$$\hat{\sigma}_e = \sigma_e = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2.194)$$

Todas as considerações acerca da Fase I das cartas de Shewhart em 2.4 são válidas para as cartas de controlo baseadas nos resíduos, à excepção da acção correctiva realizada quando os pontos denotam a ocorrência de causas especiais. Quando tal facto se verifica, os pontos não devem ser eliminados, mas sim substituídos pelos valores esperados para

esses instantes, ajustado novamente o modelo, calculados os novos resíduos e realizadas as cartas de controlo revistas.

### 2.8.3.2 Cartas de Shewhart para Controlo de Erros de Previsão

Quando o objectivo é a monitorização de dados futuros do processo que se encontram auto-correlacionados, à semelhança da Fase I, na Fase II do *SPC* podem ser aplicadas cartas de Shewhart baseadas nos erros de previsão. A distribuição dos erros de previsão apresenta um valor esperado de zero e a variância é calculada através da equação (2.180), onde  $\sigma_\varepsilon^2$  é a função da variância dos resíduos calculada na Fase I.

No controlo de amostras são utilizadas cartas da média ( $\bar{e}$ ), da amplitude ( $R$ ) e do desvio padrão ( $S$ ); no controlo de observações individuais, são utilizadas as cartas dos erros de previsão ( $e$ ) e das amplitudes móveis ( $MR$ ).

As estatísticas a apresentar nas cartas da média, amplitude móvel, amplitude e desvio padrão são calculadas respectivamente pelas equações (2.185) a (2.188), onde  $e_t$  representa o erro de previsão em detrimento do resíduo no instante  $t$ . Na carta dos erros de previsão são controlados os erros de previsão, calculados através da equação (2.179). Os limites de controlo das cartas anteriormente mencionadas, para a Fase II do *SPC* com dados auto-correlacionados, são apresentados no Quadro 2.13, onde  $\sigma_{ep} = \sqrt{Var(e_t(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{(1 + \sum_{j=1}^{T-1} \psi_j^2)}$  corresponde ao desvio padrão da distribuição dos erros de previsão (Pereira e Requeijo, 2008).

Quadro 2.13 Limites de controlo para a Fase II das cartas de controlo baseadas em erros de previsão

	Cartas da $\bar{e}$ e Carta $R$	Cartas da $\bar{e}$ e Carta $S$	Cartas da $e$ e Carta $MR$
	Carta $\bar{e}$	Carta $\bar{e}$	Carta $e$
$LSC$	$A\sigma_{ep}$	$A\sigma_{ep}$	$3\sigma_{ep}$
$LC$	0	0	0
$LIC$	$-A\sigma_{ep}$	$-A\sigma_{ep}$	$-3\sigma_{ep}$
	Carta $R$	Carta $S$	Carta $MR$
$LSC$	$D_2\sigma_{ep}$	$B_6\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$
$LC$	$d_2\sigma_{ep}$	$c_4\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$
$LIC$	$D_1\sigma_{ep}$	$B_5\sigma_{ep}$	$D_1\sigma_{ep}$

### 2.8.3.3 Outros Métodos Univariados para Dados Auto-Correlacionados

#### Carta EWMA para Processos Auto-Correlacionados

Montgomery e Mastrangelo (1991) sugerem a utilização da estatística *EWMA* para processos auto-correlacionados, que evidenciem pequenas alterações na média do processo. Na sua proposta definem um procedimento muito simples, que consiste na aplicação de duas cartas em simultâneo, uma carta *EWMA* aplicada às observações originais, e uma carta de erros de previsão ou resíduos determinados através de uma

variável *EWMA*. A aplicação das duas cartas é fundamentada pelos autores, pelo facto da carta dos resíduos não permitir a obtenção directa de conclusões acerca dos acontecimentos do processo, complementando-se com a aplicação de uma carta que possibilite a visualização da dinâmica do processo. No seu estudo, os dados do processo são ajustados a um modelo  $ARIMA(0,1,1) = IMA(1,1)$ , onde a constante de amortecimento  $\lambda$  é calculada através do parâmetro  $\theta$ , por  $\lambda = 1 - \theta$ .

No que concerne à carta *EWMA* aplicada às observações originais, a estatística e os limites de controlo são calculados respectivamente através das equações (2.195) e (2.196), onde habitualmente  $K = 3$  e  $\sigma_E = \sigma \cdot \sqrt{\lambda/(2 - \lambda)}$ .

$$E_t = (1 - \lambda) \cdot E_{t-1} + \lambda \cdot X_t \quad (2.195)$$

$$\begin{aligned} LSE_E &= E_0 + K \cdot \sigma_E \\ LC_E &= E_0 \\ LIE_E &= E_0 - K \cdot \sigma_E \end{aligned} \quad (2.196)$$

Relativamente à carta de erros de previsão ou resíduos, os pontos a registar são obtidos através da equação (2.197), em que  $\hat{X}_t$  corresponde ao valor previsto para o período  $t$ , dado por  $E_{t-1}$ . Considerando os resíduos ou erros de previsão  $e_t$  independentes e identicamente distribuídos, com média zero e desvio padrão dos resíduos  $\sigma_p$ , os limites de controlo são dados pela equação (2.198).

$$e_t = X_t - \hat{X}_t = X_t - E_{t-1} \quad (2.197)$$

$$\begin{aligned} LSE_{e_t} &= +3 \cdot \sigma_p \\ LC_{e_t} &= 0 \\ LIE_{e_t} &= -3 \cdot \sigma_p \end{aligned} \quad (2.198)$$

Na aplicação do procedimento anteriormente descrito a constante de amortecimento  $\lambda$  é determinada pelo método dos mínimos quadrados dos erros  $e_t$ . Quanto à determinação do desvio padrão dos resíduos  $\sigma_p$ , Montgomery e Mastrangelo (1991) apresentam três formas alternativas de cálculo. A primeira forma de cálculo utiliza o quadrado dos erros de previsão, onde o valor de  $\sigma_p$  é estimado através de:

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e_t^2 \quad (2.199)$$

O segundo método apresentado pelos autores, é dado em função do desvio absoluto médio (*DAM*), em que o valor de *DAM* é obtido através da aplicação do conceito da exponencial amortecida, do seguinte modo:

$$DAM_t = (1 - \lambda_1) \cdot DAM_{t-1} + \lambda_1 \cdot |e_t| \quad 0 < \lambda_1 \leq 1 \quad (2.200)$$

O desvio padrão dos erros de previsão  $\sigma_p$  pode ser estimado por:

$$(\hat{\sigma}_p)_t = 1,25 \cdot DAM_t \quad (2.201)$$

O ultimo método de determinação de  $\sigma_p$ , recorre ao conceito de exponencial amortecida, determinando-se a variância amortecida, estimada através da seguinte equação:

$$(\hat{\sigma}_p^2)_t = (1 - \lambda_1) \cdot (\hat{\sigma}_p^2)_{t-1} + \lambda_1 \cdot e_t^2 \quad (2.202)$$

### Carta de Controlo *MCEWMA*

A carta *MCEWMA* (“Moving Center Line EWMA”), proposta por Montgomery e Mastrangelo (1991), permite a combinação da informação acerca do estado de controlo e da dinâmica do processo, ou seja, analisa simultaneamente a evolução do comportamento do processo e detecta causas especiais de variação. Esta carta reúne a informação das duas cartas anteriormente descritas, numa só.

A probabilidade do processo se encontrar sob controlo estatístico é dada pela equação (2.203), onde  $e_t$  representa os erros de previsão ou os resíduos Normalmente distribuídos com média zero e variância  $\sigma_p$ .

$$P(-3 \cdot \sigma_p \leq e_t \leq 3 \cdot \sigma_p) = 1 - \alpha = 0,9973 \quad (2.203)$$

Substituindo na equação anterior o valor do resíduo definido pela equação (2.197), e o valor previsto  $\hat{X}_t$  por  $E_{t-1}$ , obtêm-se os limites de controlo e a linha central, no instante  $t$ , definidos por:

$$\begin{aligned} LSC_t &= E_{t-1} + 3 \cdot \sigma_p \\ LC_t &= E_{t-1} \\ LIC_t &= E_{t-1} - 3 \cdot \sigma_p \end{aligned} \quad (2.204)$$

O desvio padrão dos erros de previsão ou resíduos, pode ser estimado através de qualquer uma das equações (2.199), (2.201) ou (2.202). Na carta *MCEWMA*, controla-se os valores de  $X_t$  comparando-os com os valores dos limites de controlo anteriormente definidos, obtidos com base no ajustamento efectuado no período anterior. Desta forma a carta *MCEWMA* permite a análise da evolução do comportamento do processo e a detecção de possíveis causas especiais.

A carta *MCEWMA* demonstra-se pouco sensível na detecção de pequenas ou moderadas alterações da média do processo. De forma a colmatar tal lacuna, Montgomery e Mastrangelo (1991) propõem a aplicação de uma regra suplementar, cuja aplicação simultânea com a carta *MCEWMA* permite aumentar a sensibilidade na detecção de pequenas e moderadas alterações da média do processo. O método denominado pelos autores de “tracking signals”, consiste na aplicação de dois índices de controlo, o Índice dos Erros Acumulados  $T_C$  e o Índice do Erro Amortecido  $T_S$ , que são definidos no instante  $t$  pelas seguintes expressões:

$$(T_C)_t = \left| \frac{\sum_{j=1}^t e_j}{DAM_t} \right| \quad (2.205)$$

$$(T_S)_t = \left| \frac{A_t}{DAM_t} \right| \quad (2.206)$$

$A_t$  corresponde ao erro amortecido no período  $t$ , dado por:

$$A_t = (1 - \lambda_1) \cdot A_{t-1} + \lambda_1 \cdot e_t \quad (2.207)$$



Em cada período  $t$ , o índice  $T_C$  é comparado com o valor crítico  $K_C$ ; e o índice  $T_S$  é comparado com o valor crítico  $K_S$ . Mastrangelo e Montgomery (1995) definem que os valores críticos dos índices, são dados por  $4 \leq K_C \leq 6$  e  $0,2 \leq K_S \leq 0,5$ .

Assim numa carta *MCEWMA*, uma situação de fora de controlo estatístico num processo com dados auto-correlacionados, é assinalada se uma das seguintes condições for verificada:

- Um ponto  $X_t$  situa-se fora dos limites de controlo.
- Os valores de  $(T_C)_t$  ou  $(T_S)_t$  não pertencem ao intervalo definido pelos seus valores críticos.

Num estudo posterior, os mesmos autores Mastrangelo e Montgomery (1995), estudam o comportamento das cartas *MCEWMA* em vários modelos, com objectivo de extrair conclusões acerca do desempenho das mesmas. Consideram os modelos  $AR(1)$ ,  $AR(2)$ ,  $IMA(1,1)$ ,  $ARMA(1,1)$  e  $ARIMA(1,1,1)$ , e analisam a partir dos valores de  $ARL_{Em\ Controlo}$  e  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$ , o comportamento da carta *MCEWMA* com os diferentes modelos. Através de tais análises constata-se que a utilização de apenas um dos índices, permite aumentar a sensibilidade da carta *MCEWMA*, e a utilização dos dois índices aumenta o número de falsos alarmes. Deste modo, reconsideram a forma de utilização dos índices, e propõem novas condições na detecção de causas especiais de variação. Considera-se uma situação de fora de controlo estatístico, quando uma das seguintes condições se verifique:

- Um ponto  $X_t$  situa-se fora dos limites de controlo.
- Dois valores consecutivos de  $(T_C)_t$  ou  $(T_S)_t$  não pertencem ao intervalo definido pelos respectivos valores críticos (regra dois-de-dois).
- Três valores consecutivos de  $(T_C)_t$  ou  $(T_S)_t$  não pertencem ao intervalo definido pelos respectivos valores críticos (regra três-de-três).

Mastrangelo e Montgomery (1995) indicam a utilização da regra três-de-três, uma vez que o número de falsos alarmes é mais reduzido e a elevada sensibilidade na detecção de causas especiais de variação é mantida. Os autores demonstram preferência na utilização do índice  $T_S$  em detrimento do índice  $T_C$ , uma vez que o primeiro permite obter uma taxa inferior de falsos alarmes.

### Carta de Controlo EWMAST

Zhang (1998) propõe a carta *EWMAST* (*EWMA* for Stationary Processes), que recorre à função de auto-correlação para modificar os limites de controlo da carta *EWMA*. A carta *EWMAST* é aplicada somente a processos estacionários, e preferencialmente quando a auto-correlação não é muito elevada. Apresentam-se seguidamente os passos a dar na implementação de uma carta *EWMAST* propostos por Zhang (1998):

1. Recolher um mínimo de 100 observações, depois do processo se mostrar estável.
2. Estimar os valores dos parâmetros de localização e dispersão do processo,  $\mu$  e  $\sigma$ .
3. Determinar a função de auto-correlação estimada (*FACE*),  $r_k = \hat{\rho}_k$ ,  $k = 1, \dots, 25$ .
4. Estimar o valor aproximado da variância  $\sigma_E^2$ , da variável exponencialmente amortecida através da equação (2.208), considerando o valor de  $\lambda = 0,2$ , e  $M=25$ .

$$\sigma_E^2 \approx \sigma^2 \cdot \left( \frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) \cdot \left( 1 + 2 \cdot \left( \sum_{k=1}^M \rho_k (1 - \lambda)^k \right) \cdot (1 - (1 - \lambda)^{2(M-k)}) \right) \quad (2.208)$$



5. Elaborar a carta de controlo *EWMAS*T, constituída pelas estatísticas  $E_t$  determinadas através da equação (2.195), pelos limites de controlo dados por  $E_0 \pm K \cdot \sigma_E$  e linha central  $E_0 = \mu$ .
6. Existe uma situação de fora de controlo estatístico, quando um ponto na carta *EWMAS*T se situa fora do intervalo definido pelos limites de controlo.
7. Quando a carta *EWMAS*T evidenciar uma situação de fora de controlo estatístico é necessário averiguar a causa especial que originou tal situação e intervir no processo de forma a removê-la.

Relativamente aos parâmetros da carta *EWMAS*T, Zhang (1998) sugere os valores de  $K=3$  e  $0,05 \leq \lambda \leq 0,4$ . Como a constante de amortecimento  $\lambda$  depende do tipo de modelo *ARIMA* ajustado ao processo, Zhang (1998) sugere para modelos *AR*(1) com  $\phi < 0$  um valor de  $\lambda$  entre 0,1 e 0,2. Para modelos *AR*(1) com  $\phi > 0$  e na detecção de pequenas ou moderadas alterações da média, valores pequenos de  $\lambda$  que conduzam a um valor de  $ARL_{Em\ Controlo}$  elevado e um valor de  $ARL_{Fora\ de\ Controlo}$  reduzido, como desejável. Se o objectivo for detectar moderadas ou elevadas alterações da média do processo, os melhores valores da constante de amortecimento são  $\lambda = 0,3$  e  $\lambda = 0,4$ .

Zhang (1998) com base em simulações, verificou que sempre que a auto-correlação do processo for fraca e as alterações a detectar na média do processo forem pequenas ou moderadas, a carta *EWMAS*T tem melhor desempenho que, as cartas de Shewhart considerando dados independentes, que as cartas de resíduos e que a carta *EWMA* para processos auto-correlacionados proposta por Montgomery e Mastrangelo (1991). Nesta situação, sugere os seguintes valores para os parâmetros:  $K = 3$  e  $\lambda = 0,2$ .

#### 2.8.3.4 Outros Métodos Multivariados para Dados Auto-correlacionados

- **Cartas de Controlo Multivariadas Baseadas em PCA Dinâmica**

Tal como no estudo univariado, no estudo multivariado foram desenvolvidas técnicas estatísticas para variáveis do processo que exibam auto-correlação. Um dos primeiros desenvolvimentos no que concerne à aplicação da análise de componentes principais a dados auto-correlacionados, *DPCA* (*Dynamic Principal Component Analysis*), foi apresentado por Ku *et al.* (1995). No seu trabalho estendem a aplicação de métodos *PCA* a processos que exibam auto-correlação, obtendo resíduos independentes de modo a que a determinação das estatísticas  $T^2$  e  $Q$ , e dos limites de controlo apresentados no ponto 2.7.5, possa ser realizada. Mastrangelo *et al.* (1996) exploram o estudo do procedimento de *PCA* apresentado no ponto 2.7.5 em processos auto-correlacionados. Wikstrom *et al.* (1998) aplicam modelos *ARIMA* à análise de componentes principais.

- **Carta de Controlo Multivariada “Z-Chart”**

Para controlo de processos multivariado que exibam auto-correlação Kalgonda e Kulkarni (2004) propuseram a *Z-Chart*, uma modificação na obtenção da estatística  $M$  e na determinação de  $C_{R,\alpha}$ , na carta de controlo de processos multivariados desenvolvida por Hayter e Tsui (1994) e abordada no ponto 2.7.5 da presente dissertação. A *Z-Chart* é uma carta de controlo específica para controlar processos auto-correlacionados de primeira ordem *AR*(1).

Um processo multivariado auto-correlacionado de primeira ordem, pode ser representado pela seguinte equação:

$$\mathbf{X}_t = \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Phi}_1 \cdot \mathbf{X}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (2.209)$$

Na equação anterior,  $\mathbf{X}_t = [X_{t1}, X_{t2}, \dots, X_{tp}]^T$  representa o vector aleatório das observações no instante  $t$ ,  $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p]^T$  o vector dos valores médios,  $\boldsymbol{\varepsilon}_t = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_p]^T$  é um vector aleatório dos valores dos resíduos ou erros de previsão independentes no instante  $t$  com vector média zero e matriz covariância  $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon$ ,  $\boldsymbol{\Phi}_1$  é a matriz de dimensão  $p.p$  que contém os parâmetros autoregressivos de primeira ordem.

A matriz de covariâncias cruzadas é utilizada na construção do modelo proposto por Kalgonda e Kulkarni (2004). Considera-se  $\Gamma(t, t+h)$  a matriz cruzada entre os vectores  $\mathbf{X}_t$  e  $\mathbf{X}_{t+h}$ , sendo o  $(l, k)$  elemento dessa matriz definido por:

$$\gamma_{lk}(h) = E\{(X_{l,t} - \mu_{l,t})(X_{k,t+h} - \mu_{k,t+h})\} \quad (2.210)$$

Como  $\boldsymbol{\mu}$  é constante ao longo do tempo, a matriz das covariâncias cruzadas pode ser reescrita apenas em função do  $lag(h)$  sendo definida como  $\Gamma(h)$ . A matriz de correlação cruzada para um modelo  $AR(1)$  pode ser dada por:

$$\rho(h) = \mathbf{V}^{-1/2} \Gamma(h) \mathbf{V}^{-1/2} \quad (2.211)$$

onde,

$$\mathbf{V} = diag(\gamma_{11}(0), \gamma_{22}(0), \dots, \gamma_{pp}(0)) \quad (2.212)$$

Segundo Kalgonda e Kulkarni (2004) para que a matriz de correlação cruzada possa ser obtida, é necessário conhecer a matriz de correlação cruzada no  $lag(0)$ , representada por  $\Gamma(0)$ . Esta matriz pode ser obtida pelas expressões de Yule-Walker, e é representada na equação, onde as matrizes  $\boldsymbol{\Phi}_1$  e  $\boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon$  são conhecidas.

$$\Gamma(0) = \boldsymbol{\Phi}_1 \Gamma(0) \boldsymbol{\Phi}_1^T + \boldsymbol{\Sigma}_\varepsilon \quad (2.213)$$

Para um processo multivariado estacionário e auto-correlacionado de primeira ordem,  $\mathbf{X}_t$  terá uma distribuição Normal multivariada com vector médias  $\boldsymbol{\mu}$ , matriz covariâncias  $\Gamma(0)$  e matriz de correlação  $\rho(0)$ .

Kalgonda e Kulkarni (2004), apresentam uma extensão da carta proposta por Hayter e Tsui (1994), a processos Normais auto-correlacionados calculando a constante  $C_{R,\alpha}$  a partir da matriz  $\rho(0)$ , constante denominada pelos autores de  $C_{\rho(0),\alpha}$ . Para um dado vector de observações  $\mathbf{X}_k = [X_{k1}, X_{k2}, \dots, X_{kp}]$ , o processo considera-se sob controlo estatístico quando:

$$Z_k = \max_{1 \leq j \leq p} \left| \frac{X_{kj} - \mu_j}{\sqrt{\gamma_{jj}(0)}} \right| < C_{\rho(0),\alpha}, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (2.214)$$

O procedimento de construção da carta de controlo consiste em representar na carta as estatísticas  $Z_k$ , semelhante à estatística  $M$  descrita por Hayter e Tsui (1994), excepto na utilização do desvio padrão  $\sqrt{\gamma_{jj}(0)}$  que tem em conta o modelo da série temporal do processo. Os limites superior e inferior de controlo são dados pela equação (2.215), onde a constante  $C_{\rho(0),\alpha}$  é obtida através do nível de significância  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ ).

$$\begin{aligned} LSC_{M_i} &= C_{\rho(0),\alpha} \\ LIC_{M_i} &= 0 \end{aligned} \quad (2.215)$$

Assim, quando o valor da estatística  $Z_k$  é superior ao limite superior de controlo, é possível identificar automaticamente a variável responsável pela causa especial, uma vez que a estatística calculada apenas diz respeito à mesma. O autor da presente dissertação propõe um passo adicional quando é identificada uma causa especial. Deve ser avaliado o valor da variável imediatamente a seguir à variável responsável, uma vez que a causa especial pode ser correspondente a mais do que uma variável. Este procedimento deve ser realizado até que a variável imediatamente a seguir, não seja superior ao valor de  $C_{\rho(0),\alpha}$ .

Quando  $\mathbf{X}_k$  tem distribuição Normal multivariada com vector média  $\boldsymbol{\mu}$  e matriz covariâncias  $\boldsymbol{\Gamma}(0)$ , a obtenção da constante  $C_{\rho(0),\alpha}$  é realizada pelo mesmo procedimento de simulação que a constante  $C_{R,\alpha}$ , proposto por Hayter e Tsui (1994) para observações não auto-correlacionadas que seguem uma distribuição Normal multivariada, substituindo-se a matriz  $\mathbf{R}$  pela matriz  $\boldsymbol{\rho}(0)$  estimada. Se  $\mathbf{X}_k$  não tem distribuição Normal multivariada a obtenção da constante  $C_{\rho(0),\alpha}$  é realizada pelo mesmo procedimento que a constante  $C_{R,\alpha}$  apresentado por Hayter e Tsui (1994) para observações não auto-correlacionadas que não seguem uma distribuição Normal, substituindo-se a matriz  $\boldsymbol{\Sigma}$  estimada pela matriz  $\boldsymbol{\Gamma}(0)$  estimada.

### 2.8.3.5 Medidas de Desempenho das Cartas de Controlo

Alguns são os autores que elaboram estudos acerca da aplicação de métodos utilizados no tratamento de processos que apresentam dados auto-correlacionados, no controlo estatístico do processo. A melhor medida para comparação de diferentes cartas de controlo quando aplicadas a dados de processos que exibam auto-correlação é o *ARL*, à semelhança do que acontece para os dados independentes.

Wieringa (1999) analisa o efeito de ignorar a auto-correlação em cartas de observações individuais num processo auto-regressivo de primeira ordem  $AR(1)$ . Simulou várias sequências de observações ajustadas ao modelo  $AR(1)$  sem alteração da média do processo e avaliou os limites de controlo dados pela equação (2.63), para diferentes valores de  $\phi = -0,9; -0,6; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 0,9$ . Posteriormente repetiu as mesmas simulações para uma alteração na média de  $1\sigma_x$ .

Como o processo considerado é auto-regressivo de primeira ordem, é descrito por  $X_t = \xi + \phi_1 \cdot X_{t-1} + \varepsilon_t$  com  $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ . O valor de  $\sigma_x^2$  é dado pela equação (2.216), e  $\hat{\sigma}_\varepsilon$  é calculado através da expressão (2.194). Os resultados obtidos apresentam-se no Quadro 2.14.

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \phi^2} \quad (2.216)$$

Quadro 2.14: Valores de  $ARL$  para um carta Shewhart, na presença de vários modelos  $AR(1)$  (Wieringa, 1999)

$\phi$	$\sigma_x$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$ARL(0\sigma_x)$	$ARL(1\sigma_x)$
-0,9	2,2942	3,1623	45179,41	1743,99
-0,6	1,2500	1,5811	7125,77	396,39
-0,3	1,0483	1,1952	1604,25	128,71
0	1,0000	1,0000	370,22	43,84
0,3	1,0483	0,8771	85,60	17,28
0,6	1,2500	0,7906	22,84	8,60
0,9	2,2942	0,7255	8,15	3,86

No Quadro 2.14, a linha correspondente a  $\phi = 0$ , representa o caso em que as observações são independentes. A segunda coluna  $\sigma_x$  mostra que as observações auto-correlacionadas ( $\phi \neq 0$ ) possuem maior variância, que quando comparadas com o caso de inexistência de auto-correlação ( $\phi = 0$ ). Os resultados da terceira coluna mostram que quando a auto-correlação é negativa, o desvio padrão é sobrestimado, resultando num aumento dos limites de controlo e numa perda de sensibilidade das cartas de Shewhart a alterações na média do processo; por outro lado, quando a auto-correlação é positiva, o desvio padrão é subestimado, resultando num estreitamento dos limites de controlo e consequentemente num aumento de falsos alarmes.

No mesmo trabalho, Wieringa (1999), estuda o comportamento do  $ARL$  nas cartas  $S^2$ , nas cartas  $R$  e nas cartas  $R$  aplicadas aos resíduos. Apresenta-se no Quadro 2.15 o resultado dos valores de  $ARL$  simulados para um modelo auto-regressivo de primeira ordem  $AR(1)$ , e para valores de  $\phi = -0,9; -0,6; -0,3; 0,0; 0,3; 0,6; 0,9$ . Os valores na primeira linha correspondem ao caso onde não existe alteração na média do processo. Os valores na segunda linha são os valores simulados de  $ARL$  quando existe uma alteração na média de  $1\sigma_x$ . A terceira linha apresenta o efeito, de uma alteração na média de  $2\sigma_x$ , no valor do  $ARL$ . Todos os dados presentes no Quadro 2.15 são calculados com base em 10.000 amostras de dimensão 5. Os valores entre parênteses representam os erros padrão simulados.

Na primeira linha, como seria de esperar não se observam grandes variações no valor de  $ARL(0\sigma_x)$  para os diferentes valores de  $\phi$ . Na segunda e terceira linha pode observar-se que, à medida que os valores de  $\phi$  aumentam, os valores de  $ARL(1\sigma_x)$  e  $ARL(2\sigma_x)$  também aumentam, o que significa que uma alteração é detectada mais tarde. Este comportamento anteriormente descrito verifica-se nas cartas  $S^2$  e nas cartas  $R$ . Na carta  $R$  aplicadas aos resíduos, não se observam grandes variações para diferentes valores de  $\phi$ , nem para o caso em que não existe alteração na média do processo, nem para os casos em que a média do processo sofre variações. Com a realização desta simulação, conclui-se que uma mudança na média em cartas de controlo tradicionais que exibam elevada correlação não é, em geral, transferida para uma carta de controlo aplicada aos resíduos.

O Quadro 2.15(a) contém valores simulados de  $ARL$  da carta  $S^2$ , o Quadro 2.15(b) demonstra o comportamento simulado do  $ARL$  da carta  $R$ , e o Quadro 2.15(c) abarca valores simulados do  $ARL$  da carta  $R$  aplicada aos resíduos.

O estudo realizado por Wieringa (1999) termina com uma comparação dos  $ARL$ 's das três cartas, depreendendo-se que os melhores resultados são fornecidos pela carta  $R$  aplicada aos resíduos. À luz do exposto e da facilidade de construção de cartas de controlo de

resíduos, Wieringa (1999) recomenda a aplicação das mesmas a processos que exibam elevada auto-correlação.

Quadro 2.15: Valores de  $ARL$  para uma carta Shewhart, na presença de vários modelos  $AR(1)$  (Wieringa, 1999)

(a) Carta $S^2$							
$\phi =$	-0,9	-0,6	-0,3	0,0	0,3	0,6	0,9
$ARL(0\sigma_X)$	359,6 (3,6)	377,1 (3,8)	375,7 (3,8)	383,1 (3,8)	366,0 (3,7)	366,8 (3,7)	364,4 (3,6)
$ARL(1\sigma_X)$	79,1 (0,8)	26,4 (0,3)	14,8 (0,1)	11,7 (0,1)	14,1 (0,1)	21,3 (0,2)	26,8 (0,3)
$ARL(2\sigma_X)$	33,3 (0,3)	9,2 (0,1)	5,0 (0,0)	4,1 (0,0)	4,9 (0,0)	7,3 (0,1)	9,6 (0,1)
(b) Carta $R$							
$\phi =$	-0,9	-0,6	-0,3	0,0	0,3	0,6	0,9
$ARL(0\sigma_X)$	358,7 (3,6)	379,7 (3,8)	369,8 (3,7)	364,1 (3,6)	368,8 (3,8)	369,4 (3,7)	376,3 (3,7)
$ARL(1\sigma_X)$	57,3 (0,6)	22,4 (0,2)	15,2 (0,1)	12,8 (0,1)	14,8 (0,1)	20,2 (0,2)	26,5 (0,3)
$ARL(2\sigma_X)$	22,1 (0,2)	7,9 (0,1)	5,2 (0,0)	4,5 (0,0)	5,1 (0,0)	7,0 (0,1)	9,2 (0,1)
(c) Carta $R$ aplicada aos resíduos							
$\phi =$	-0,9	-0,6	-0,3	0,0	0,3	0,6	0,9
$ARL(0\sigma_X)$	370,8 (3,8)	370,8 (3,6)	363,9 (3,7)	364,1 (3,6)	365,8 (3,6)	362,5 (3,6)	367,4 (3,6)
$ARL(1\sigma_X)$	12,8 (0,1)	13,0 (0,1)	12,9 (0,1)	12,8 (0,1)	12,7 (0,1)	12,9 (0,1)	12,7 (0,1)
$ARL(2\sigma_X)$	4,5 (0,0)	4,4 (0,0)	4,5 (0,0)	4,5 (0,0)	4,5 (0,0)	4,5 (0,0)	4,4 (0,0)

Relativamente ao estudo do desempenho da aplicação das cartas,  $EWMAS^T$  proposta por Zhang (1998) e  $MCEWMA$  introduzida por Mastrangelo e Montgomery (1995), a medida de desempenho utilizada é o  $ARL$ , uma vez que estas cartas utilizam os valores das observações originais e não os resíduos. Um dos autores que realizou estudos acerca do desempenho destas duas cartas foi Zhang (1998). Como foi referido no ponto 2.8.3.3, o autor compara os valores de  $ARL$  obtidos por simulação, da carta  $EWMAS^T$  que propõe, da carta Shewhart considerando dados independentes, da carta dos resíduos e da carta  $EWMA$  para processos auto-correlacionados proposta por Montgomery e Mastrangelo (1991). Conclui que quando a auto-correlação do processo é fraca e as alterações a detectar na média do processo são pequenas ou moderadas, a carta  $EWMAS^T$  é a que demonstra melhor desempenho. No seu estudo simula vários valores de  $ARL$ , considerando processos  $AR(1)$ ,  $AR(2)$  e  $ARMA(1,1)$ , obtidos através da variação dos parâmetros  $\phi$  e  $\theta$ .

Outros trabalhos foram desenvolvidos no que concerne à comparação de valores de *ARL*, para cartas de controlo aplicadas a dados de processos que exibam auto-correlação, citando-se o trabalho de Wieringa (1999) que apresenta um completo estudo, baseado na comparação dos valores de *ARL* para uma vasta variedade de cartas de controlo de Shewhart e *EWMA*. No entanto, a questão fundamental que se coloca, é saber como lidar com processos cujas observações se encontram auto-correlacionadas. Por isso, a correcta estimação do desvio padrão em processos cujas observações estão auto-correlacionadas, é requisito mínimo na aplicação de qualquer carta de controlo que seja utilizada.

## 2.9 Conclusões

O Controlo Estatístico do Processo é muito útil no controlo e monitorização de um processo, tornando-se uma ferramenta proveitosa no acompanhamento do mesmo.

Antes de iniciar o Controlo Estatístico do processo é essencial definir as características a controlar, as suas respectivas especificações técnicas, a frequência e dimensão da amostra e o respectivo equipamento de medição.

É também indispensável avaliar se as características da qualidade pertencem a uma única população, e se são independentes. Se existirem várias populações em estudo, a aplicação de técnicas estatísticas como os testes de hipóteses, da análise de variância e do teste de Bartlett, é bastante útil para uma correcta definição das características das várias populações em estudo. No que concerne à verificação da independência dos dados, a elaboração da *FACE* e da *FACPE* possibilita identificar se existe auto-correlação significativa no processo.

Outra consideração na aplicação do Controlo Estatístico, é definir se o controlo vai ser realizado a cada característica isoladamente ou se o objectivo é controlar simultaneamente várias características da qualidade do mesmo produto, ou seja, se o estudo é univariado ou multivariado.

Quando realizado um estudo univariado no Controlo Estatístico do Processo destacam-se duas fases, a Fase I (Controlo Retrospectivo) e a Fase II (Monitorização). Os objectivos da Fase I são a verificação da estabilidade e a estimação dos parâmetros do processo, enquanto que na Fase II o propósito é a realização de uma monitorização do processo.

Após a selecção da característica e da definição da recolha de dados, inicia-se a Fase I com a selecção e elaboração da carta de controlo mais apropriada. Elaborada a carta de controlo verifica-se se o processo apenas se encontra sujeito a causas comuns de variação e se os dados são independentes e identicamente distribuídos segundo uma distribuição Normal. Se tais pressupostos são verificados, os parâmetros do processo são estimados e a capacidade do processo produzir segundos as especificações técnicas exigidas é avaliada usando os índices de capacidade  $C_p$  e  $C_{pk}$ . É importante referir que caso ocorra uma causa especial na Fase I o ponto responsável pela causa especial deve ser eliminado, construída a carta revista e recalculados os limites de controlo e linha central.

Finalizado o Controlo Retrospectivo, inicia-se a fase de monitorização, denominada como Fase II do SPC. Na Fase II, é realizado um acompanhamento do processo à medida que os dados vão sendo recolhidos, e quando se denota a ocorrência de uma causa especial de variação deve ser identificada a sua causa e implementadas as respectivas acções correctivas. É importante referir que os valores dos parâmetros do processo considerados no início da Fase II, são dados pelas estimativas realizadas na Fase I. Contudo, quando o



processo se encontra sob controlo estatístico durante um grande período de tempo, deve proceder-se periodicamente à estimação dos parâmetros do processo, assim como verificar se as condições de aplicação do Controlo Estatístico são mantidas. Na Fase II o estudo da capacidade do processo é realizado com base na estimativa periódica dos parâmetros do processo anteriormente referida.

Se no estudo univariado se verificar a existência de auto-correlação dos dados, deve ser ajustado o modelo  $ARIMA(p, q, d)$ , determinados os resíduos ou erros de previsão e constituídas cartas anteriormente referidas aplicadas aos resíduos (Fase I) e/ou erros de previsão (Fase II).

Quando o objectivo é controlar simultaneamente várias características da qualidade do mesmo produto, devem ser elaboradas cartas de controlo multivariadas, evitando-se desta forma erros de análise, muitas vezes consequência negativa da correlação entre as características em estudo.

À semelhança do controlo univariado, no estudo multivariado destacam-se duas fases, a Fase I (Controlo Retrospectivo) e a Fase II (Monitorização). Aplicando a metodologia de Hotelling, na Fase I são elaboradas cartas  $T^2$ . Quando o processo se encontra estatisticamente controlado, são estimados o vector média e a matriz das covariâncias do processo. Finda a Fase I dá-se início à Fase II, que se divide em dois momentos distintos. O primeiro momento é imediatamente a seguir à Fase I, onde o processo é controlado através de uma carta  $T^2$  e os limites dependem do número de observações da Fase I. No segundo período da Fase II, o processo já é considerado garantidamente estável, pelo que o controlo é realizado recorrendo a uma carta  $\chi^2$ , e os limites de controlo apenas dependem do número de variáveis  $p$  e do nível de significância  $\alpha$ .

Nas cartas multivariadas, a interpretação de uma causa especial de variação é mais complexa que numa carta univariada, uma vez que a causa especial de variação pode ser devida a uma característica isoladamente, a várias características ou ao efeito da correlação entre várias características. Dos vários desenvolvimentos propostos, foi aplicado o método aplicado à estatística  $d$ .

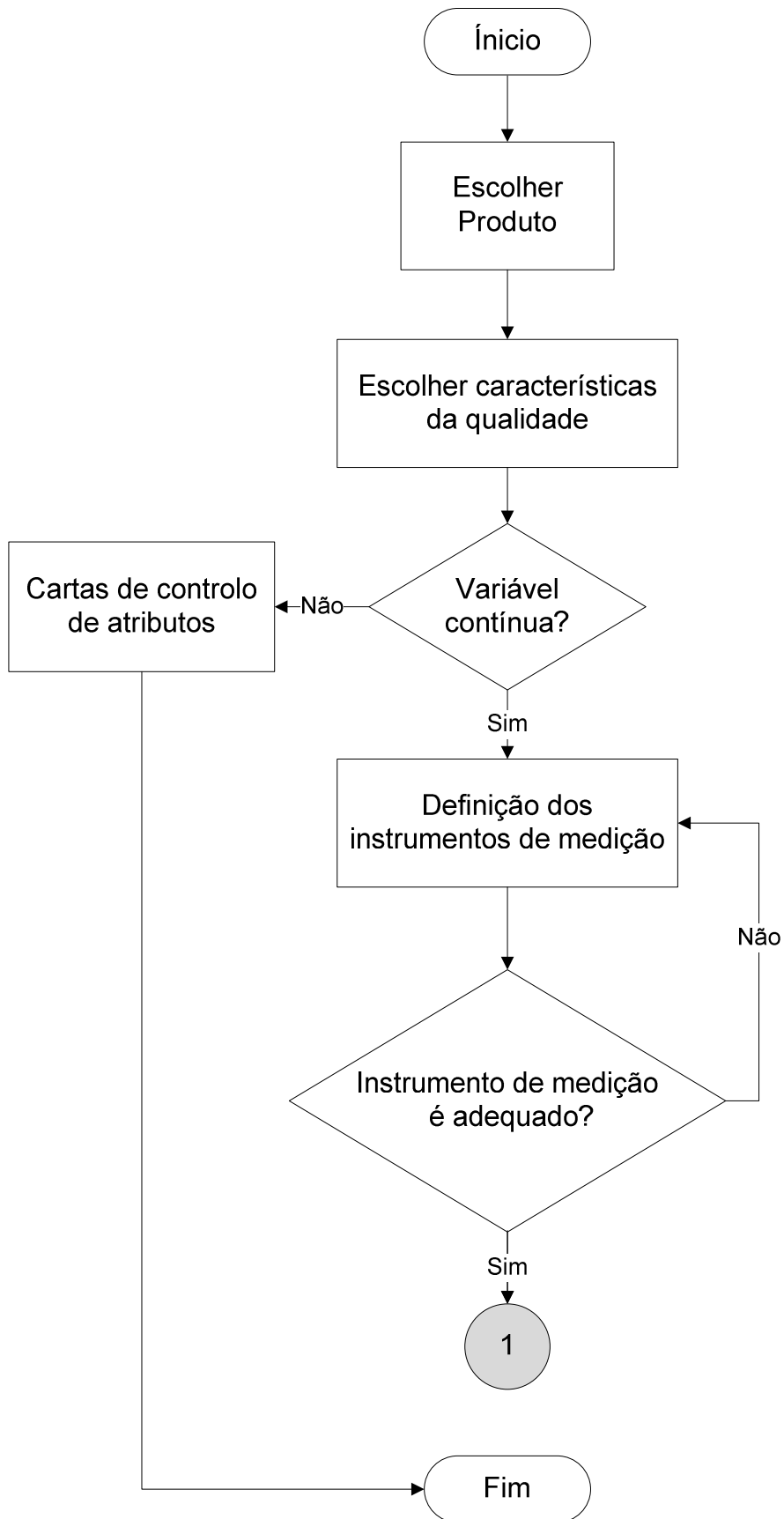
Nos desenvolvimentos anteriormente apresentados para o controlo estatístico multivariado, pressupõem-se a inexistência de auto-correlação dos dados referentes a cada uma das características da qualidade, e que a distribuição conjunta das  $p$  variáveis é uma distribuição Normal multivariada  $N_p(\mu, \Sigma)$ . Contudo, existem situações em que se verifica auto-correlação dos dados nas características em estudo. Se a auto-correlação for verificada em pelo menos uma das características envolvidas no estudo multivariado, deve ser determinado o modelo  $ARIMA(p, q, d)$  para as características da qualidade auto-correlacionadas, calculados os resíduos para todas as características da qualidade e verificar-se se todas as  $p$  características da qualidade seguem uma distribuição Normal multivariada. Nesta situação, as cartas multivariadas são construídas com base nos resíduos (Fase I) e/ou nos erros de previsão (Fase II).

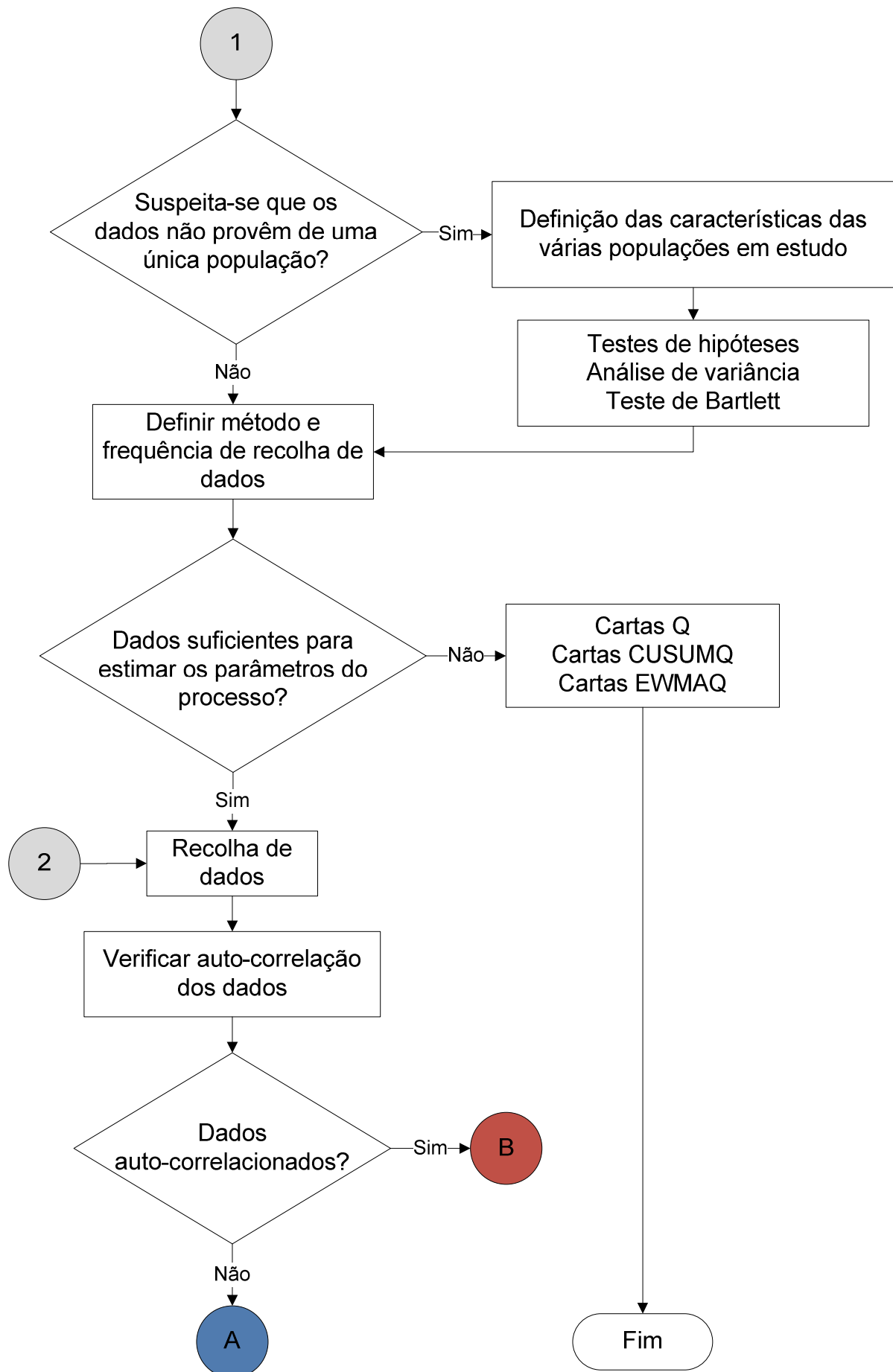
Dos desenvolvimentos que foram objecto de estudo na presente dissertação, para o estudo multivariado da capacidade do processo, sugere-se a aplicação do vector de capacidade multivariado, proposto por Shahriari *et al.* (1995). Esta escolha justifica-se, uma vez que a utilização deste vector de capacidade multivariado, permite obter informações acerca da variabilidade do processo e acerca da localização do vector média do processo, proporcionando uma análise bastante completa acerca da capacidade do mesmo.

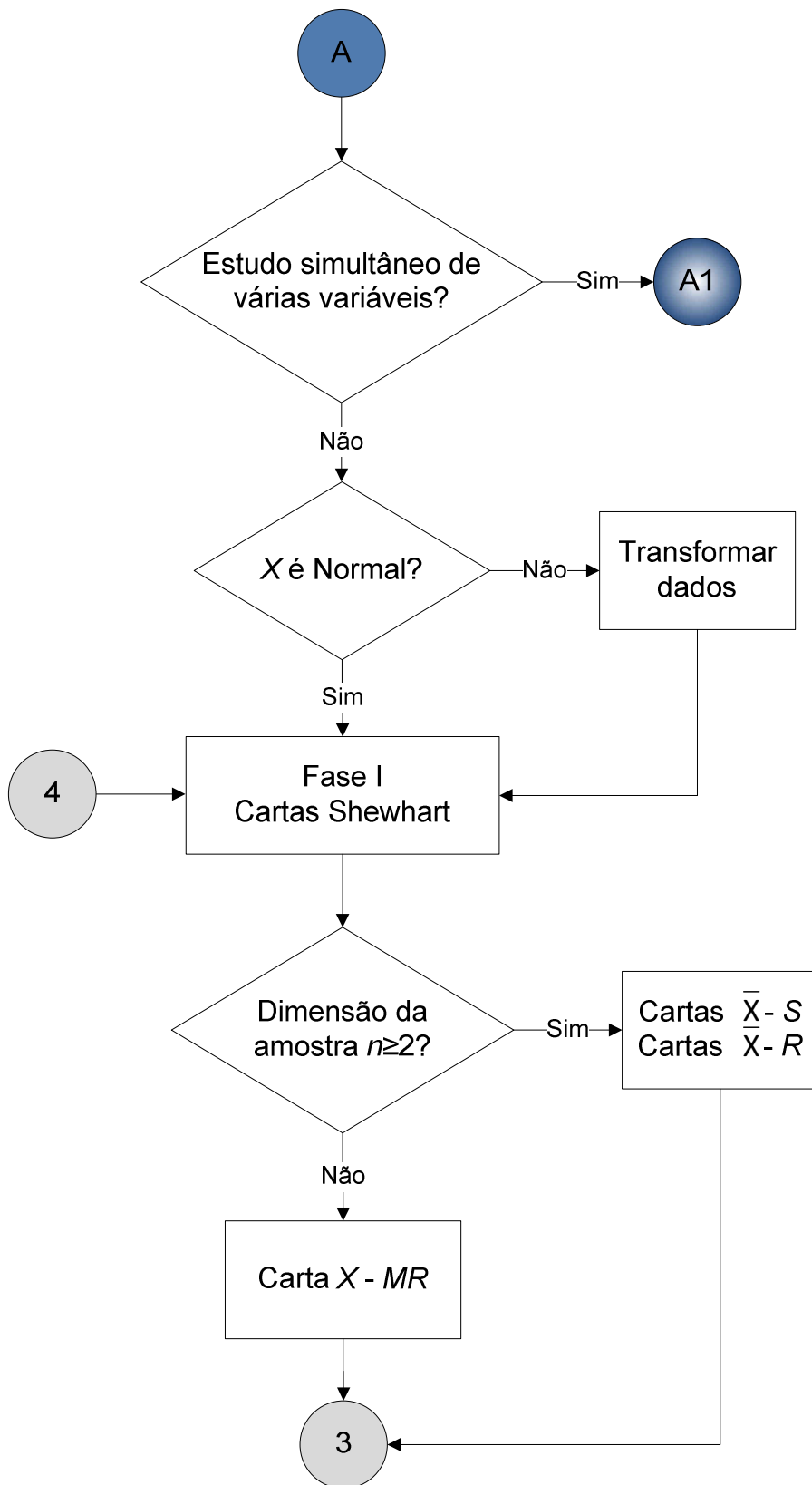
## ***Capítulo 3: Metodologia***

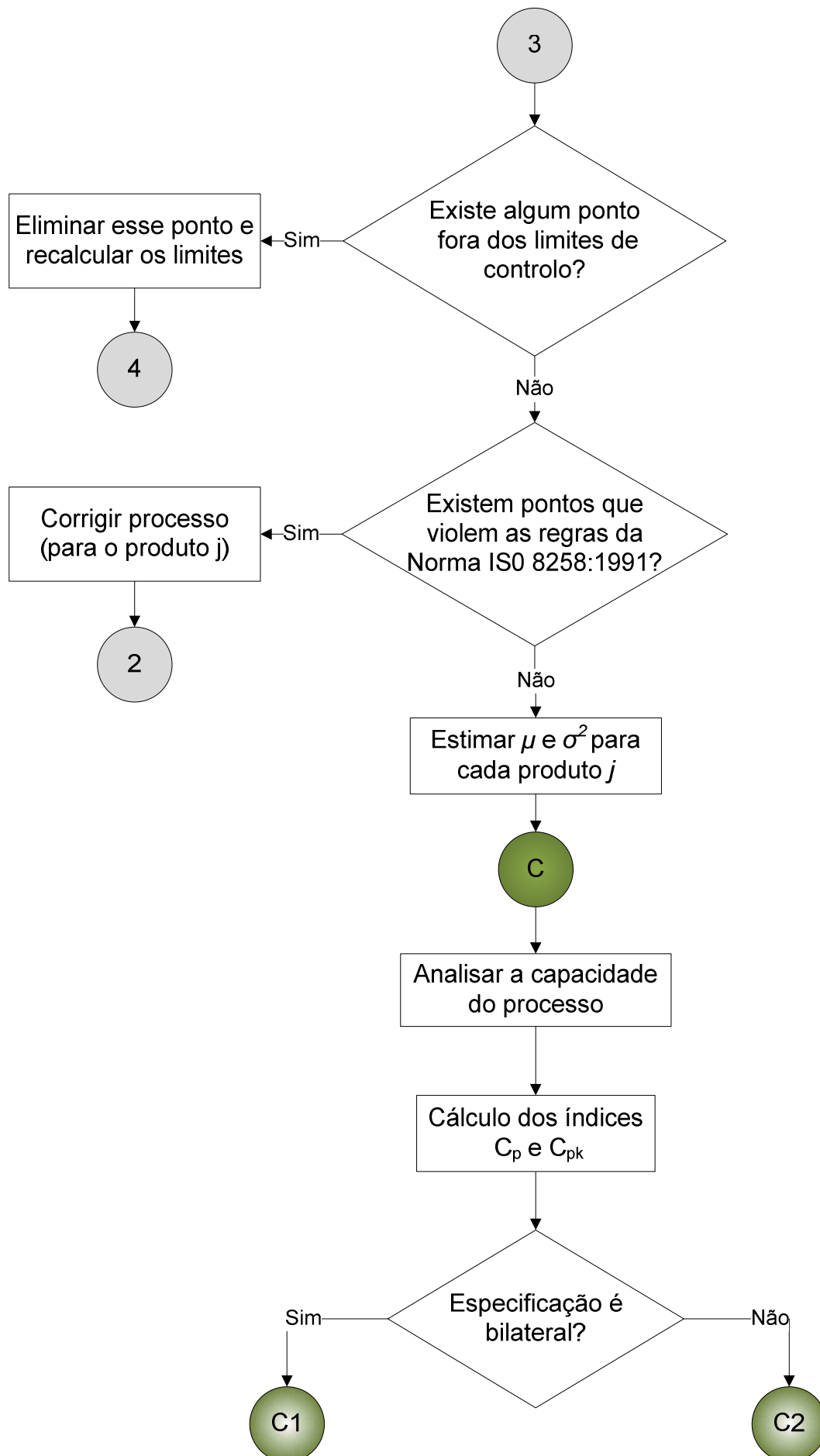
Após a introdução dos conceitos e apresentado o estado de arte referente ao controlo estatístico do processo no capítulo anterior, sugere-se no presente capítulo a implementação esquemática da metodologia através de um fluxograma. Na posterior metodologia, o ênfase é colocado nas situações que se verificam no sistema produtivo em estudo no corrente trabalho, contemplando contudo outras situações que possam existir e apresentando as respectivas alternativas

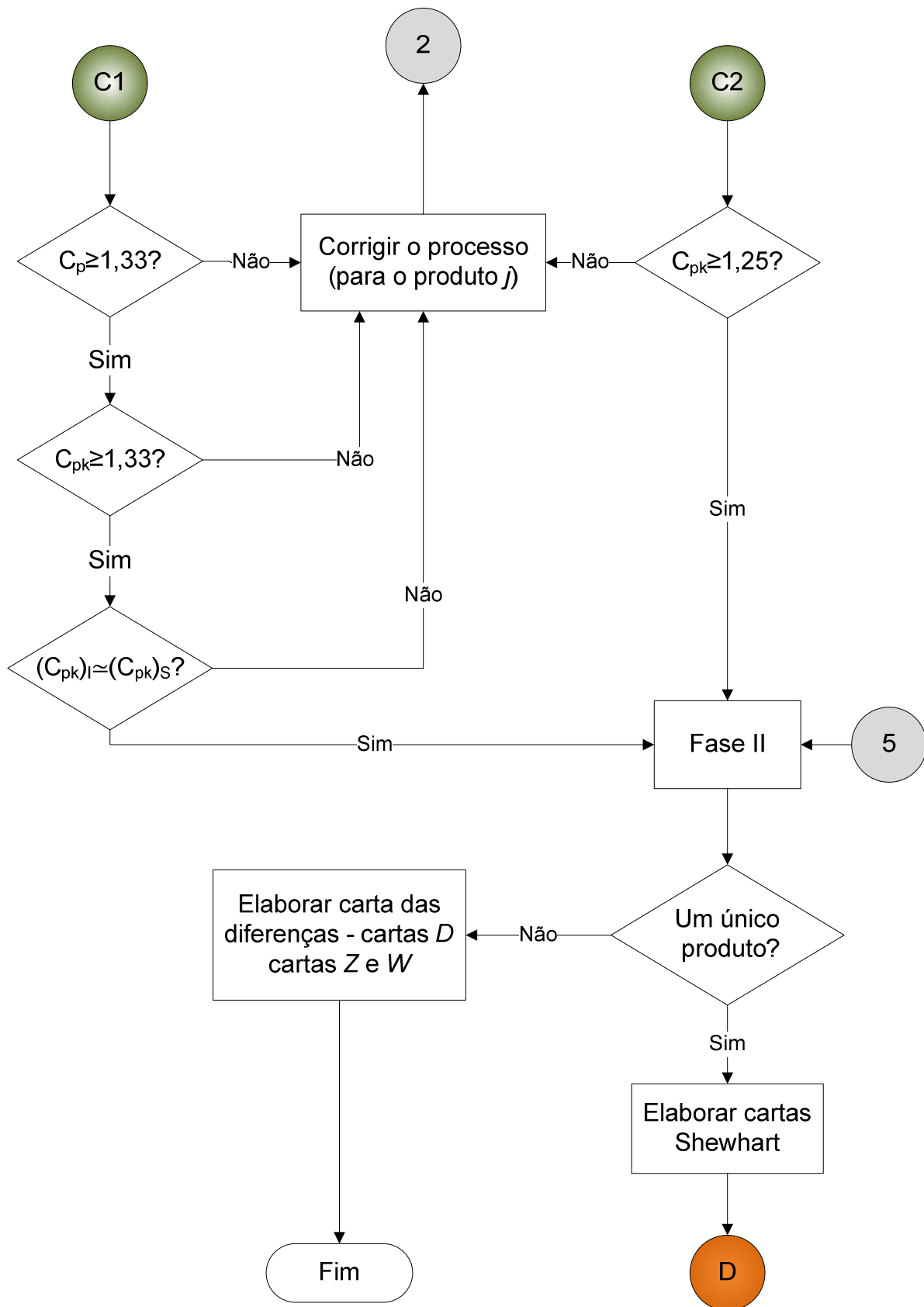


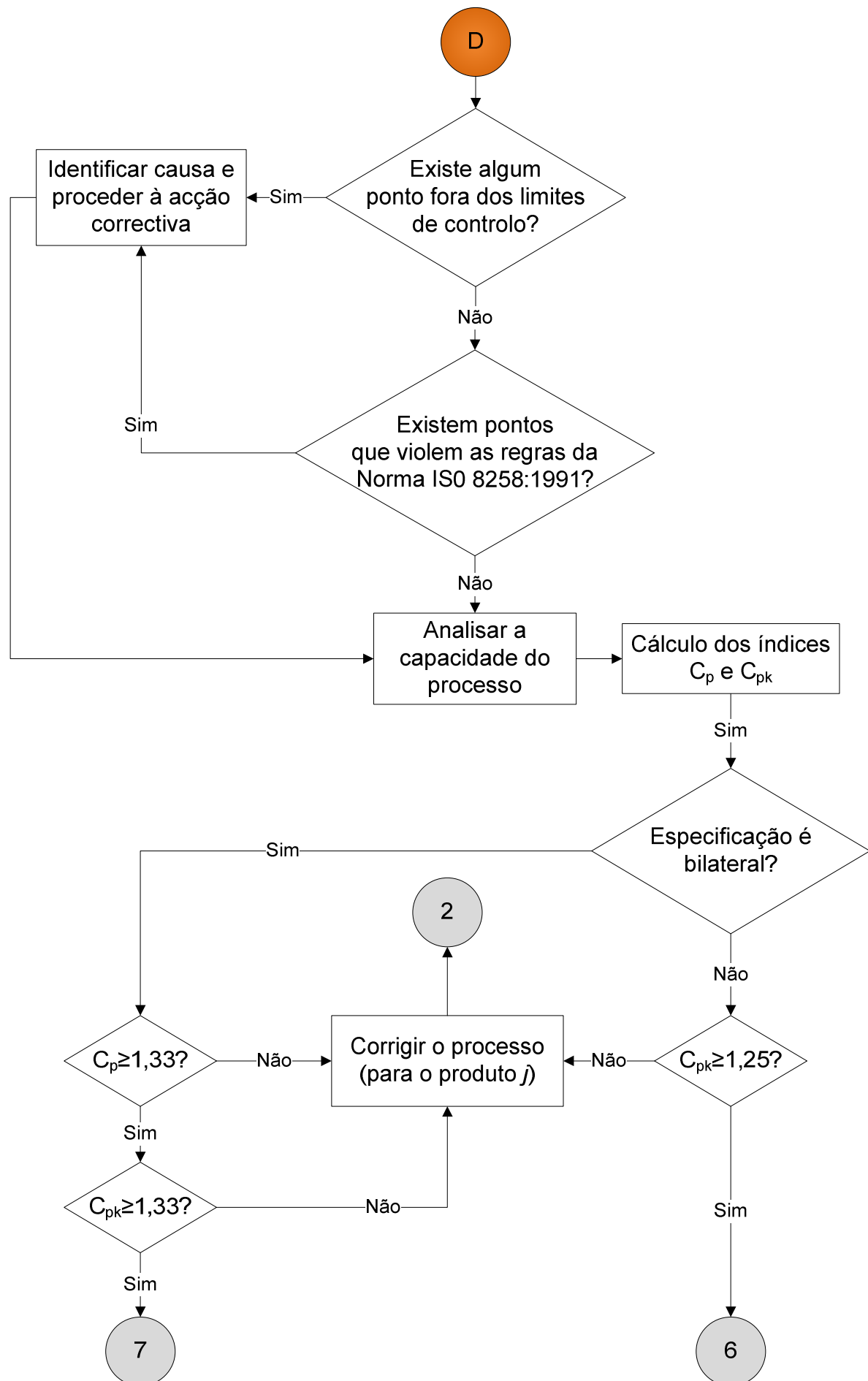


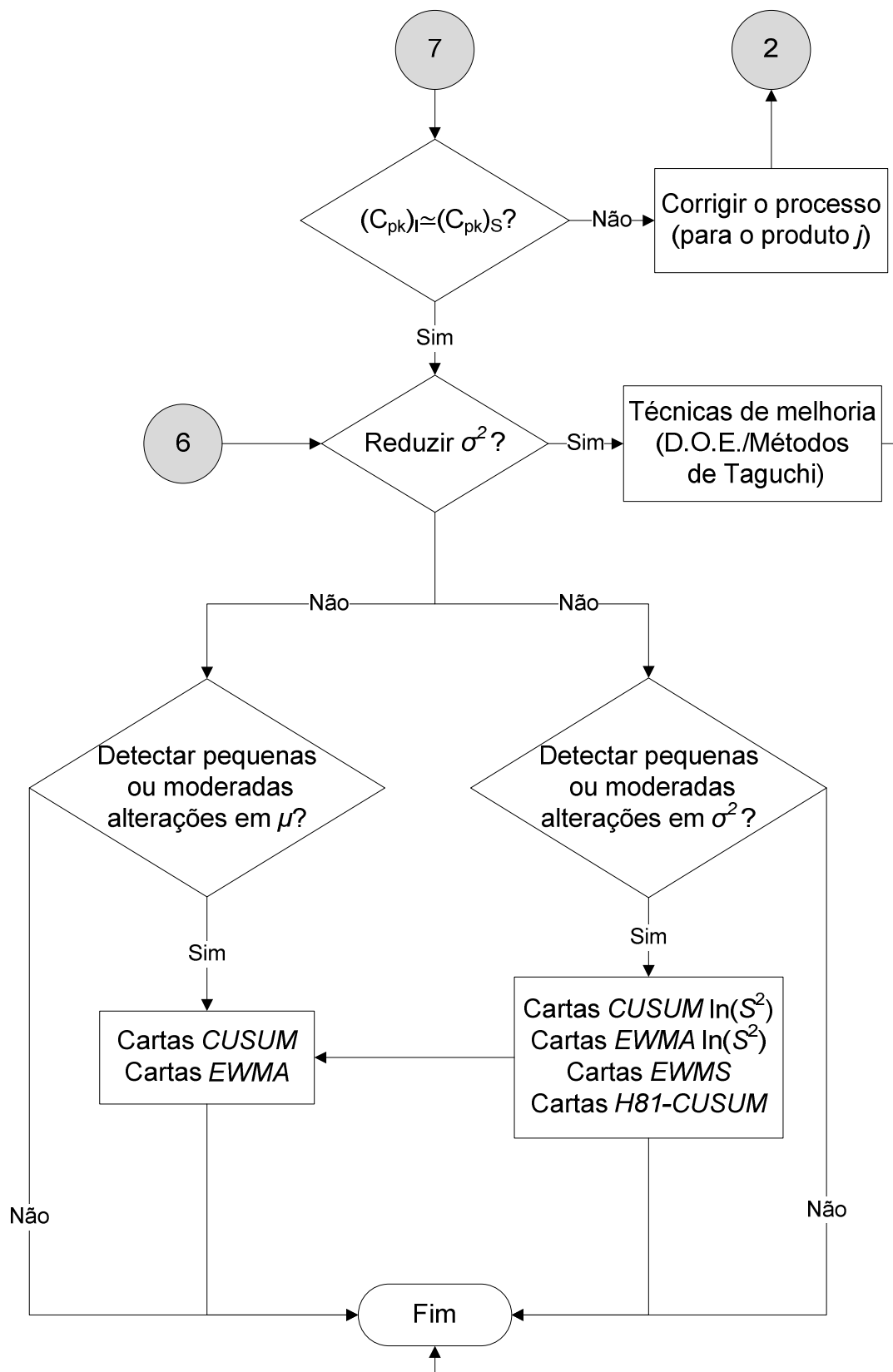


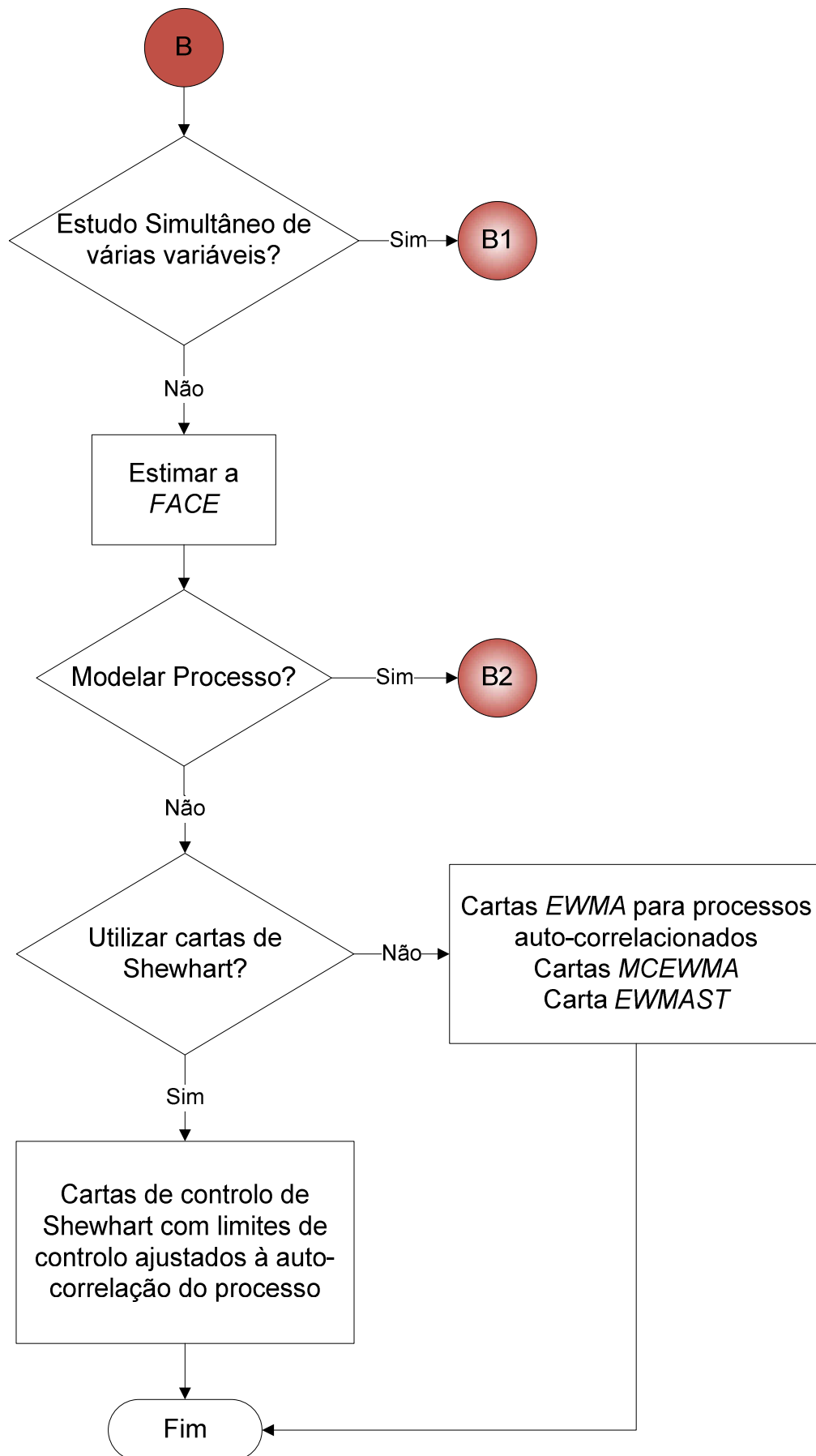




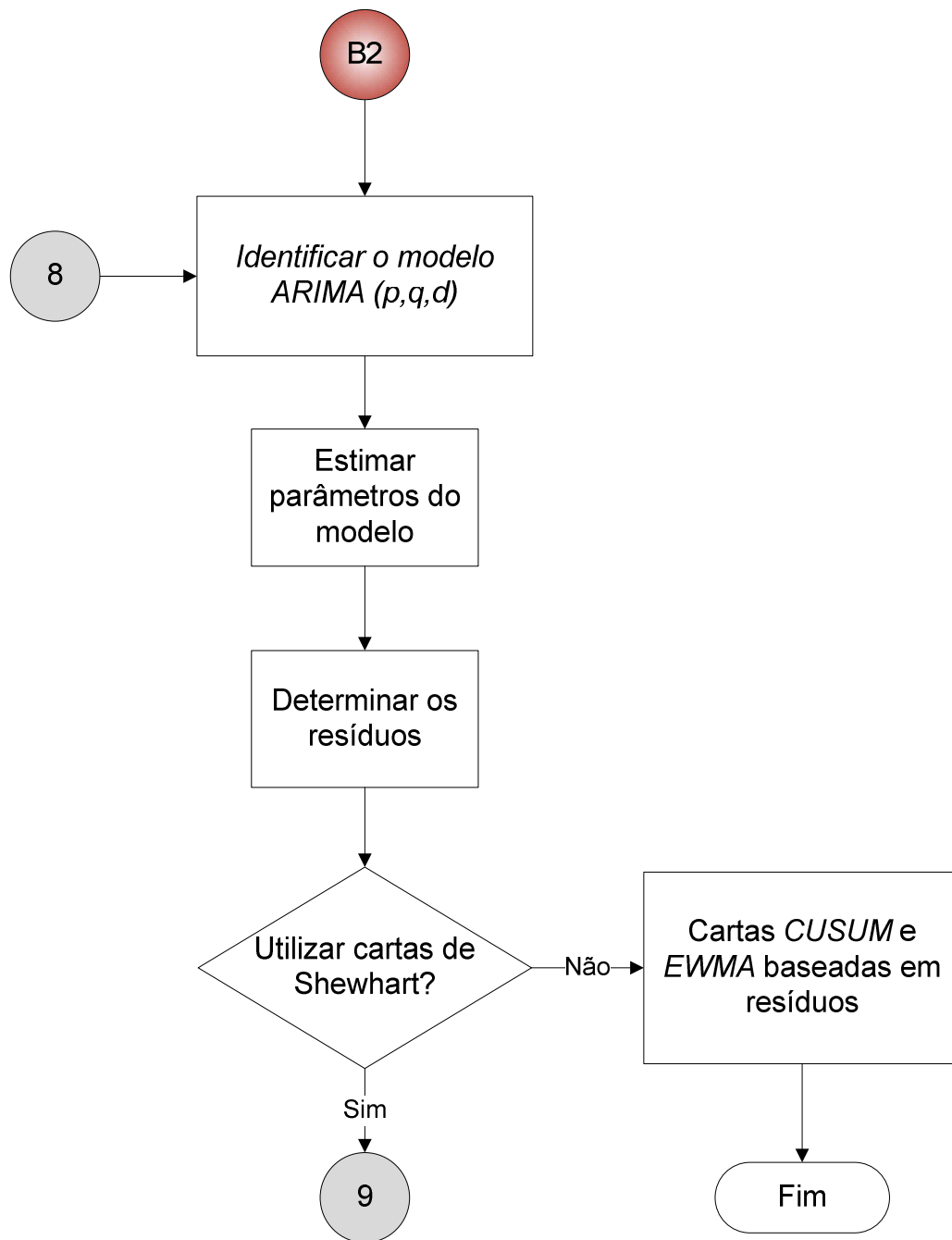


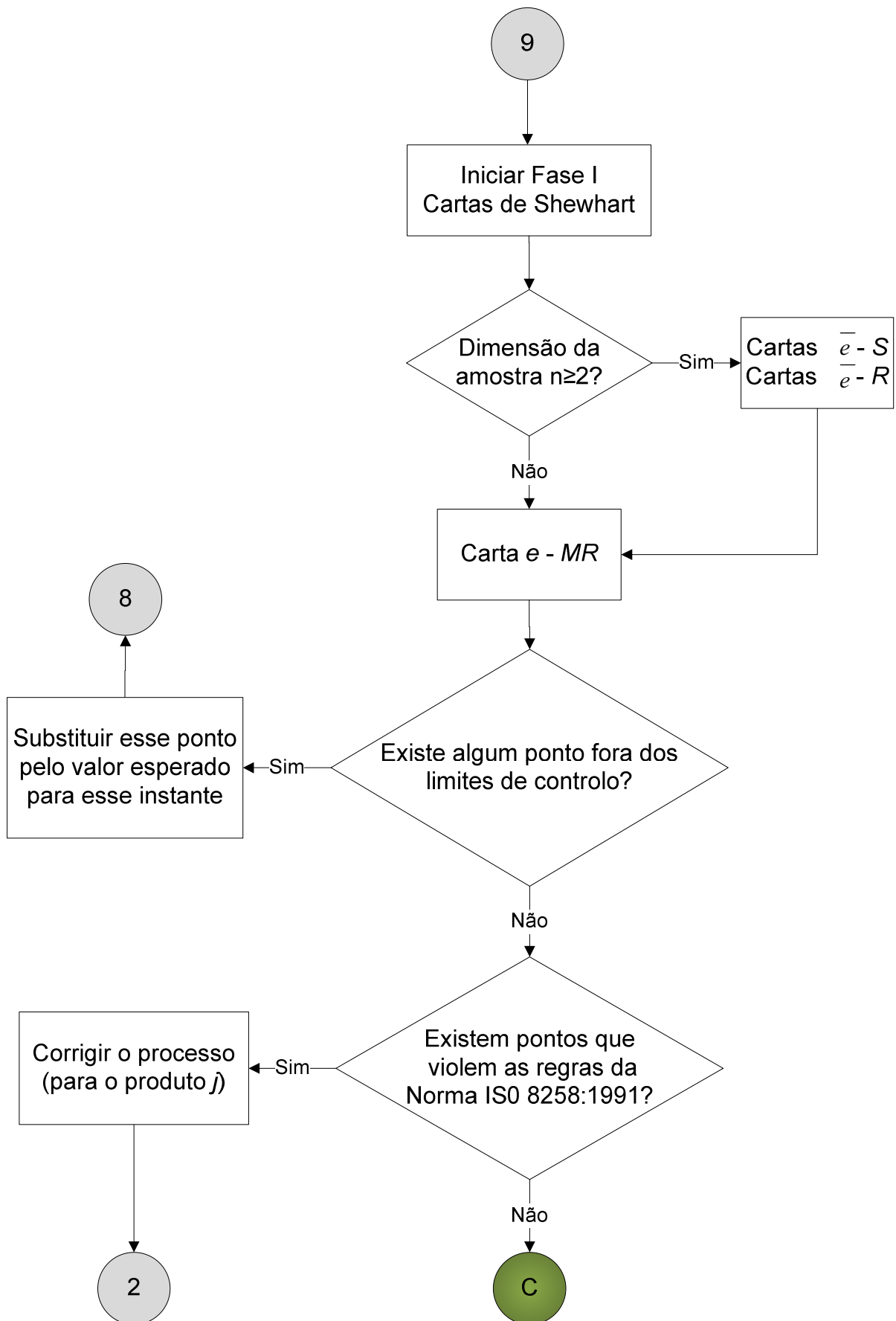


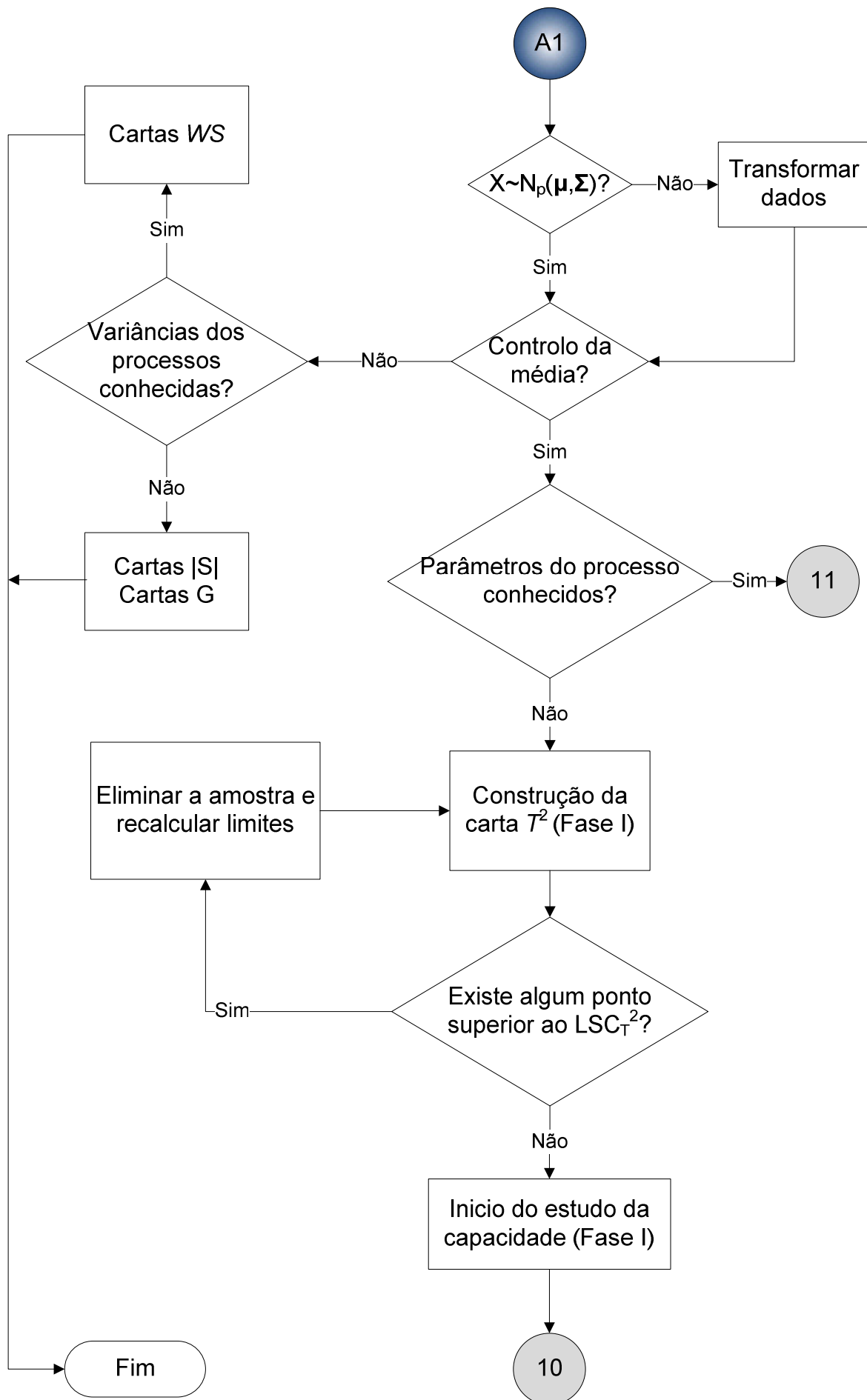


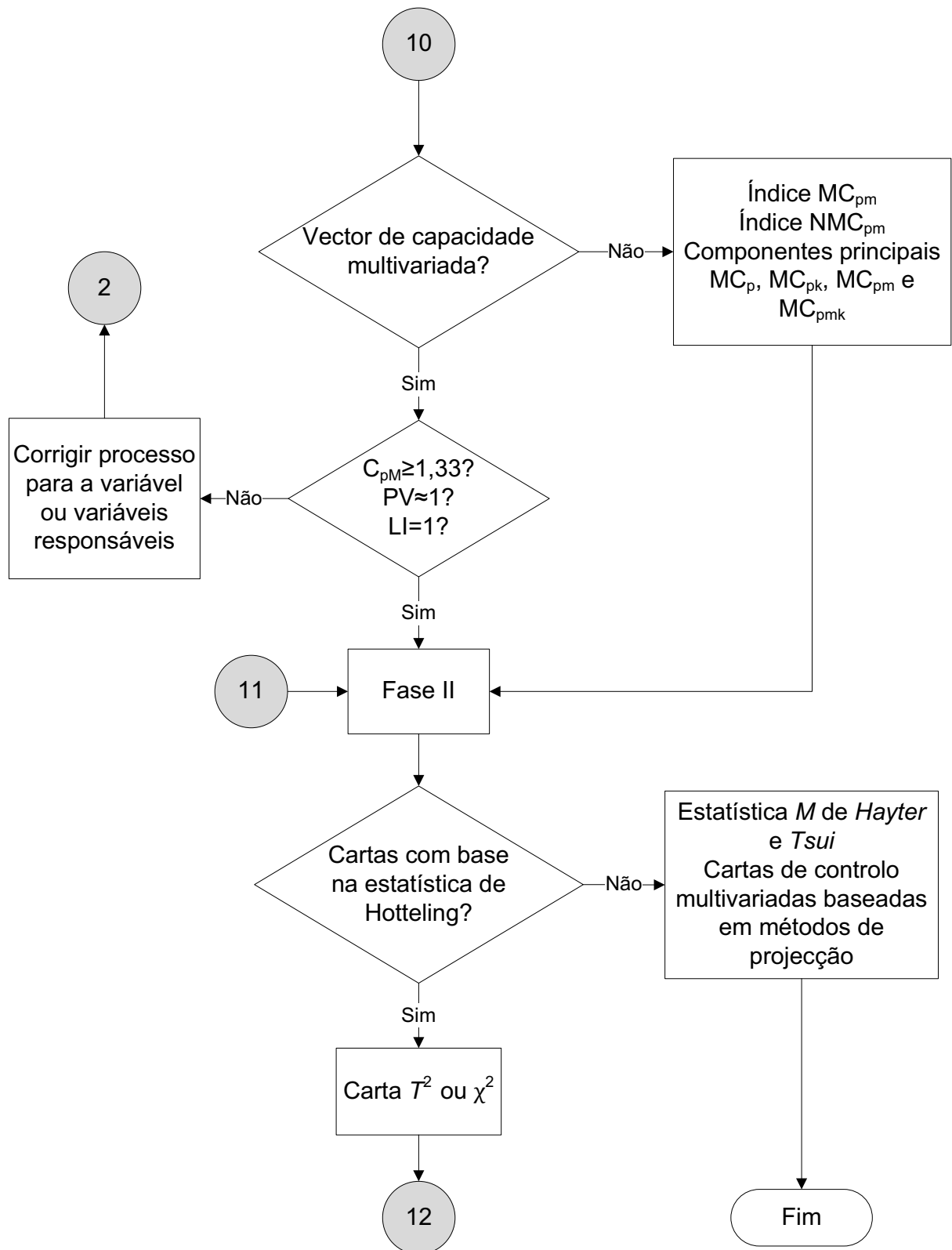


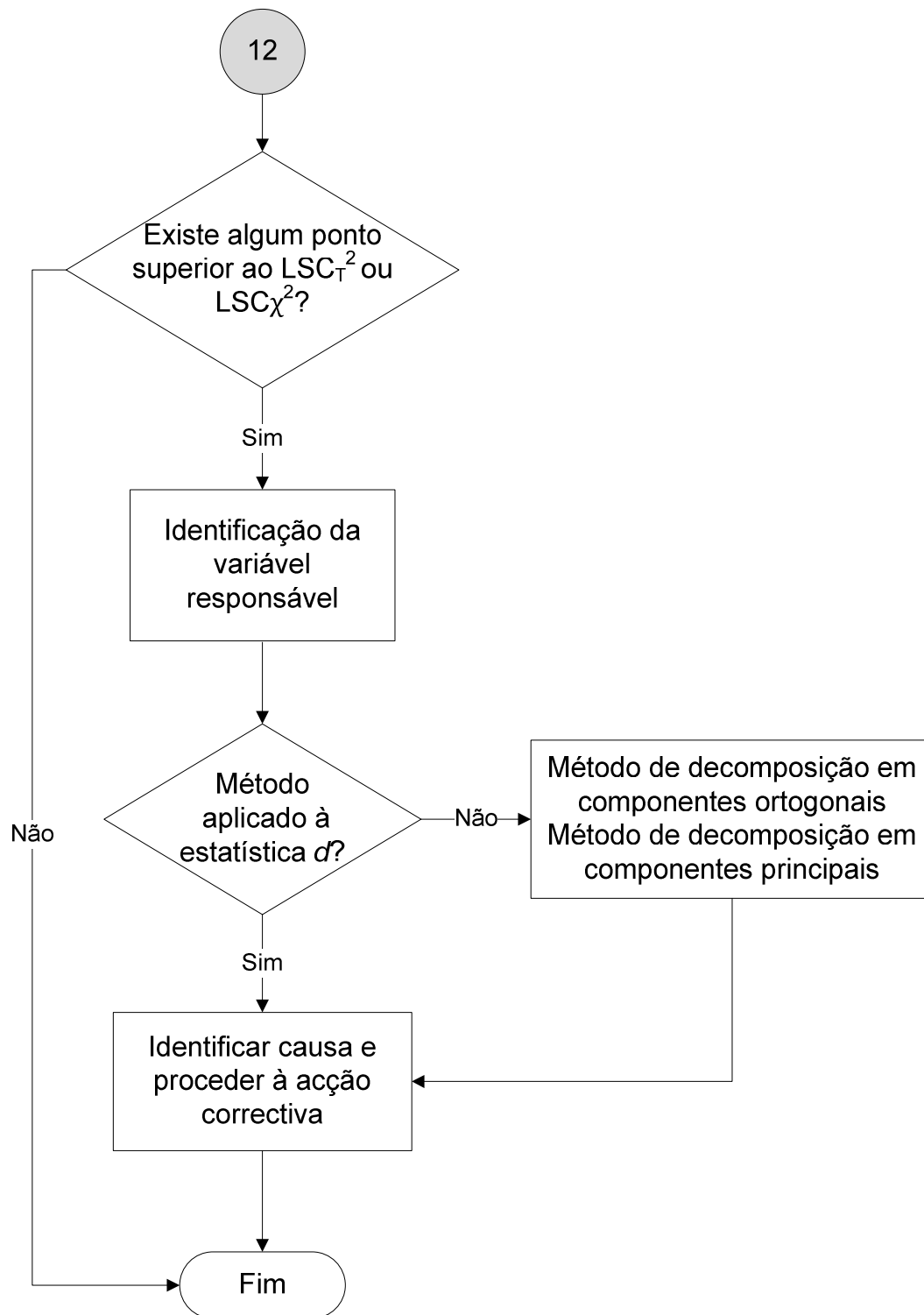


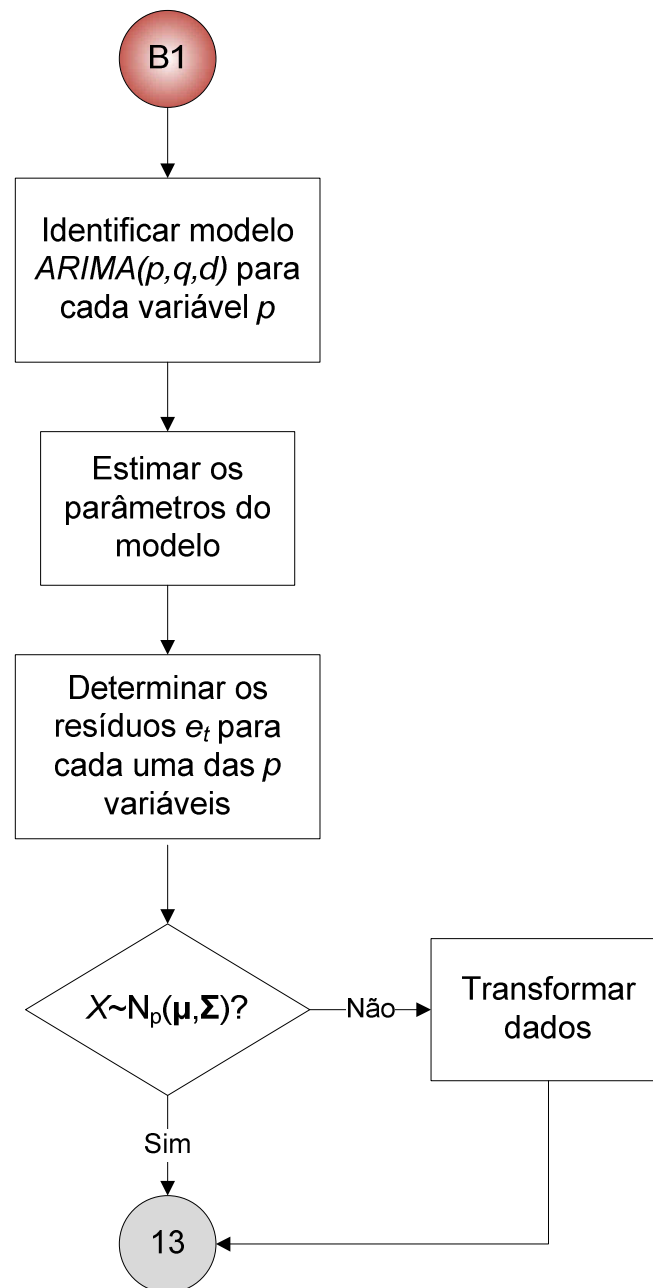


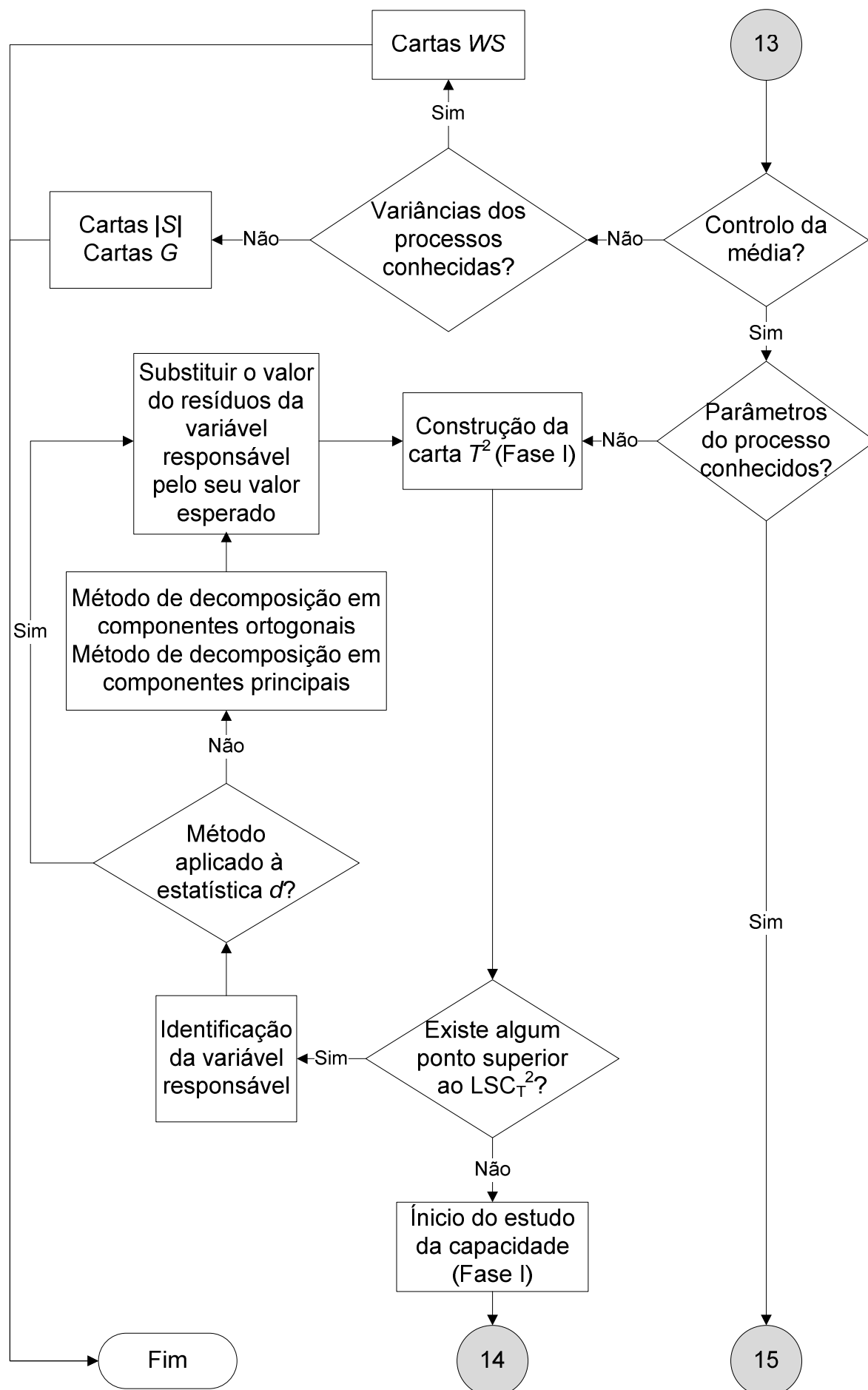


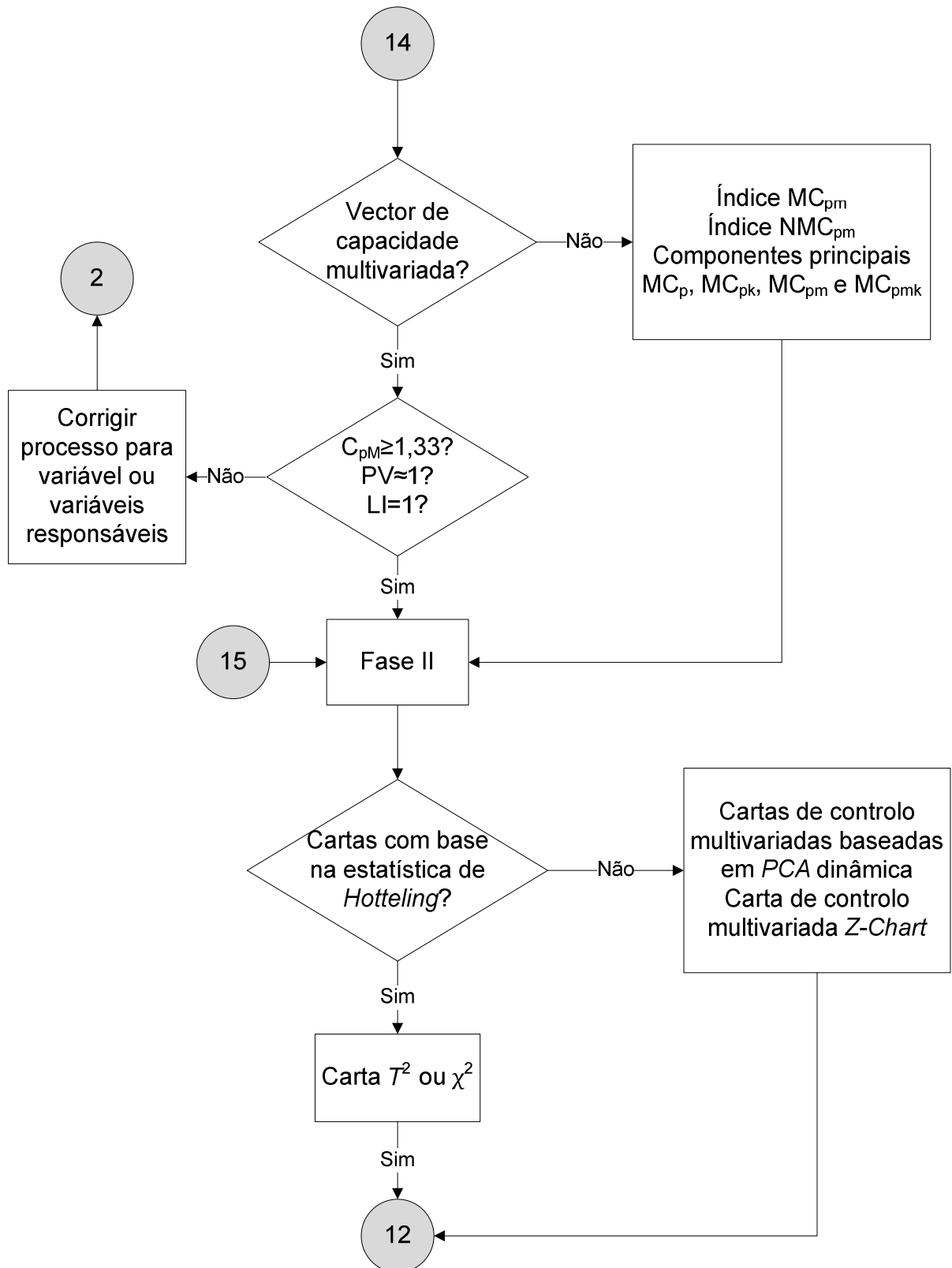














## Capítulo 4: Caracterização da Empresa

A metodologia apresentada com capítulo 3 é um instrumento de suporte na implementação do controlo estatístico dos processos da empresa que deu suporte prático à realização da presente dissertação. A empresa em questão é a *MFTE (Mitsubishi Fuso Truck Europe)* e este capítulo destina-se a realizar uma sucinta apresentação da mesma.

### 4.1 Apresentação da Empresa *MFTE (Mitsubishi Fuso Truck Europe)*

A *MFTE* é uma empresa do sector automóvel, que se destina à produção de veículos comerciais *Mitsubishi Canter*. A exportação destes veículos é realizada maioritariamente no mercado europeu, por via terrestre ou marítima. Esta empresa, com sede no Tramagal – Portugal, teve o seu início em 1964 através de um consórcio Luso-Francês que produzia veículos militares onde em 1980, foram produzidos os primeiros comerciais Mitsubishi. É integrada no grupo Mitsubishi em 1990 e é actualmente parte integrante da Mitsubishi Fuso Trucks & Bus Corporation – Japão, que é por sua vez detida a 85% pelo grupo *Daimler*. A empresa *MFTE*, emprega 455 trabalhadores, e no ano de 2008 produziu cerca de 10.856 veículos, com um volume de vendas anual de 196,7M€ e um capital social de 7.5M€.



Figura 4.1: Instalações fabris *MFTE*

### 4.2 Estrutura Organizacional da *MFTE*

A estrutura organizativa da *MFTE* é composta por um director geral e nove departamentos: Engenharia de Planeamento, Produção, Logística, Gestão da Qualidade, Localização, Contratos com Fornecedores, RH e Finanças e Controlo. Dos nove departamentos existentes, alguns podem ser agrupados em três áreas organizativas, respectivamente a área de Operações, RH e Administração Geral, Finanças e Controlo, como pode

ser observado na Figura 4.2. A organização da empresa é apresentada de forma detalhada no organograma da *MFTE*, apresentado no ANEXO II (II.1).

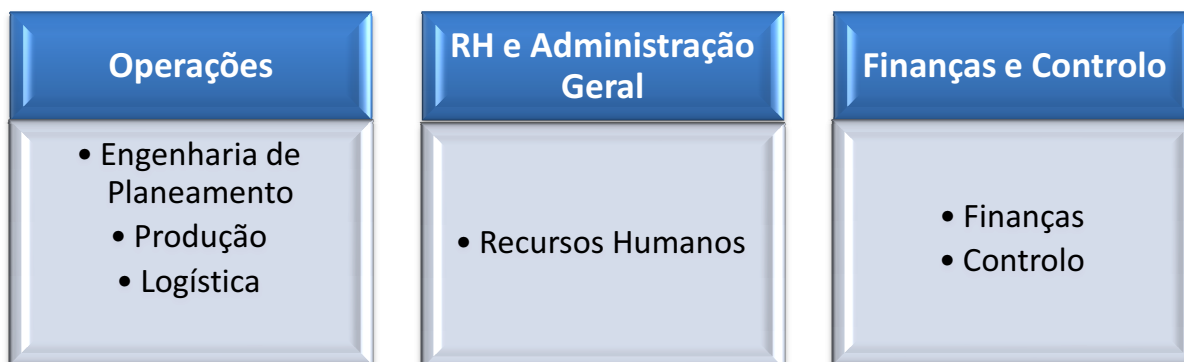


Figura 4.2: Áreas organizativas *MFTE*

### 4.3 Produtos da *MFTE*

A *MFTE* destina-se à produção do veículo comercial Canter, que se subdivide numa vasta gama de modelos que abrange as classes de peso de 3,5 a 7,5 t., quatro tipos de cabine, 4 motorizações e 5 distâncias diferentes entre eixos. Os vários modelos são identificados através de um sistema de codificação que é apresentado no ANEXO II (II.2).

Contudo, no presente trabalho, o estudo incide sob os modelos de cabine larga cuja ordem de desenvolvimento corresponda à ordem 8 (*“Development Order 8 : Wide Cab”*), cabine simples cujo estilo é identificado como S (*“Cab Style S: Single Cab”*) e cabines de cor branca. O sistema de codificação deste modelo é idêntico ao seguinte: FE84SBB6SL. A escolha do modelo em questão é justificada pelo facto dos diferentes modelos possuírem características diferentes, e pelo modelo seleccionado para o estudo constituir a *“high runners”* (massa de produção).



Figura 4.3: Cabine simples



Figura 4.4: Cabine dupla



Figura 4.5: Cabine estreita



Figura 4.6: Cabine larga

#### 4.4 Processo de Produção da MFTE

A linha de produção da MFTE é constituída por oito zonas distintas: linha de soldadura de cabines (“*Welding Line*”), linha de pintura por electrodeposição catódica (“*E/D Line*”), linha de pintura (“*Painting Line*”), linha de revestimento (“*Trimming Line*”), linha da rebitagem (“*Frame Line*”), linha de eixos (“*Axles*”), linha final (“*Final Line*”) e linha de inspecção final (“*Inspection Line*”), que são apresentadas na Figura 4.7.

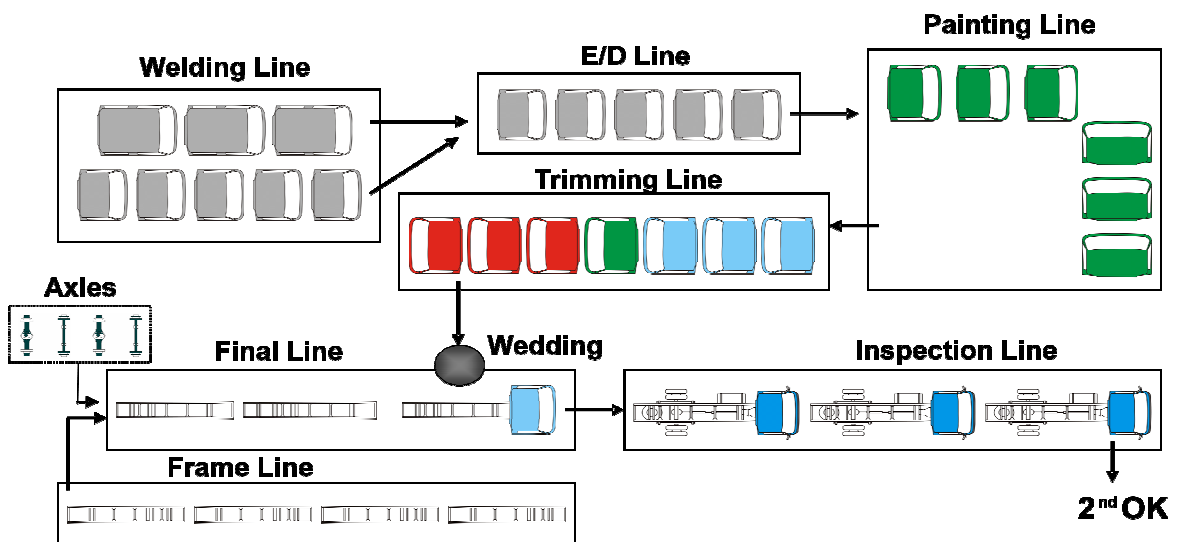


Figura 4.7: Representação da linha de produção da MFTE

A linha da soldadura é onde é realizada a montagem da carroçaria, através da soldadura de chapas metálicas que provêm, na sua maioria, do Japão.

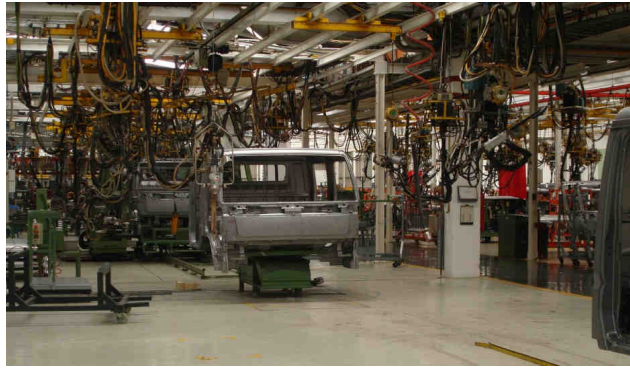


Figura 4.8: Linha da soldadura

Finalizada a montagem das cabines, as mesmas ingressam na linha de pintura por electrodeposição, onde são sujeitas a um pré-tratamento e pintadas com tinta anti-corrosiva. Depois da aplicação do tratamento anti-corrosivo, as cabines avançam para a área da pintura, onde é realizada a aplicação de primário a cabines que à priori já está definida. Ainda na linha da pintura é realizada a aplicação da tinta de acabamento, o Esmalte, que confere às cabines o seu aspecto final.



Figura 4.9: Linha de pintura por electrodeposição



Figura 4.10: Linha da pintura

Posteriormente, segue para a linha do revestimento, onde se procede à montagem de borrachas, plásticos, vidros, bancos, e outros componentes que fazem parte do revestimento interior e exterior das cabines.



Figura 4.11: Linha do revestimento

Paralelamente às montagens, tratamentos e aplicações referidos, na linha da rebitagem procede-se à montagem e pintura dos chassis, e na linha dos eixos são realizados os eixos dianteiros e traseiros. Posto isto, os chassis dão entrada na linha final, e aos mesmos são adicionados os eixos, montados os motores e outros componentes.



Na linha final, faz-se a junção das carroçarias aos chassis, processo este designado de “Wedding” ou “casamento”.



Figura 4.12: Linha da rebitação



Figura 4.13: Linha dos eixos



Figura 4.14: Linha final

Concluída a montagem do automóvel, ou seja, após a linha final, os veículos são direccionados para a linha de inspecção, onde é realizada uma inspecção intensiva pelos inspectores da qualidade.



Figura 4.15: Linha de inspecção

A presente dissertação incide na área da pintura, constituída pela linha de pintura por electrodeposição catódica, também designada como linha de ED, e pela linha de pintura, como tal, no ponto 5.2 os procedimentos realizados nesta área serão desenvolvidos em maior pormenor.

#### 4.5 Qualidade na MFTE

Os veículos comerciais *Mitsubishi Canter* produzidos na *MFTE*, têm-se distinguido face aos concorrentes, por via da sua elevada Qualidade. Este facto constitui um dos principais

factores de sucesso da empresa, instituindo como objectivo uma produção eficaz e eficiente, de forma a ir de encontro à satisfação das necessidades dos seus clientes.

#### **4.5.1 Departamento de Gestão da Qualidade**

O departamento de Gestão da Qualidade é dividido em duas grandes áreas como pode ser visto no organigrama da *MFTE* apresentado no ANEXO II (II.1), “*Quality Assurance*” e pela “*Parts Quality Material Testing*”. A primeira área é responsável pela Qualidade no que concerne às montagens que são realizadas nas distintas linhas de montagem. À segunda área está afectada a responsabilidade pela Qualidade nos componentes que provêm dos fornecedores. O estudo desenvolvido na presente dissertação foi realizado através do departamento de Gestão da Qualidade, mais especificamente através da área “*Quality Assurance*”.

#### **4.5.2 Sistemas da Qualidade**

A *MFTE* tem implementado um Sistema de Qualidade, de acordo com a Norma NP EN ISO 9001:2000 e com a Norma ISO TS 16949:2002.

Estes Sistemas da Qualidade predizem auditorias regulares, o que permite assegurar a consistência da alta Qualidade dos produtos da *MFTE*. A certificação dos Sistemas da Qualidade permite a *MFTE* demonstrar o cumprimento dos requisitos de Qualidade dos seus produtos, possibilitando uma maior satisfação nas necessidades e expectativas dos seus clientes.

#### **4.5.3 Controlo Estatístico da Qualidade**

Com o objectivo de melhorar continuamente a Qualidade da produção e aprofundar os conhecimentos dos seus processos, a *MFTE* decidiu implementar cartas de controlo para controlar e monitorizar algumas fases dos seus processos produtivos. Esta implementação é justificada pelo facto da sua aplicação proporcionar uma correcta intervenção, estatisticamente fundamentada, nos processos, em tempo real. O principal objectivo é de detectar, através de cartas de controlo, a ocorrência de causas especiais, e proceder rapidamente à identificação das suas causas e a implementação das respectivas acções correctivas, contribuindo para uma produção com maior eficiência na Qualidade e menor custo. Dada a impossibilidade de controlo de todas as características do processo, devido ao elevado período de tempo que seria imprescindível dispensar, foram seleccionadas algumas características relevantes nas linhas de pintura por electrodeposição catódica e linha de pintura. Estas características foram seleccionadas após uma reunião com os responsáveis dos Departamentos de “*Quality Assurance*” e “*Cab & Paint Shop*”, e serão apresentadas no ponto 5.4.

#### **4.6 Outras Certificações**

A *MFTE* possui ainda certificações na área da Gestão Ambiental através da ISO 14001:2004, e na área de Gestão de Segurança e Saúde no Trabalho segundo a norma OHSAS 18001:2007.

## Capítulo 5: Parte Experimental

### 5.1 Introdução

O presente Capítulo mostra a aplicação das metodologias desenvolvidas no Capítulo 2, acolhendo como exemplo a empresa *Mitsubishi Fuso Truck Europe (MFTE)*, que se dedica à produção de veículos comerciais *Mitsubishi Canter*, como foi referido no capítulo 4.

Inicialmente proceder-se-á a uma breve caracterização e descrição do processo produtivo da área da Pintura da *MFTE*, uma vez que foi a área seleccionada para a realização do estudo, com o objectivo de desenvolver alguns aspectos importantes para melhor compreensão da aplicação.

O principal objectivo deste capítulo é definir uma metodologia de aplicação de técnicas estatísticas, criteriosamente seleccionadas na panóplia de estudos de controlo estatístico que têm vindo a ser desenvolvidos. Visando o crescente desenvolvimento da melhoria do processo de Pintura da *MFTE*, assim como o aprofundamento, implementação e validação das metodologias aplicadas.

### 5.2 Caracterização da Área de Aplicação do Caso de Estudo

A área onde foi realizada a aplicação é a área da pintura, constituída por duas das sete zonas descritas no Capítulo 4. O Processo de Pintura divide-se em dois momentos distintos, inicialmente na pintura por electrodeposição catódica, onde as cabines provenientes da soldadura são pré-tratadas e pintadas com tinta anti-corrosiva e posteriormente a aplicação da tinta de acabamento que confere o aspecto final da cabine. Neste procedimento pode também estar implícita a aplicação de primário intermédio, no entanto, e como será enunciado mais à frente, as cabines que sofrem aplicação de primário não vão ser incluídas neste estudo.

A aplicação prática do presente trabalho é desenvolvida na área da Pintura da *Mitsubishi Fuso Truck Europe (MFTE)*, e agrega variáveis do processo da linha de ED (electrodeposição) e da linha de pintura.

#### 5.2.1 Descrição da Linha de ED

O processo de ED inicia-se com uma lavagem manual, que tem como principal objectivo retirar o excesso de óleo protector utilizado no transporte das chapas provenientes do Japão. Esta lavagem é constituída por duas etapas e realizada em dois postos de trabalho distintos. Num primeiro posto, algumas partes da cabine são limpas com uma esponja embebida num produto desengordurante. Num segundo posto, o operador coloca as cabines no *skid (jig)* para posicionamento das cabines, durante a pintura por electrodeposição catódica) e lava-as com uma lança, que proporciona uma lavagem a alta pressão utilizando água e banho de desengorduramento.

Finalizada a lavagem, as cabines dão entrada, por imersão, nos 10 tanques do processo de ED.

O primeiro tanque é designado como banho de desengorduramento. O banho de desengorduramento é um banho quente, composto por água industrial, ácidos e emulsionantes, e tem como objectivo eliminar as impurezas na superfície metálica.

Depois do banho de desgorduramento as cabines são encaminhadas para um segundo tanque, chamado lavagem I, um tanque que é constituído por um banho composto por água industrial. Esta lavagem tem como objectivo a eliminação dos resíduos provenientes do banho de desgorduramento, de forma a evitar a contaminação do banho de fosfatação.

Após a lavagem I, o *skid* prossegue para o banho de activação. Este banho funciona como um excitador da chapa, criando condições para que posteriormente os cristais de fosfato se depositem na mesma.

As cabines estão então em condições de serem fosfatadas, seguindo-se o quarto tanque, o tanque da fosfatação.

Para melhor compreender este processo é imprescindível referir que as superfícies metálicas apresentam variações de compatibilidade com as tintas, pois estas podem aderir muito bem a uma série de peças e muito mal a outras, mesmo quando submetidas ao mesmo processo de desgorduramento. Uma superfície metálica é normalmente irregular, com superfícies que actuam como cátodos (+) e com fissuras que actuam como ânodo (-). Cada uma destas irregularidades pode originar a diferença de potencial, a qual, na presença de humidade, provocará a oxidação e posterior corrosão do metal.

A fosfatação consiste numa reacção química mediante a qual a camada superficial do metal é atacada formando uma camada mais uniforme, cobrindo as arestas e fissuras homogeneamente. Desta forma neutralizam-se as diferenças de potencial. Com a fosfatação consegue-se uma boa base para a aplicação da tinta (cataforese), melhorando a resistência à corrosão.

Existem diversos tipos de fosfatação. A fosfatação aplicada na *MFTE* é a fosfatação por zinco. Este tipo de tratamento é muito caro e é utilizado quando se pretende conseguir uma excelente resistência à corrosão, como por exemplo as carroçarias dos automóveis.

Em todos os processos de fosfatação é muito importante a fase de lavagem, isto porque os sais solúveis que permanecem na superfície metálica produzem efeitos na camada de tinta.

Quando a aplicação da tinta é feita por processos electroforéticos, a necessidade da segunda lavagem é imperiosa, visto que qualquer sal que permaneça na superfície metálica, dá origem à deterioração da camada de tinta, bem como do tanque de cataforese.

Em primeiro lugar é feita uma lavagem com água Industrial, lavagem II, que tem como objectivo a eliminação dos resíduos provenientes do processo de fosfatação (normalmente compostos que não reagiram - lamas). Posteriormente, realiza-se uma lavagem com água desmineralizada, lavagem ADN, que proporciona a descontaminação e preparação para o banho da cataforese.

Inicia-se o “processo de electrodeposição”, que consiste num processo de imersão de aplicação de tintas (Almeida, 2000). Esta técnica começou a ser desenvolvida em 1971, e em 1976 começa a aparecer na indústria automóvel. Este processo é baseado no princípio de deslocação num campo eléctrico de partículas carregadas. As cabines submergidas no banho da cataforese estão ligadas a uma tensão eléctrica contínua negativa. Por outro lado, o eléctrodo positivo encontra-se no interior do tanque e é constituído por 12 células (6 do lado direito e 6 do lado esquerdo). O fenómeno produz-se na peça catódica formando uma espessura na ordem dos 30  $\mu\text{m}$ . Consiste num processo sensível a qualquer variação nos seus parâmetros, e desta forma, os mesmos devem ser rigorosamente controlados.

Na decomposição da tinta, dá-se uma libertação de calor. Para colmatar este fenómeno existe um permutador de calor, que é accionado automaticamente quando a temperatura



atinge um valor limite, e tem como função a refrigeração do banho. No seguimento do “processo de electrodeposição” as cabines seguem para os tanques de lavagem UF (Ultrafiltrado). Estes tanques têm como objectivo a remoção de produtos que não reagiram no processo de cataforese. No primeiro tanque, UF reciclado, a lavagem é realizado por jacto, através de sprays que estão instalados ao longo do interior do tanque. No segundo tanque, UF novo, o banho é realizado por imersão.

O tanque de UF novo está constantemente a ser abastecido com UF novo. Este está ligado ao tanque de UF reciclado, para onde se desloca o excesso desse banho e onde o mesmo é reutilizado. Desta forma consegue-se uma diminuição da concentração dos banhos à medida que as cabines passam pelos tanques.

Por outro lado, o banho resultante dos sprays do tanque de UF reciclado é reciclado, e os resíduos da tinta são posteriormente conduzidos para o tanque de cataforese. Consegue-se desta forma um processo mais rentável, na medida em que se reutilizam os produtos que são arrastados do banho cataforético.

É efectuada uma nova lavagem com água desmineralizada para garantir a ausência de qualquer resíduo na película de tinta, ou seja, para retirar alguns compostos que não reagiram nos tanques de lavagem UF.

A última etapa do processo de cataforese decorre quando as cabines são submetidas a um processo de estufagem, de forma a garantir a aderência da película. Esta estufagem é realizada num forno, que é mantido a cerca de 180°C-200°C.

Depois de concluída a passagem pelos tanques, as cabines são retiradas do forno e colocadas em carros de apoio que seguem para um quarto posto. Neste posto, realiza-se a aplicação de insonorizantes, vedante (mástique) e PVC, no interior e parte inferior da cabine, com o objectivo de isolar juntas e proteger zonas mais sensíveis à projecção de gravilha.

Existe um quinto posto, que se situa paralelamente ao anterior, onde se procede à aplicação de mástique no tejadilho e traseira das cabines duplas.

O posto seguinte, posto seis, é o posto de lixagem da cataforese, em que o objectivo é realizar uma limpeza da cabine provinda do processo de cataforese, eliminando os defeitos que possam ser provenientes do mesmo. Esta reparação prepara a cabine para a aplicação do esmalte.

### 5.2.2 Descrição da Linha de Pintura

O posto sete, posto de mástique, é subdividido em três sub-postos. No primeiro, faz-se a aplicação de mástique em algumas das restantes zonas do interior, frente e traseira. No segundo, aplica-se mástique no tejadilho (só em cabines simples) e no terceiro fazem-se os acabamentos (aplicação de mástique nos cortes traseiros, portas e colocação dos tapetes).

O subsequente posto, posto de aplicação de primário em zonas localizadas, é um posto recente. Anteriormente, quando existiam zonas nas cabines que necessitavam de reparação, eram reparadas e posteriormente era aplicado primário na cabine completa. Actualmente, e com a criação deste posto, apenas é aplicado primário (exceptuando cabines duplas e de cor) nas zonas onde realmente é necessário a sua aplicação. Evitam-se desta forma custos acrescidos desnecessários.

Após a aplicação de mástiques, e quando necessário da aplicação de primário, as cabines dão entrada no forno com objectivo de realizar a estufagem de mástiques. Este forno opera a 175°C e num tempo de 20 minutos. Caso tenha sido necessária a aplicação de primário, deve permanecer durante 30 minutos no forno.

O posto seguinte é o posto de limpeza, onde a cabine é limpa e preparada para o processo de pintura. Segue-se o processo de aplicação de esmalte.

Quando é necessário aplicar primário na totalidade da cabine, por exemplo, cabines de cor e cabines duplas (que por convenção têm de ser submetidas à aplicação de primário), essa aplicação é realizada imediatamente antes da aplicação de esmalte, e as cabines vão para o forno para que seja realizada a estufagem do primário. Posteriormente à estufagem do primário, as cabines prosseguem para um posto de reparação de primário onde são inspeccionadas e se necessário, efectuadas reparações.

As cabines que não necessitam de aplicação de primário, entram no posto de aplicação de esmalte através de pistola. Esta constitui uma aplicação manual com objectivo de atingir zonas em que o robô não consegue chegar, por exemplo, os interiores das cabines.

Quer as cabines que procedem da reparação de primário, quer as cabines que provêm a aplicação de esmalte através de pistola são sujeitas à aplicação de esmalte, que é realizada por dois robôs.

O primário e o esmalte, operam em circuitos fixos. É por estes circuitos que são abastecidas as pistolas existentes no posto de aplicação de esmalte, no posto de aplicação de primário em zonas localizadas e no posto de aplicação de primário.

Nos postos onde se faz a tinta (esmalte), existe um pote de abastecimento à linha, que bombeia a tinta para as pistolas e robôs. Toda a tinta que não é gasta na pintura retoma ao pote de abastecimento e será utilizada na pintura seguinte. Quando esse pote atinge um nível baixo é realizada a reposição e preparação da mesma, atendendo sempre aos parâmetros de viscosidade.

Depois da aplicação do esmalte, existe um posto de “Flash Off”, onde as cabines depois de sofrerem a aplicação do esmalte, ficam em repouso durante alguns minutos, para que se possa dar a evaporação dos solventes. Este posto é imprescindível, uma vez que se a cabine seguisse directamente para o forno, a evaporação de solventes será rápida e poderia provocar fissuras na película da tinta.

Quando termina este período de “Flash Off”, as cabines seguem para o forno, que tem capacidade para seis cabines e opera em três ciclos distintos de nove minutos. Desta forma cada cabine permanece no forno a 165°C durante 27 minutos.

Findo o processo de aplicação de esmalte, é imprescindível a passagem das cabines por um posto de inspecção. Neste posto todos os problemas que são detectados, são apontados numa folha de identificação de defeitos, e seguem para um posto de reparação de pintura, onde são reparados.

Depois do posto de inspecção, as cabines vão para o posto de inspecção da Qualidade, onde o inspector da Qualidade, analisa as cabines. Se as cabines não necessitam de reparação é colocado um selo de “OK”, caso contrário são identificados os defeitos e reparados.

O último posto deste processo é o posto de transbordo, onde as cabines são retiradas dos carros de apoio da pintura e colocados nos carros especiais para o revestimento. Finaliza-se desta forma o Processo de Pintura e a cabine é encaminhada para o revestimento.

### 5.3 Produtos em Estudo

Como já foi referido no Capítulo 4, o estudo vai incidir no produto cabine. Só serão contemplados neste estudo os modelos de cabine larga cuja ordem de desenvolvimento corresponda à ordem 8 (*“Development Order 8 : Wide Cab”*) e cabine simples cujo estilo esteja identificado como S (*“Cab Style S: Single Cab”*). O sistema de codificação destes modelos será idêntico ao seguinte: FE84SBB6SL (no Anexo II(II.2) apresenta-se o significado desta nomenclatura). Esta selecção deve-se ao facto dos diferentes modelos possuírem características diferentes, nomeadamente a área a ser tratada e a disposição no próprio *skid*.

A área a ser tratada varia com os modelos de cabines a tratar. Uma cabine simples estreita (*“Standart”*) possui 45m<sup>2</sup>, uma cabine simples larga (*“Wide”*) possui 54 m<sup>2</sup>, uma estreita dupla (*“dupla Standart”*) 75 m<sup>2</sup> e uma dupla larga (*“dupla Wide”*) 83m<sup>2</sup>.

A disposição no *skid*, é maioritariamente de três cabines, sejam estreitas ou largas. Difere quando existe uma dupla (estreita ou larga) que vai no *skid* com apenas mais uma cabine simples.

As cabines com aplicação de primário (cabines de cor ou duplas) serão também excluídas, isto porque são consideradas como uma população distinta, uma vez que a sua espessura é superior devido à aplicação de primário.

Para uniformizar o estudo e com o intuito de minimizar a possível ocorrência de mistura de populações, o estudo vai incidir sobre a *“high runners”* (massa de produção): cabines largas (*“Development Order 8 : Wide Cab”*) , cabines simples (*“Cab Style S: Single Cab”*) e de cor branca.

A recolha de dados realizou-se durante os meses de Abril, Maio e Junho de 2009. É importante referir que a produção não foi contínua durante estes meses, devido à conjuntura social e económica vivida neste período e ao grande impacto que esta provocou no sector automóvel. Desta forma a recolha de dados não foi de encontro às expectativas idealizadas. No entanto prosseguiu-se o estudo com a informação disponível.

### 5.4 Características do Processo de Pintura

No processo de pintura, como foi referido em 4.5.3, foram pensadas e determinadas pela organização, controlar algumas características que se revelam preponderantes ao longo deste procedimento. Na Figura 5.1 apresentam-se as características que foram albergadas no estudo.

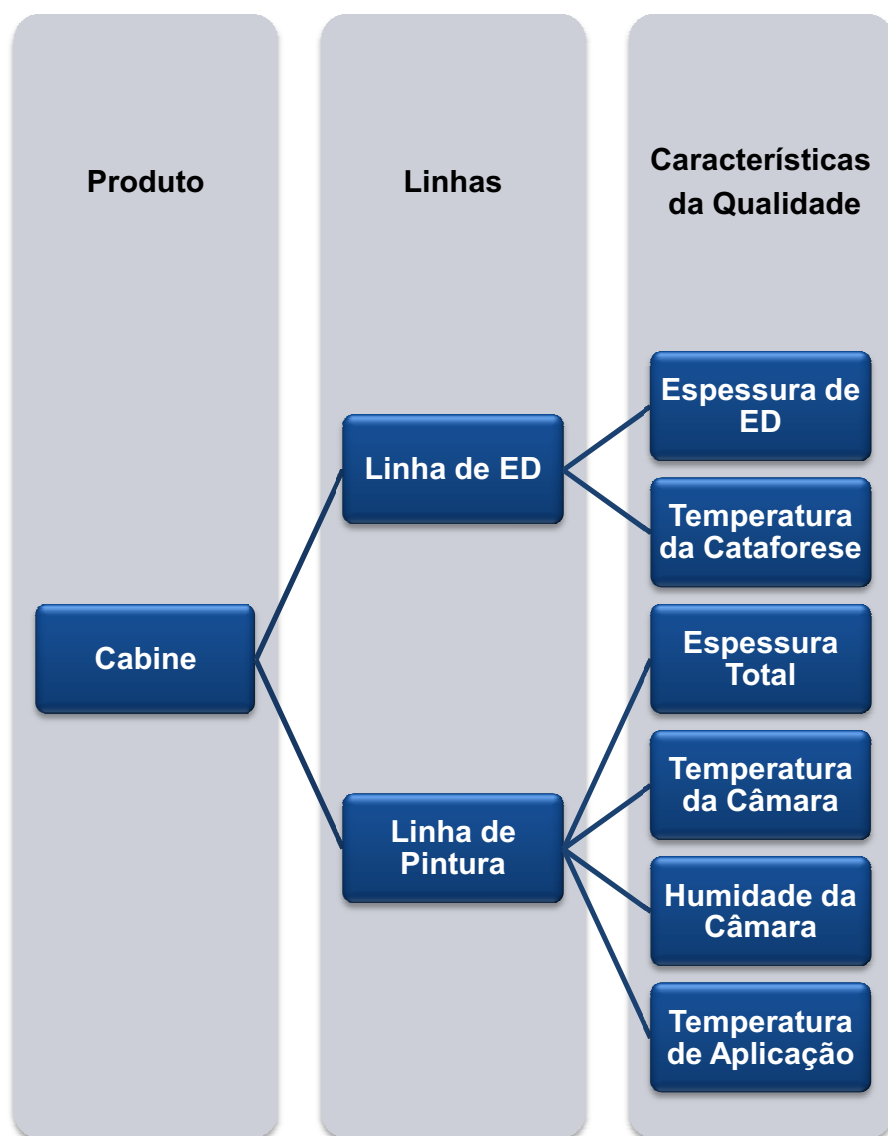


Figura 5.1 Esquema representativo das características da qualidade de controlo

A Espessura de ED constitui uma característica relevante, uma vez que é uma característica que pode ser influenciada através de outras tantas características que são controladas na linha de ED. A organização, focou por isso maior interesse no controlo exaustivo, numa fase inicial, desta característica.

É de conhecimento da organização, que a Temperatura da Cataforese é uma variável com peso significativo. Um aumento na temperatura provoca um incremento na Espessura de ED, daí também ser incluída no estudo. Este aumento pode reverter-se num acréscimo significativo de crateras, provocando mau aspecto visual ou mesmo a redução do poder de penetração da tinta. Contrariamente, um decréscimo na Temperatura do banho da cataforese, resulta na diminuição da Espessura de ED, pondo em causa a eficiência do tratamento face à corrosão.

Outras variáveis, como Extrato-Seco, Solventes, Temperatura do Forno, Condutividade do Anólito, Tempo de Electrodecomposição, Tensão da Cataforese, podem constituir factores influentes na Espessura de ED. No entanto devido à falta de meios humanos para realizar as medições e ao moroso tempo que algumas características necessitam para serem medidas, estas características não foram incluídas no estudo.

Na linha de pintura foram designadas para controlar estatisticamente as características Espessura Total, Temperatura da Câmara, Humidade da Câmara e Temperatura de Aplicação.

A característica Espessura Total foi preferida para tratamento estatístico, uma vez que têm dupla funcionalidade, a função protectora e a estética. Inferior espessura pode incorrer num maior risco de corrosão, maior espessura implica aumento de crateras e escorridos, repercutindo-se num aspecto visual indesejável.

Na câmara de pintura, a Humidade da Câmara e Temperatura da Câmara são controladas. Este controlo é realizado através de um sistema de monitorização, que permite controlar na hora a temperatura e humidade, proporcionando ao operador a realização de correcções logo que necessárias. Foram identificadas para o estudo estas características, uma vez que o aparecimento de escorridos pode ter origem num aumento ou diminuição das mesmas. A Temperatura de Aplicação é outra característica com grande interesse. Quando a temperatura da tinta atinge valores abaixo ou acima dos especificados, podem ocorrer escorridos.

## **5.5 Recolha de Dados**

### **5.5.1 Identificação dos Sistemas de Medição**

Para a recolha de dados das características da qualidade seleccionadas, utilizaram-se os equipamentos de medição mais adequados. A Figura 5.2 é uma representação esquemática das distintas características da qualidade em estudo e respectivos equipamentos de medição. Para a medição das Espessuras de ED e Total, o equipamento de medição utilizado é um medidor de espessuras, aparelho apresentado na Figura 5.4; as Temperaturas da Cataforese e de Aplicação são medidas com o termómetro apresentado na Figura 5.3; a Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara são obtidas através do sistema de monitorização apresentado na Figura 5.5.

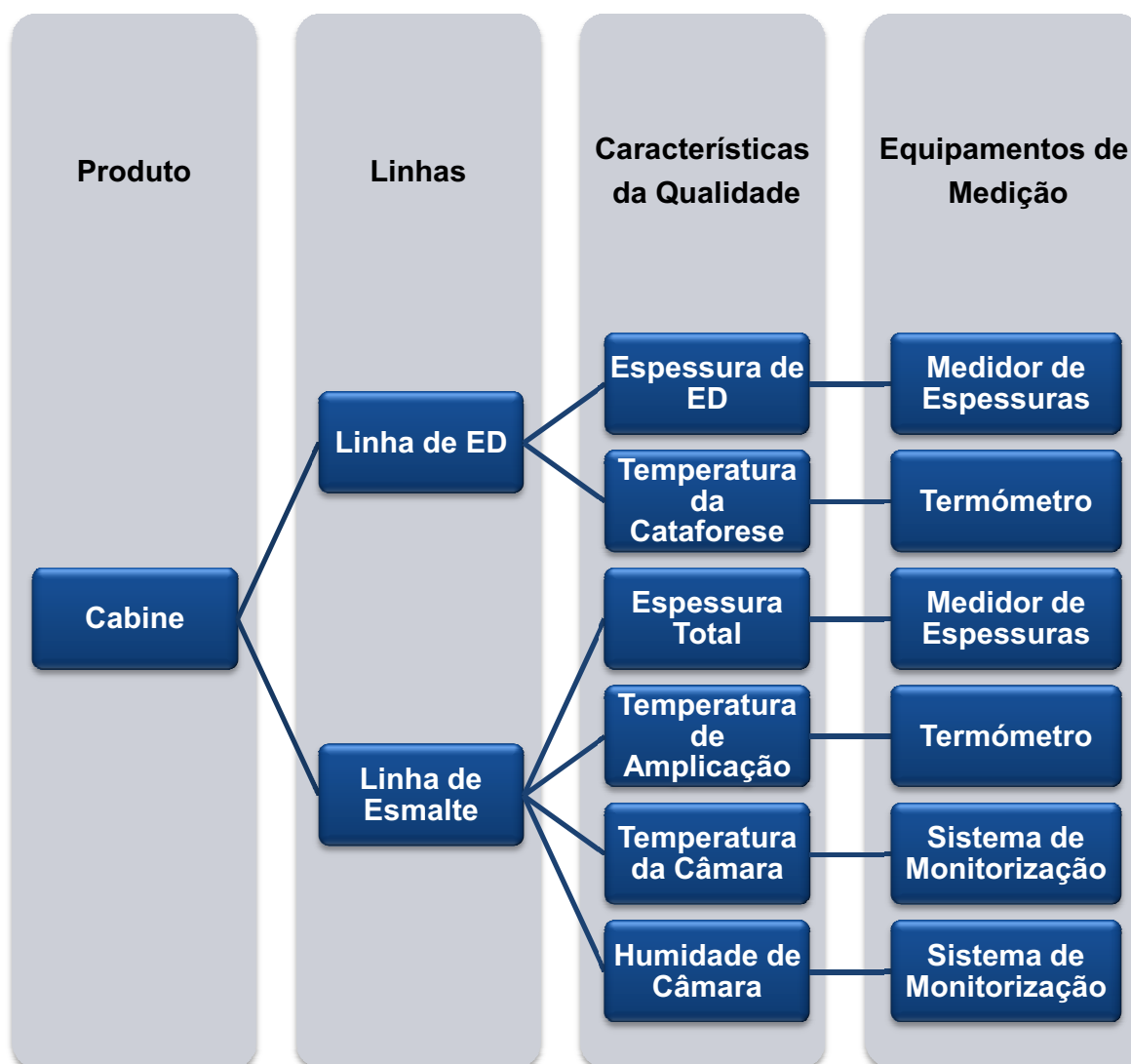


Figura 5.2 Esquema representativo das características da qualidade de controlo e respectivos Equipamentos de Medição

É espectável que o valor medido pelos equipamentos de medição corresponda ao verdadeiro valor da grandeza, mais a respectiva incerteza associada ao valor medido. Desta forma, os equipamentos (DMM: Dispositivos de Monitorização e Medição) são sujeitos a calibrações periódicas, definidas nos plano de calibração, dos respectivos DMM, assegurando-se que as leituras obtidas são fiáveis.



Figura 5.3 Termómetro

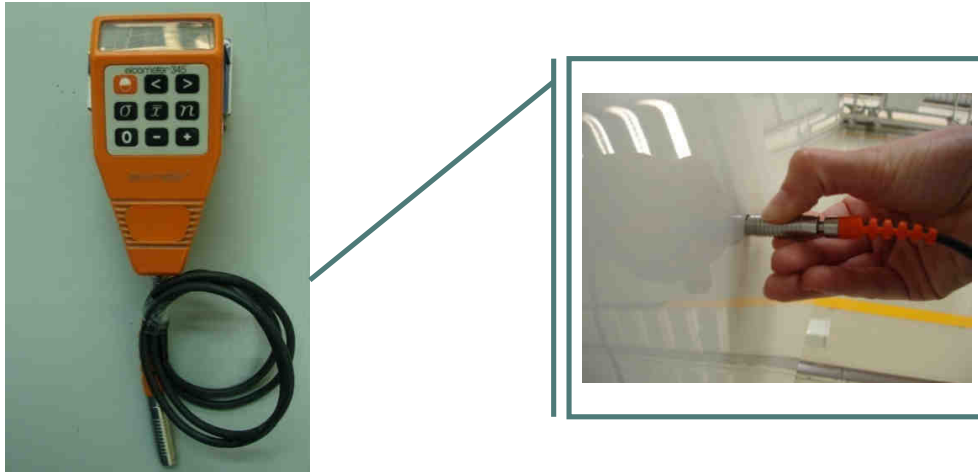


Figura 5.4 Medidor de Espessuras

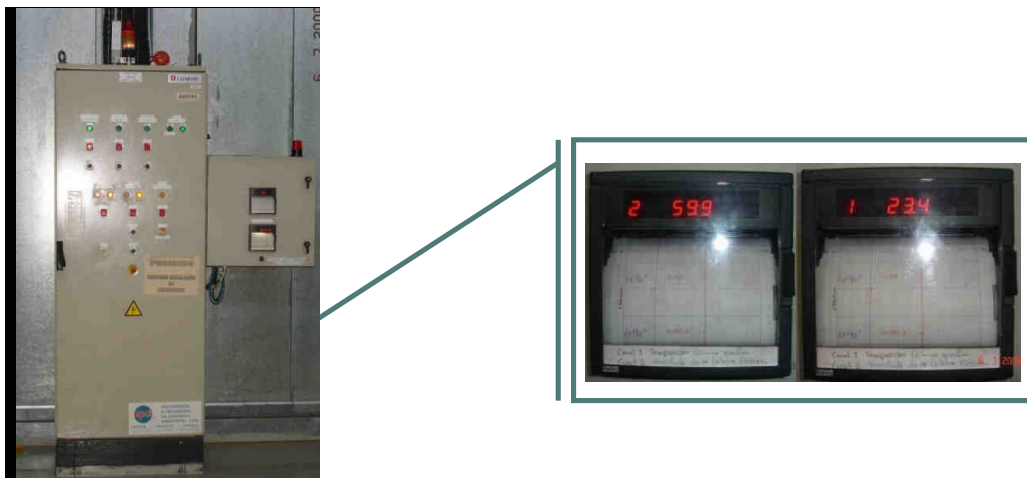


Figura 5.5 Sistema de Monitorização

### 5.5.2 Plano de Recolha dos Dados em Análise

Depois de seleccionadas as características da qualidade que fazem parte da aplicação prática em questão, é determinante estabelecer um plano de recolha de dados, definindo a frequência e dimensão de amostra dos dados.

Como a produção actualmente não é contínua, e a linha de ED não opera diariamente, a frequência terá como base a recolha de todos os *skid*'s com três cabines que possuam as características do produto identificado anteriormente no ponto 5.3.

Na linha de ED as cabines passam por todo o processo de ED em *skid*'s. Um *skid* é composto por três cabines, uma que se posiciona na frente do *skid*, outra no meio e outra atrás, como se pode observar na Figura 5.6.





Figura 5.6: Skid da Linha de ED

Actualmente a organização, no que diz respeito à característica da qualidade Espessura de ED, não realiza uma recolha de dados definida para o estudo estatístico. Torna-se por isso essencial definir a dimensão da amostra. Existe interesse, numa primeira fase, em realizar um estudo preliminar, recorrendo a técnicas estatísticas como a análise de variâncias e os testes de hipóteses, para avaliar se existem diferenças significativas nos diferentes lados dos dez tanques da linha de ED e nas diferentes posições das cabines nos *skid*'s. Depois desta análise poder-se-á definir a dimensão da amostra e o eventual desdobramento da característica Espessura de ED, noutras características distintas.

Os valores da característica Temperatura da Cataforese, são recolhidos em amostras de dimensão 1, uma vez que a medição é realizada por *skid*, e a sequência dos *skid*'s alterna por produto consoante as necessidades definidas pela Produção.

A Espessura Total, Temperatura da Tinta de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara, medidas na Linha de Pintura, são recolhidas em amostras de dimensão 1, também devido à produção definida consoante as necessidades.

À semelhança da Espessura de ED, na característica Espessura Total, também existe interesse em aferir se a pintura dos robôs é uniforme. Desta forma como estudo preliminar realiza-se a aplicação de técnicas estatísticas, tais como as análises de variâncias e os testes de hipóteses, para avaliar se existem diferenças significativas nos diferentes lados das cabines, pintados pelos dois robôs existentes.

Outro aspecto importante na recolha de dados das Espessuras de ED e Total, são as zonas da cabine, onde vão ser medidas. Escolhem-se para estudo as laterais e as frentes das cabines, uma vez que são denominadas como "Zona Classe A". Esta escolha é feita com base num manual "*Standard*" criado pela organização Mitsubishi, para veículos Mitsubishi Fuso Canter, que especifica 4 Classes de Zonas distintas para as cabines. As Classes de Zonas são descritas na Figura 5.7 e podem ser visualizadas na Figura 5.8.



Zona Classe A (Branca)	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Zona mais importante, esta zona necessita de ser inspeccionada com especial atenção para que se consiga detectar todos os defeitos nelas existentes. Nesta zona os defeitos são intoleráveis e necessitam de reparação.</li> </ul>
Zona Classe B (Amarela)	<ul style="list-style-type: none"> <li>•A zona B também constitui uma zona importante, no entanto os pequenos defeitos que são dificilmente identificados, podem ser eventualmente tolerados na inspeção da cabine.</li> </ul>
Zona Classe C (Azul)	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Esta zona é de média importância e muitos dos defeitos são detectados e tolerados quando a cabine é inspeccionada.</li> </ul>
Zona Classe D (Verde)	<ul style="list-style-type: none"> <li>•A zona D é uma zona de reduzida importância, uma vez que é uma zona que será posteriormente coberta com material do revestimento. Como se trata de uma zona que não ficará visível, todos os defeitos pouco relevantes são tolerados durante a inspeção da cabine.</li> </ul>

Figura 5.7: Definição das Classes de Zonas do Manual “Standart” criado pela organização Mitsubishi para veículos Mistubishi Fuso Canter

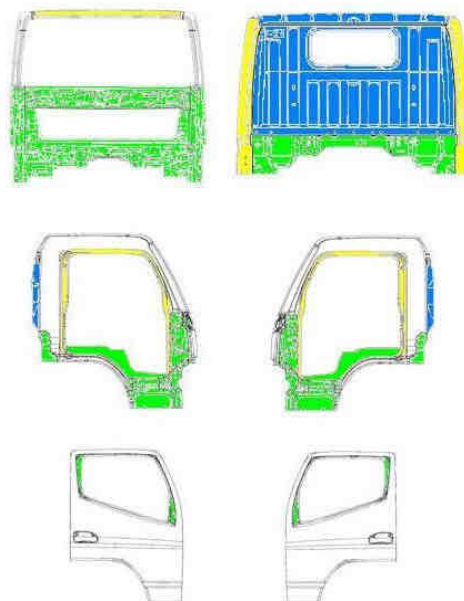


Figura 5.8: Zonas das Cabines segundo manual “Standart” criado pela organização Mitsubishi para veículos Mistubishi Fuso Canter

A recolha de dados nas laterais e frentes das cabines é realizada segundo um procedimento que foi definido, e que consiste na recolha de quatro valores para as frentes e três para ambas as laterais em pontos devidamente identificados na folha de registo, que pode ser consultada no ANEXO III. O estudo é realizado com a média destes pontos.

É importante referir que quando se estuda o lado direito dos tanques, os valores das cabines C1 e C2 correspondem na realidade ao lado direito das cabines mas o mesmo não acontece com a cabine C3. Os valores utilizados para este estudo, são os valores do lado esquerdo da cabine C3, devido à posição contrária no *skid*, como se pode ver na Figura 5.6.

## 5.6 Análise de Dados da Linha de ED

### 5.6.1 Espessura de ED

#### 5.6.1.1 Metodologia de Aplicação

Como referido no ponto 5.3, no processo de ED o percurso das cabines é realizado em *skid's*, constituídos por três cabines simples, largas e de cor branca. São recolhidos os dados da característica Espessura de ED, e aplicadas as metodologias desenvolvidas por Walter Shewhart, abordados no Capítulo 2, respeitantes ao Controlo Estatístico do Processo.

Embora a número de dados disponíveis não seja suficientemente grande como o espectável, devido às condições referidas 5.3, o estudo prossegue com os dados disponíveis e segue o seguinte procedimento:

- a) Estudo Preliminar
  - Avaliação das diferenças da Espessura de ED, quanto às posições e lados dos tanques. Para tal avaliação aplicam-se os seguintes métodos estatísticos;
    - Teste da média através de Análise de variância (ANOVA);
    - Teste à variância (teste de Bartlett);
  - Verificação da existência de auto-correlação dos dados através da *FACE* e *FACPE*;
  - Modelar, através do modelo *ARIMA*, os dados auto-correlacionados.
- b) Estudo Univariado
  - Fase 1
    - Elaborar cartas de controlo  $\bar{e} - R$  ou  $e - MR$  aplicadas aos resíduos, consoante as conclusões do estudo preliminar;
    - Analisar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
    - Verificar a Normalidade dos dados;
    - Estimar os parâmetros do processo;
    - Analisar a capacidade do processo.
  - Fase 2
    - Construir cartas de controlo  $\bar{e} - R$  ou  $e - MR$  aplicadas aos erros de previsão, consoante as conclusões do estudo preliminar;
    - Monitorizar o processo.

#### 5.6.1.2 Definição da Característica

Como foi anteriormente referido, um *skid* é composto por três cabines, e existe interesse em avaliar se há diferenças significativas nos diferentes lados dos 10 tanques que constituem a linha de ED e nas diferentes posições das cabines nos *skid's*, uma vez que tal facto pode influenciar a possível existência de mistura de populações na característica Espessura de ED.

Inicia-se o estudo aplicando técnicas estatísticas como a análise de variância para testar a média, e o teste de Bartlett para testar a variância. Posteriormente verificam-se os pressupostos da análise de variância, Normalidade dos resíduos, independência dos resíduos e homogeneidade da variância.

Quando existem diferenças significativas, aplica-se o teste da Menor Diferença Significativa, para avaliar quais são as médias que apresentam diferenças. Os cálculos foram elaborados no Software Excel, com base nas metodologias apresentadas no ponto 2.2. Os dados do estudo e respectiva verificação de pressupostos, encontram-se no ANEXO IV.1 (IV.1.1, IV.1.2 e IV.1.3). Apresentam-se os resultados e conclusões no Quadro 5.1.

Quadro 5.1: Análise relativa às posições das Cabines

Espessura de ED	Teste à Média (Análise de Variância) e Teste da Menor Diferença Significativa	Teste à Variância (Teste de Bartlett)
Frente da Cabine	A cabine C2 apresenta uma média significativamente diferente das cabines C1 e C3. As médias das cabines C1 e C3 apresentam valores não significativamente diferentes	Não existem diferenças significativas entre as variâncias das cabines C1, C2 e C3.
Lado Direito do Tanque	A cabine C2 apresenta uma média significativamente diferente das cabines C1 e C3. As médias das cabines C1 e C3 apresentam valores não significativamente diferentes	Não existem diferenças significativas entre as variâncias das cabines C1, C2 e C3.
Lado Esquerdo do Tanque	A cabine C2 apresenta uma média significativamente diferente da cabine C1. As médias das cabines C1 e C3 e C2 e C3 apresentam valores não significativamente diferentes	Não existem diferenças significativas entre as variâncias das cabines C1, C2 e C3.

Através dos resultados apresentados no Quadro 5.1, é possível depreender-se que a espessura obtida para os diferentes lados das cabines não tem o mesmo comportamento. A cabine C2 tem um comportamento distinto, exceptuando no que diz respeito ao lado esquerdo do tanque, da cabine C3. Por outro lado, as cabines C1 e C3 não diferem no que diz respeito à semelhança de espessuras nos diferentes lados estudados. Com esta análise, distingue-se o estudo da espessura da cabine C2 em relação às cabines C1 e C3.

Esta análise permitiu também averiguar que o comportamento da frente e da traseira dos tanques não apresenta diferenças significativas entre si. Este facto é verificado quando se testa a existência de diferenças significativas nas frentes das cabines C1 e C3, uma vez que a frente da cabine C1 corresponde à frente dos tanques e a frente da cabine C3 corresponde à traseira dos tanques, como é possível visualizar na Figura 5.6. Posteriormente à análise relativa às posições das cabines, é ainda relevante avaliar se a lateral direita e a lateral esquerda dos tanques se comportam da mesma forma. Para tal, efectuem-se testes às médias (*teste t*) e testes às variâncias (*teste F*) para as cabines C1,

C2 e C3. É também verificado o pressuposto para aplicação dos testes (Normalidade dos dados). As ilações retiradas do estudo anteriormente descrito apresentam-se no Quadro 5.2. O estudo e respectiva verificação de pressupostos, encontra-se no ANEXO IV.1 (IV.1.4).

Quadro 5.2 Análise relativa às Laterais dos Tanques

Espessura de ED nas Laterais das Cabines	Teste à média	Teste à Variância
Cabine C1	Não se detectam diferenças significativas entre as médias do lado direito da cabine C1 e lado esquerdo da cabine C1	Não existem diferenças significativas entre as variâncias das duas laterais da cabine C1
Cabine C2	Não se detectam diferenças significativas entre as médias do lado direito da cabine C2 e lado esquerdo da cabine C2	Não existem diferenças significativas entre as variâncias das duas laterais da cabine C2
Cabine C3	Não se detectam diferenças significativas entre as médias do lado direito da cabine C3 e lado esquerdo da cabine C3	Não existem diferenças significativas entre as variâncias das duas laterais da cabine C3

Obtidos os resultados presentes no Quadro 5.2, verifica-se que em nenhuma das três cabines se detectam diferenças quanto às laterais. Verifica-se desta forma, que o comportamento das laterais dos tanques não apresenta diferenças significativas. Assim, no estudo não existirá diferença entre lateral direita e lateral esquerda, no que diz respeito à espessura de ED.

Numa última análise, é proeminente verificar se existem diferenças entre as frentes e laterais das cabines. Desta forma, efectuam-se Testes às Médias (*teste t*) e Testes às Variâncias (*teste F*) para as cabines C1, C2 e C3. É também verificado o pressuposto para aplicação dos testes (Normalidade dos dados). O estudo e respectiva verificação de pressupostos, encontra-se no ANEXO IV.1 (IV.1.5) e as conclusões figuram no Quadro 5.3.

Quadro 5.3 Análise relativa às frentes e laterais das cabines C1, C2 e C3

Espessura de ED da Frente e Lateral das Cabines	Teste à média	Teste à Variância
Cabine C1	Existem diferenças significativas entre as médias da frente da cabine C1 e lateral da cabine C1	Não existem diferenças significativas entre as variâncias da frente e lateral da cabine C1
Cabine C2	Existem diferenças significativas entre as médias da frente da cabine C2 e lateral da cabine C2	Não existem diferenças significativas entre as variâncias da frente e lateral da cabine C2
Cabine C3	Existem diferenças significativas entre as médias da frente da cabine C3 e lateral da cabine C3	Não existem diferenças significativas entre as variâncias da frente e lateral da cabine C3

Obtidos os resultados presentes no Quadro 5.3, observa-se que para as três cabines existem diferenças significativas entre as frentes e laterais. Assim, para o estudo é necessário fazer a distinção entre frentes e laterais das cabines no que diz respeito à característica Espessura de ED.

Com o estudo anteriormente realizado, verificou-se que a característica Espessura de ED que até agora era estudada como uma só característica, não pode continuar a ser analisada da mesma forma, uma vez que na mesma se detectam misturas de populações. Torna-se praticável, com o antecedente estudo, reformular a definição da característica Espessura de ED, e subdividi-la em quatro características distintas, como pode ser visto no Quadro 5.4. Esta subdivisão é necessária, uma vez que entre posições e lados das cabines se verificam diferenças significativas. Após esta análise é possível definir a dimensão da amostra para as novas quatro características.

Quadro 5.4: Características da Espessura de ED

Características da Espessura de ED	Dimensão da Amostra
Espessura Frente C1 e C3	2
Espessura Lateral C1 e C3	2
Espessura Frente C2	1
Espessura Lateral C2	1

### 5.6.1.3 Verificação da Auto-correlação dos Dados

Para a verificação da existência de auto-correlação dos dados, são recolhidas 50 amostras para cada uma das características apresentadas no Quadro 5.4, com a respectiva dimensão. Embora a característica Espessura Frente/Lateral C1 não apresente diferenças significativas da característica Espessura Frente/Lateral C3, nesta análise a verificação da dependência entre os dados será feita separadamente. Analisa-se a auto-correlação da Espessura Frente/Lateral C1 e a auto-correlação da Espessura Frente/Lateral C3.

A verificação da existência de auto-correlação dos dados pode ser realizada através do software “*Statistica*”, elaborando a *FACE* e *FACPE* dos 50 dados das distintas características em estudo. O procedimento anteriormente descrito será apresentado para a característica Espessura Lateral C3 e o procedimento para as restantes características pode ser consultado no Anexo IV.2(IV.2.1, IV.2.2, IV.2.3, IV.2.4, IV.2.5, IV.2.6).

Apresentam-se na Figura 5.9 e na Figura 5.10 a *FACE* e *FACPE* referentes à característica Espessura Lateral C3. Verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, uma vez que o coeficiente de auto-correlação estimado para o “lag” 1 (0,294) não pertence ao respectivo intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

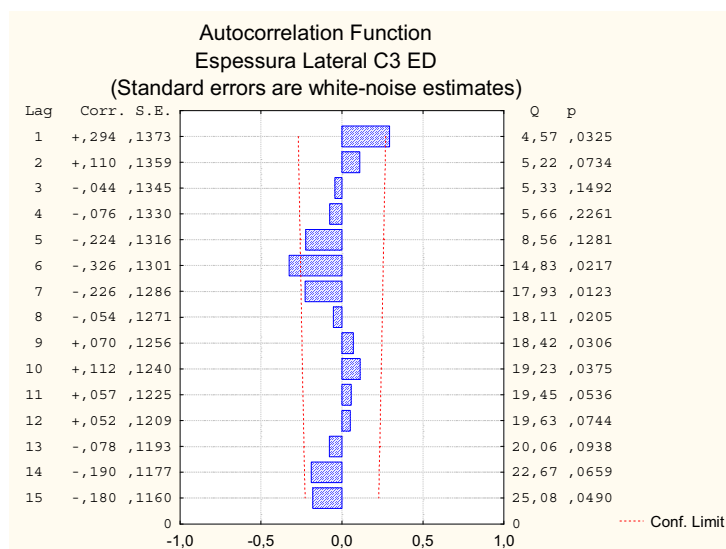


Figura 5.9 *FACE* referente à característica Espessura Lateral C3

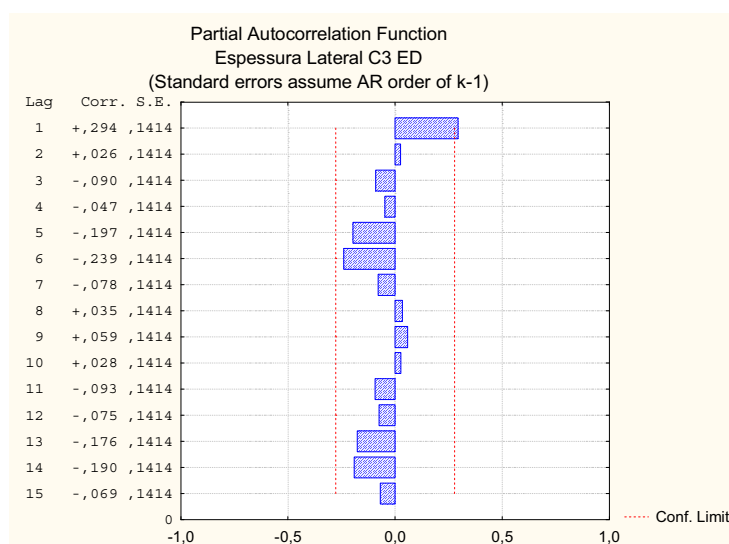


Figura 5.10 *FACPE* referente à característica Espessura Lateral C3

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e estes encontram-se no Quadro 5.5.

Quadro 5.5: Parâmetros do modelo  $AR(1)$  referente à característica Espessura Lateral C3

Espessura Lateral C3						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 0,47083						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	33,85962	0,137530	246,1983	0,000000	33,58310	34,13615
$\phi_1$	0,29386	0,139515	2,1063	0,040431	0,01335	0,57438

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura 5.11 e Figura 5.12.

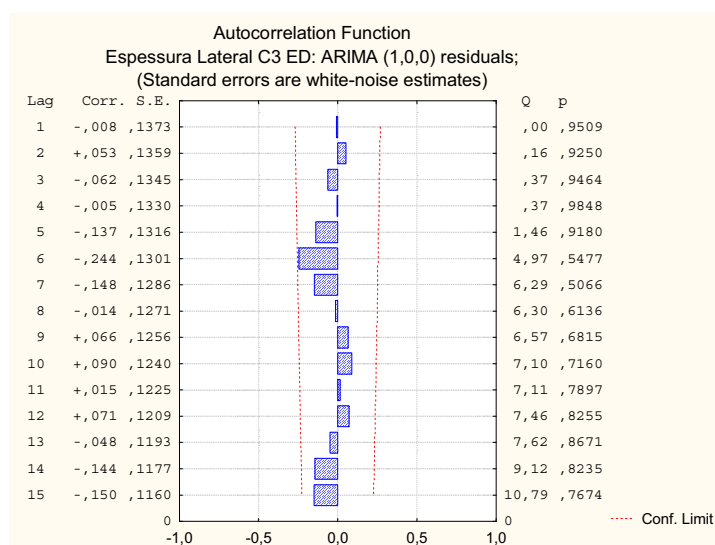


Figura 5.11 *FACE* dos resíduos referentes à característica Espessura Lateral C3

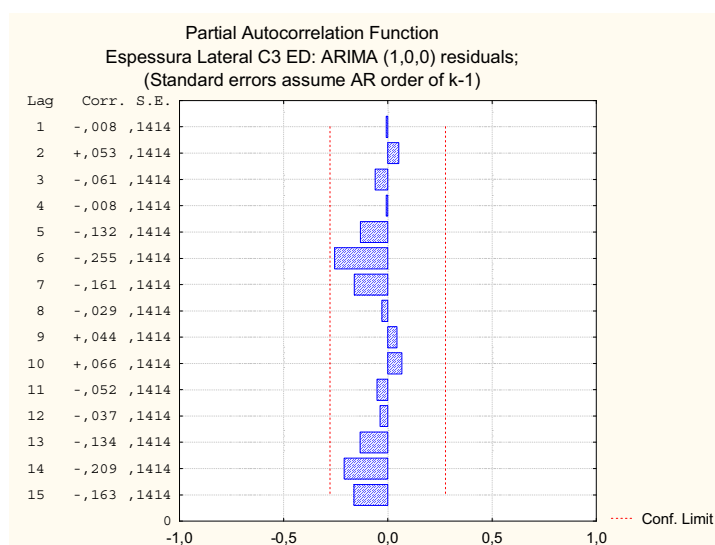


Figura 5.12 *FACPE* dos resíduos referentes à característica Espessura Lateral C3

Ao realizar-se a *FACE* e a *FACPE* dos resíduos para a característica Espessura Lateral C3, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag's* pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

Os resultados obtidos para as restantes características apresentam-se resumidamente no Quadro 5.6.

Quadro 5.6: Resumo da verificação da existência de auto-correlação das características Espessura de ED

Característica	Modelo	Coeficiente de Correlação de desfasamento estimado		Parâmetros do Modelo estimados	
Espessura Frente C1	—	—	—	—	—
Espessura Frente C3	AR(2)	$\hat{\rho}_1$	—	$\phi_1$	—
		$\hat{\rho}_2$	0,297	$\phi_2$	0,30685
Espessura Lateral C1	—	—	—	—	—
Espessura Lateral C3	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,294	$\phi_1$	0,29386
Espessura Frente C2	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,522	$\phi_1$	0,55789
Espessura Lateral C2	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,687	$\phi_1$	0,68943

#### 5.6.1.4 Fase I: Cartas Tradicionais Univariadas e Análise de Capacidade

Depois de verificar a auto-correlação dos dados é necessário ajustar o modelo *ARIMA* mais adequado às características que estão auto-correlacionadas. Esse modelo desempenhará o papel de um filtro, que elimina a auto-correlação entre os dados, resultando em resíduos independentes e Normalmente distribuídos. Posteriormente a este procedimento pode dar-se início à Fase I do controlo estatístico.

Partindo dos 50 valores utilizados para o estudo de auto-correlação, elaboram-se as cartas de controlo  $\bar{e} - R$  e  $e - MR$ , consoante a característica, aplicadas aos resíduos.

Como foi referido no ponto 2.8.3.1, na Fase I do *SPC* se existirem pontos que não pertencem ao intervalo definido pelos limites de controlo ou que verifiquem a existência de padrões não aleatórios, não podem simplesmente ser eliminados, uma vez que se está perante séries de dados auto-correlacionados. Estes pontos devem ser substituídos pelos valores que se aproximem mais dos correctos, os valores esperados para esses instantes.

Verificada a estabilidade do processo, é estudada a Normalidade dos resíduos, estimados os parâmetros, e posteriormente analisada a capacidade do processo. A análise de capacidade será realizada através do índice de capacidade  $C_{pk}$ , para as características que possuam *especificação unilateral*, e dos índices  $C_p$  e  $C_{pk}$ , para as características que possuam *especificação bilateral*. O procedimento anteriormente descrito será apresentado para a característica Espessura Lateral C1 e C3, e o procedimento para as restantes características pode ser consultado no ANEXO V(V.1, V.2, V.3 e V.4).

A elaboração da carta de controlo da Fase I, da característica Espessura Lateral C1 e C3, é realizada através do software “Statística”. Na sua construção, são utilizadas amostras de dimensão 2, constituídas pelos valores dos resíduos da Espessura Lateral C1 e Espessura Lateral C3. Os resíduos são utilizados uma vez que foi detectada auto-correlação na



característica Espessura Lateral C3. A dimensão 2 é justificada pelo facto das características Espessura Lateral C1 e Espessura Lateral C3, não demonstraram diferenças significativas no estudo realizado no ponto 5.6.1.2, e os dados das mesmas serem recolhidos no mesmo instante. A análise é análoga para a característica Espessura Frente C1 e C3.

Com os resíduos resultantes dos dados da Espessura Lateral C1 e Espessura Lateral C3, elaboram-se as cartas de controlo  $\bar{\bar{x}} - R$ , que podem ser observadas na Figura 5.13.

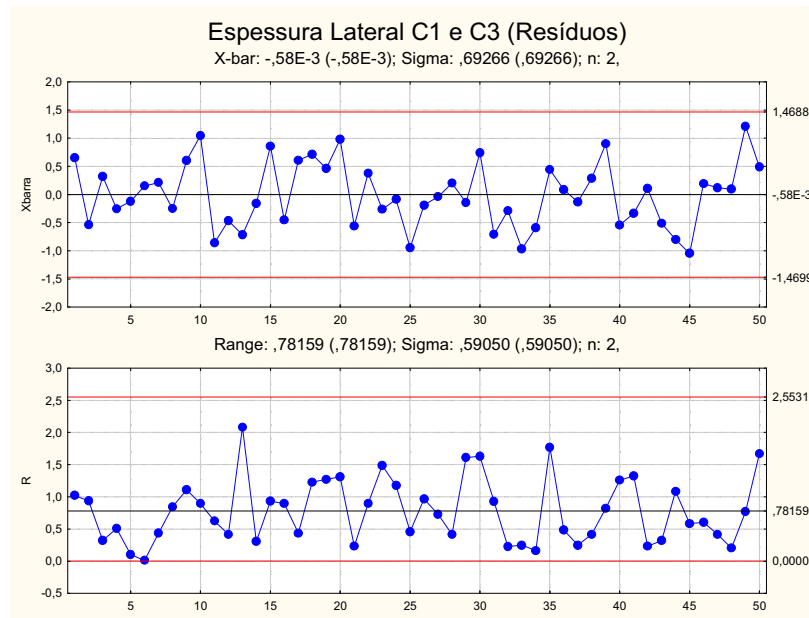


Figura 5.13 Carta de Controlo  $\bar{\bar{x}} - R$  dos resíduos da característica Espessura Lateral C1 e C3

Analisando as cartas de controlo verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios. O processo está sob controlo estatístico.

A Normalidade dos resíduos é depreendida pela aplicação dos testes Qui-Quadrado ( $p > 0,05$ , para  $\alpha = 5\%$ ) e Kolmogorov-Smirnov ( $d < D_{\text{Crítico}} = 0,0886$ ;  $D_{\text{Crítico}} = 0,886/\sqrt{N}$ , para  $\alpha = 5\%$ ). Na Figura 5.14 está representado o histograma com os valores dos dois testes referidos.

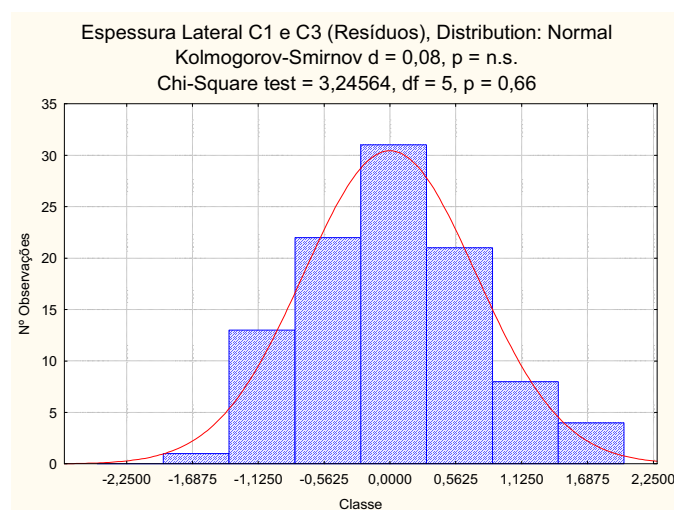


Figura 5.14 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Lateral C1 e C3

Verificada a Normalidade, é necessário garantir a independência dos dados. Como os dados utilizados no estudo são os resíduos, e para o ajuste do modelo *ARIMA* mais adequado foi necessário garantir a independência dos resíduos, esta condição foi verificada em 5.6.1.3.

É relevante salientar que se está perante resíduos que provêm de estimativas distintas. Assim são calculados os parâmetros para os dados da característica Espessura Lateral C1 e Espessura Cabine Lateral C3, e elaborada uma aproximação dos mesmos para o cálculo dos parâmetros da característica Espessura Lateral C1 e C3.

Os parâmetros dos dados, não auto-correlacionados, da característica Espessura Lateral C1, são estimados através de,  $\hat{\mu}_1 = \bar{X}_{C1}$  e  $\hat{\sigma}_1 = \bar{R}/d_2$ , e apresentam-se no Quadro 5.7.

Quadro 5.7 Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C1

$\bar{X}$	$\bar{R}$	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\sigma}_1$
33,672	0,782	33,672	0,6929

Contrariamente, os dados da Espessura Lateral C3 são auto-correlacionados e por isso a estimativa dos parâmetros é realizada com base nos parâmetros do modelo *AR*(1) através de,  $\hat{\mu} = \hat{\mu}_{modelo}$ ,  $\hat{\sigma}_\varepsilon = \bar{R}/d_2$  e  $\sigma^2 = \sigma_\varepsilon^2/(1 - \rho_1 \cdot \phi_1)$ . Os valores dos parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C3 apresentam-se no Quadro 5.8.

Quadro 5.8 Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C3

	Modelo			Carta de Controlo	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}_3$	$\phi_2$	$\hat{\rho}_2$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}_3$	$\hat{\sigma}_3$
Estimativa	33,860	0,294	0,294	0,6929	33,860	0,7249

Os parâmetros da característica Espessura Lateral C1 e C3, são estimados a partir dos anteriores recorrendo a  $\hat{\mu}_{processo} = (\hat{\mu}_{C1} + \hat{\mu}_{C3})/2$  e  $\hat{\sigma}_{PP} = (\sigma_1^2 + \sigma_3^2)/2$  variância combinada, e apresentam-se no Quadro 5.9.

Quadro 5.9 Parâmetros referentes à Espessura Lateral C1 e C3

	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}_{processo}$	$\hat{\sigma}_{PP}$
Estimativa	33,766	0,7091

Determinados os parâmetros do processo é possível efectuar o estudo da capacidade do processo. Como se está perante uma característica com *especificação unilateral* do tipo quanto-maior-melhor, o estudo da capacidade é efectuado com base no índice  $C_{pk}$  definido no Capítulo 2 pela equação (2.67). Os resultados do estudo da capacidade são apresentados no Quadro 5.10, e depreende-se da análise do estudo da capacidade que o processo demonstra produzir segundo a sua especificação técnica.

Quadro 5.10 Estudo da capacidade do processo para a Espessura Lateral C1 e C3

	<i>LIE</i>	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
Espessura Lateral C1 e C3	30	33,766	0,7091	1,7703

Os resultados obtidos para as restantes características são apresentados resumidamente no Quadro 5.11.

Quadro 5.11: Resumo da Fase I das cartas tradicionais univariadas aplicadas aos resíduos e análise de capacidade

Características	Cartas de Controlo aplicadas aos resíduos		Análise de Capacidade
	Média	Amplitude	
Espessura Frente C1 e C3	Não existem causas especiais de variação, o processo está sob controlo estatístico		O processo demonstra produzir segundo especificação técnica exigida
Espessura Lateral C1 e C3			
Espessura Frente C2	Não existem causas especiais de variação, o processo está sob controlo estatístico		O processo não demonstra capacidade para produzir segundo a especificação técnica exigida
Espessura Lateral C2			

#### 5.6.1.5 Fase II: Cartas Tradicionais Univariadas

Concluída a Fase I, sucede-se a monitorização do processo denominada como Fase II do SPC. Nesta fase de monitorização, como os dados apresentam auto-correlação significativa, são aplicadas cartas de Shewhart baseadas nos erros de previsão.

Apresenta-se o procedimento da Fase II para a característica Espessura Lateral C1 e C3. No ANEXO VI (VI.1 e VI.2) encontram-se os resultados da Fase II, para as restantes características.

À semelhança da Fase I, são utilizadas as cartas da média e amplitude. No entanto como se está na fase de monitorização, as mesmas são aplicadas aos erros de previsão. As estatísticas a determinar nas cartas enunciadas são apresentadas no Quadro 5.12, com a ressalva que nessas equações,  $e_t$  representa o erro de previsão no instante  $t$  e não o resíduo. São também enunciados no Quadro 5.12 os limites das cartas  $\bar{e} - R$  baseadas nos erros de previsão.

Quadro 5.12: Estatísticas e Limites de Controlo das cartas  $\bar{e} - R$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		LIC	LC	LSC
Média ( $\bar{e}$ )	$\bar{e}_t = \sum_{i=1}^2 (e_{1\tau}(T) + e_{3\tau}(T)) / 2$	$-A\sigma_{ep}$	0	$A\sigma_{ep}$
Amplitude ( $R$ )	$R_t = \max(e_{1\tau}(T), e_{3\tau}(T)) - \min(e_{1\tau}(T), e_{3\tau}(T))$	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$e_{1\tau}(T) = X_{1_{T+\tau}} - \hat{\mu}_1 \quad (5.1)$$

$$e_{3\tau}(T) = X_{3_{T+\tau}} - \hat{X}_{3_{T+\tau}}(T) \quad (5.2)$$

$$\hat{X}_{3_{T+\tau}}(T) = \xi + \phi_1 \cdot X_{3_{T+\tau-1}}(T) \text{ ; para um modelo AR(1)} \quad (5.3)$$

$$\Psi_{3_j}^2 = \phi_1^j \text{ ; para um modelo AR(1)} \quad (5.4)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (5.5)$$

$$\sigma_{ep} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sqrt{\sigma_{3\tau}^2}}{2} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sqrt{Var(e_\tau(T))}}{2} = \frac{\sigma_{1\tau}^2 + \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \Psi_j^2}}{2} \quad (5.6)$$

; onde  $\sigma_{1\tau}^2$  representa a variância obtida na Fase I para a característica Espessura Lateral C1

Para as cartas  $\bar{e} - R$  o cálculo da estatística é baseado nos erros de previsão das características Espessura Lateral C1 e da Espessura Lateral C3, que são calculados de forma distinta devido ao facto de uma ser auto-correlacionada e a outra não ser, como foi indicado em 5.6.2.2. Para o cálculo dos erros de previsão da característica Espessura Lateral C1, é utilizada a equação (5.1). O cálculo dos erros de previsão da característica Espessura Lateral C3, é baseado no modelo  $AR(1)$  e é dado pela equação (5.2), onde o valor esperado é dado pela equação (5.3).

Na Figura 5.15 e Figura 5.16, apresentam-se as cartas da Média ( $\bar{e}$ ) e Amplitude ( $R$ ) referentes à característica Espessura Lateral C1 e C3.

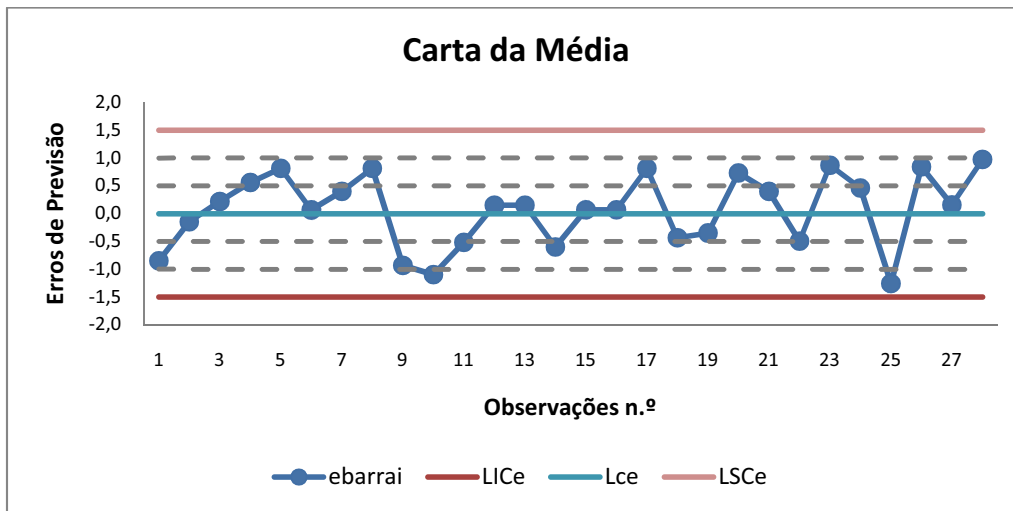


Figura 5.15 Carta de controlo da média para a característica Espessura Lateral C1 e C3

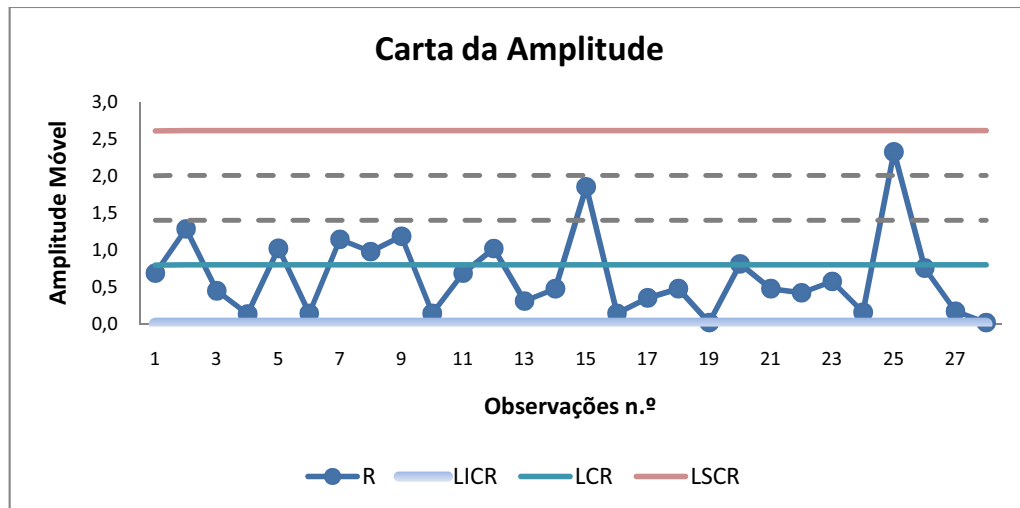


Figura 5.16 Carta de controlo da amplitude para a característica Espessura Lateral C1 e C3

Como se pode verificar pela Figura 5.15 e pela Figura 5.16, constata-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação relativamente à característica Espessura Lateral C1 e C3. O resultado obtido para as restantes características apresenta-se no Quadro 5.13.

Quadro 5.13 Resumo da Fase II das cartas tradicionais univariadas aplicadas aos erros de previsão das características Espessura Frente C1 e C3 e Espessura Lateral C1 e C3

Características	Cartas de Controlo aplicadas aos erros de previsão	
	Média	Amplitude
Espessura Frente C1 e C3	Não existe causas especiais de variação	
Espessura Lateral C1 e C3		

## 5.6.2 Temperatura da Cataforese

### 5.6.2.1 Metodologia de Aplicação

A característica Temperatura da Cataforese, será analisada através das metodologias desenvolvidas por Walter Shewhart, abordados no Capítulo 2, respeitantes ao Controlo estatístico do processo.

Embora o número de dados disponíveis não seja suficientemente grande como o esperado, devido às condições referidas 5.3, o estudo prossegue com os dados disponíveis e segue o seguinte procedimento:

#### a) Estudo Univariado

##### ▪ Fase 1

- Elaborar cartas de controlo  $\bar{x}$  – MR aplicadas aos resíduos;
- Analisar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
- Verificar a Normalidade dos dados;
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

##### ▪ Fase 2

- Construir cartas de controlo  $\bar{x}$  – MR aplicadas aos erros de previsão;
- Monitorizar o processo.

### 5.6.2.2 Verificação da Auto-Correlação dos Dados

Para o estudo da verificação da existência de auto-correlação dos dados são recolhidas 50 amostras de dimensão 1, da característica Temperatura da Cataforese. A verificação da existência de auto-correlação dos dados pode ser realizada através do software “*Statistica*”, elaborando a *FACE* e *FACPE* para as 50 amostras recolhidas. Os dados utilizados para o procedimento anteriormente descrito encontram-se no Anexo IV.2 (IV.2.7).

Analisando a Figura 5.17 e Figura 5.18, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado para o “lag” 1 (0,471) não pertence ao seu intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

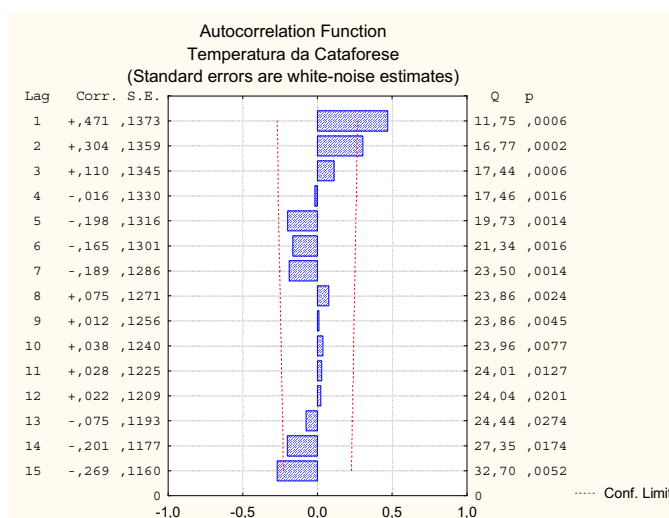


Figura 5.17 *FACE* referente à característica Temperatura da Cataforese

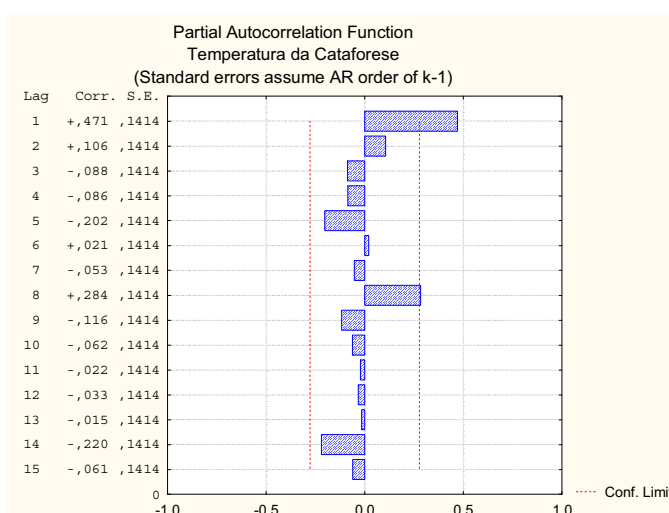


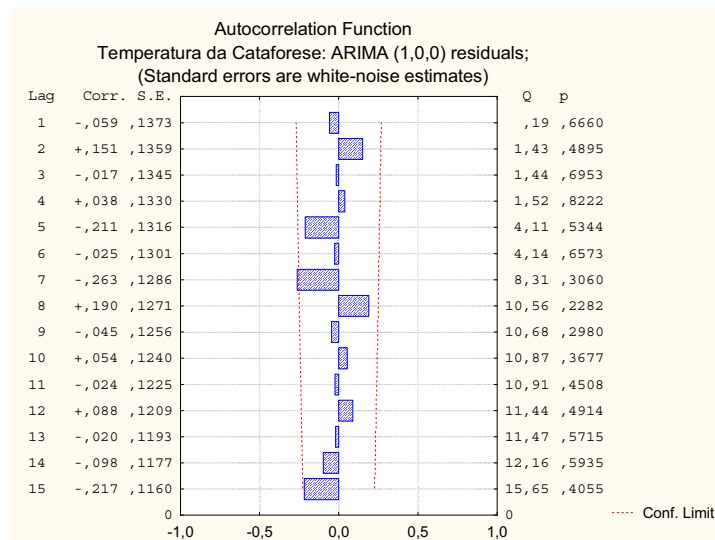
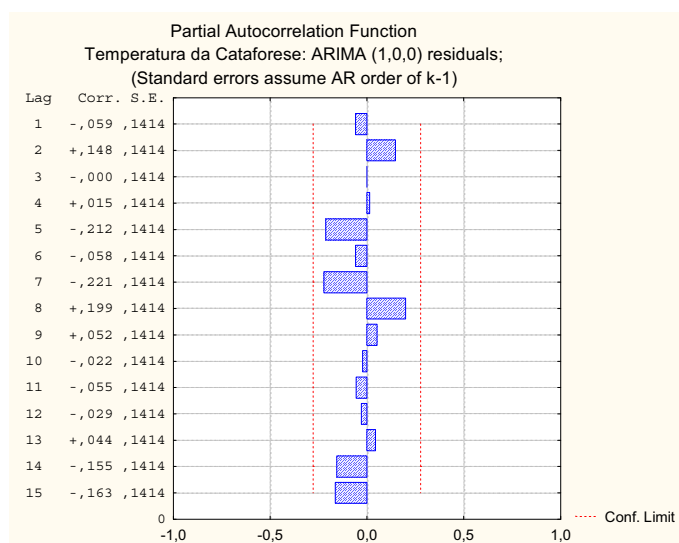
Figura 5.18: *FACPE* referente à característica Temperatura da Cataforese

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “*Statistica*”, e os resultados encontram-se no Quadro 5.14.

Quadro 5.14 Parâmetros do modelo  $AR(1)$  referentes à característica Temperatura da Cataforese

Temperatura da Cataforese						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 0,06287						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	32,44339	0,069275	468,3293	0,000000	32,30410	32,58268
$\phi_1$	0,49732	0,131175	3,7913	0,000419	0,23358	0,76107

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentada na Figura 5.19 e na Figura 5.20.

Figura 5.19: *FACE* dos resíduos referente à Temperatura da CataforeseFigura 5.20: *FACPE* dos resíduos referente à característica Temperatura da Cataforese

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Temperatura da Cataforese, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

### 5.6.2.3 Fase I: Cartas *e* – *MR* Univariadas e Análise de Capacidade

Uma vez verificada a auto-correlação dos dados procede-se à Fase I do controlo estatístico, realizada a partir das 50 amostras utilizadas no estudo de auto-correlação. Na Fase I do *SPC* para a característica Temperatura da Cataforese, elaboram-se cartas de controlo *e* – *MR* aplicadas aos resíduos. Os dados utilizados no procedimento a seguir descrito encontram-se no ANEXO V (V.5).

Devido à existência de auto-correlação, os pontos que não pertencem ao intervalo definido pelos limites de controlo ou que verifiquem a existência de padrões não aleatórios, são substituídos pelos valores esperados para esses instantes.

Verificada a estabilidade do processo, é verificada a Normalidade dos resíduos, estimados os parâmetros, e posteriormente analisada a capacidade do processo. A análise de capacidade será realizada através dos índices de capacidade  $C_p$  e  $C_{pk}$ , uma vez que a especificação é *bilateral*.

As cartas de controlo dos resíduos da característica Temperatura da Cataforese são apresentadas na Figura 5.21.

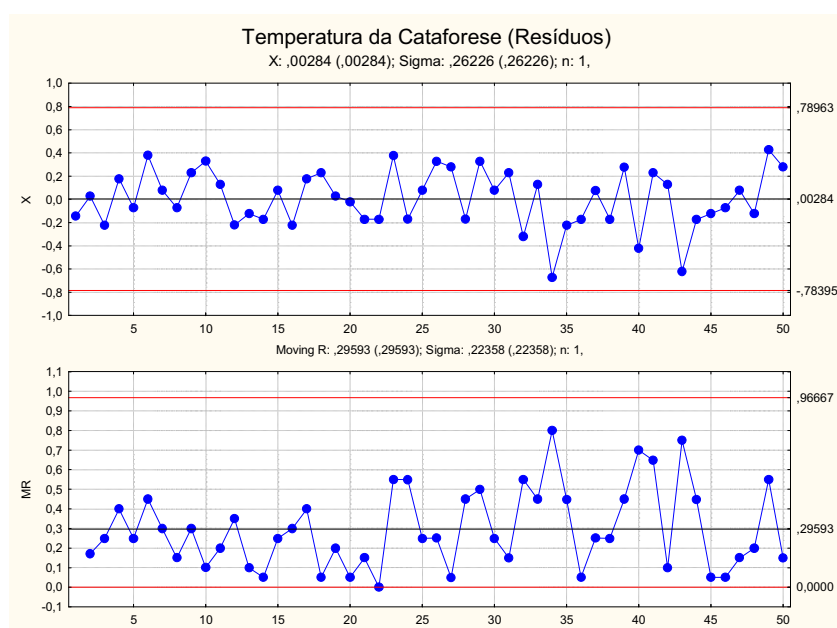


Figura 5.21 Carta de Controlo *e* – *MR* dos Resíduos da característica Temperatura da Cataforese

Analisando as cartas anteriores, verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios. O processo está sob controlo estatístico.

A Normalidade dos resíduos é verificada pela aplicação dos testes Qui-Quadrado ( $p > 0,05$ , para  $\alpha = 5\%$ ) e Kolmogorov-Smirnov ( $d < D_{Crítico} = 0,125$ ;  $D_{Crítico} = 0,886/\sqrt{N}$ , para  $\alpha = 5\%$ ). Na Figura 5.22 está representado o histograma com os valores dos dois testes referidos.



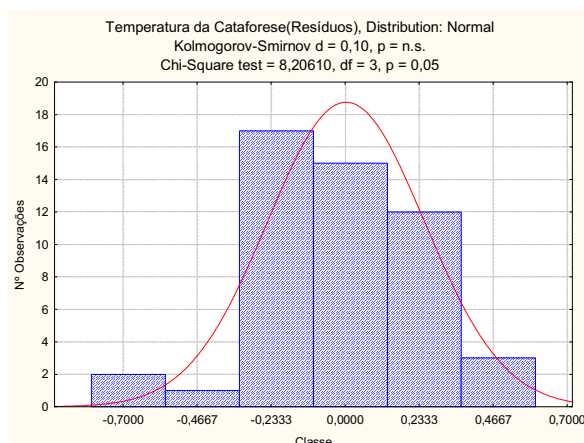


Figura 5.22 Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura da Cataforese

Verificada a Normalidade, é necessário garantir a independência dos dados. Como os dados utilizados no estudo são os resíduos, e para o ajuste do modelo *ARIMA* mais adequado foi necessário garantir a independência dos resíduos, esta condição foi anteriormente verificada no ponto 5.6.2.2.

Averiguada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Temperatura da Cataforese, calculados com base no modelo *AR*(1) e apresentados no Quadro 5.15.

Quadro 5.15 Parâmetros referentes à característica Temperatura da Cataforese

	Modelo			Carta de Controlo	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\phi_1$	$\hat{\rho}_1$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	32,443	0,497	0,471	0,2624	32,443	0,2998

Determinados os parâmetros do processo é possível proceder-se ao estudo da capacidade do processo. Como se está perante uma característica com *especificação bilateral*, o estudo da capacidade é efectuado com base no índice  $C_p$  e  $C_{pk}$ , definidos respectivamente pela equação (2.65) e (2.66). O estudo da capacidade é apresentado no Quadro 5.16.

Quadro 5.16 Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura da Cataforese

	LIE	LSE	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_p$	$C_{pk}$	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Temperatura da Cataforese	30	34	32,443	0,2998	2,2239	1,7309	2,7170	1,7309

Conclui-se da análise do estudo da capacidade que o processo demonstra produzir segundo a respectiva especificação técnica exigida. Como se está perante uma *especificação bilateral*, é necessário avaliar se o processo está centrado. Para tal constatação aplica-se o método empírico apresentado no Quadro 5.17, através do qual se verifica que o processo não está centrado na ordem dos 57%. Isto significa que os limites de especificação inferior e superior estão situados, respectivamente, a  $8,149.\sigma$  e  $5,193.\sigma$  da média do processo, em vez de se situarem a distâncias muito equivalentes. Embora o processo não se encontre centrado, o estudo irá prosseguir para a Fase II do *SPC*.

Quadro 5.17: Método empírico para a característica Temperatura da Cataforese

$\Delta C_{pk}$	$(\Delta C_{pk}/C_{pk})\%$	Critério de Aceitação
0,9861	57%	$\leq 10\%$

#### 5.6.2.4 Fase II: Cartas $e - MR$ Univariadas

Finalizada a Fase I do SPC, sucede-se a monitorização do processo denominada como Fase II. Nesta fase de monitorização vão ser utilizadas as cartas de Shewhart baseadas nos erros de previsão. Os dados referentes à respectiva análise podem ser consultados no Anexo VI (VI.3).

À semelhança da Fase I, são utilizadas as cartas da média e amplitude móvel. As estatísticas a determinar nas cartas enunciadas são apresentadas no Quadro 5.18, onde  $e_t$  representa o erro de previsão no instante  $t$  e não o residuo. São também apresentados no Quadro 5.18 os limites das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão.

Quadro 5.18 Estatísticas e Limites de Controlo das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		LIC	LC	LSC
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_t(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( $MR$ )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = \xi + \phi_1 \cdot \hat{X}_{T+\tau-1}(T) \text{ ; para um modelo AR}(1) \quad (5.7)$$

$$\Psi_j = \phi_1^j \text{ ; para um modelo AR}(1) \quad (5.8)$$

$$\hat{\sigma}_e = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (5.9)$$

Na Figura 5.23 e na Figura 5.24, apresentam-se as cartas dos Erros de Previsão ( $e$ ) e Amplitudes Móveis ( $MR$ ) referentes à característica Temperatura da Cataforese.

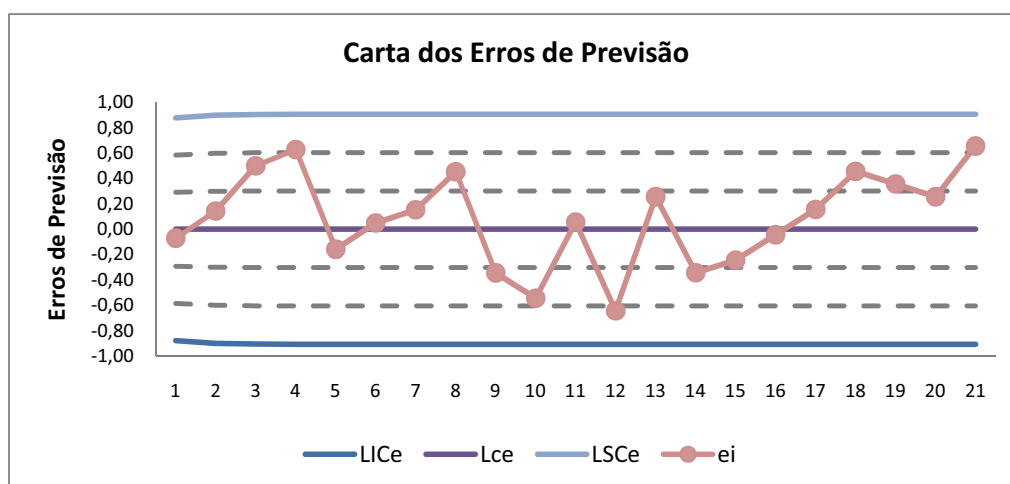


Figura 5.23 Carta dos Erros de Previsão para a característica Temperatura da Cataforese

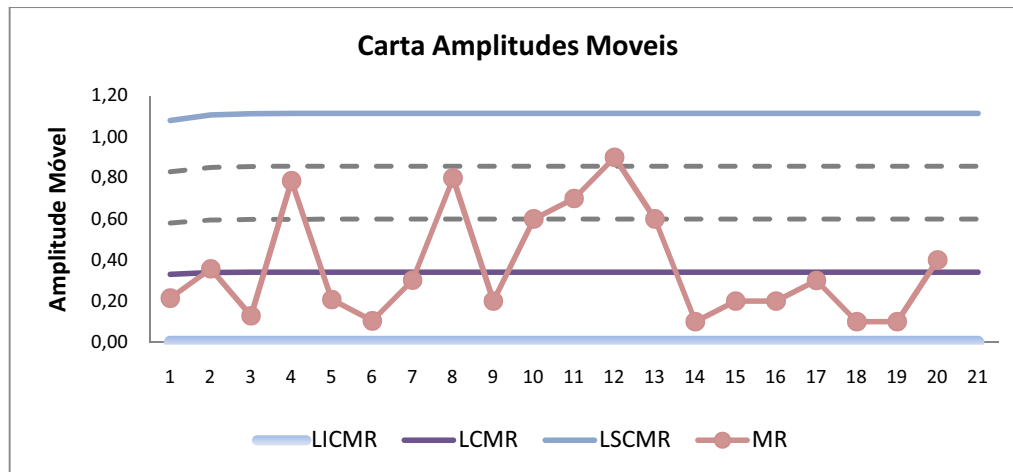


Figura 5.24 Carta de controlo das Amplitudes Móveis para a característica Temperatura da Cataforese

Como se pode verificar pela Figura 5.23 e pela Figura 5.24, constata-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação relativamente à característica Temperatura da Cataforese.

## 5.7 Análise de Dados da Linha de Pintura

### 5.7.1 Espessura Total

#### 5.7.1.1 Metodologia de Aplicação

O estudo realizado para a característica Espessura Total será baseado nos trabalhos desenvolvidos por Walter Shewhart abordados no Capítulo 2. Apesar de o número de dados disponíveis não ser suficientemente grande como o esperado, devido às condições referidas 5.3, o estudo procede com os dados disponíveis e adopta o seguinte procedimento:

##### a) Estudo Preliminar

- Avaliação das diferenças da Espessura Total, quanto aos lados e frentes das cabines, pintadas por dois robôs distintos. Para tal avaliação aplicam-se os seguintes métodos estatísticos:
  - Teste da média através de Análise de variância (ANOVA);
  - Teste à variância (teste Bartlett);
- Verificação da existência de auto-correlação dos dados através da *FACE* e *FACPE*;
- Modelar, através do modelo *ARIMA*, os dados auto-correlacionados.

##### b) Estudo Univariado

- Fase I
  - Elaborar cartas de controlo  $\bar{x}$  –  $MR$  aplicadas aos resíduos;
  - Verificar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
  - Verificar a Normalidade dos dados;
  - Estimar os parâmetros do processo;
  - Analisar a capacidade do processo.
- Fase II
  - Construir cartas de controlo  $\bar{x}$  –  $MR$  aplicadas aos erros de previsão;
  - Monitorizar o processo.

### 5.7.1.2 Definição da Característica

Como foi mencionado em 5.5.2, numa primeira fase existe interesse em aferir se a pintura dos robôs é uniforme. Para tal realiza-se um estudo preliminar para avaliar se existem diferenças significativas nos diferentes lados das cabines (Frente, Lado Direito e Lado Esquerdo).

O estudo preliminar avalia a média através da análise de variância, e a variância através do teste de Bartlett. É necessário verificarem-se os pressupostos da Análise de Variância, Normalidade dos resíduos, independência dos resíduos e homogeneidade da variância.

Os cálculos foram elaborados no Software Excel, com base na metodologia apresentada no Capítulo 2. Os dados do estudo e respectiva verificação de pressupostos, encontram-se no ANEXO VII(VII.1). Apresentam-se os resultados e conclusões alcançadas no Quadro 5.19.

Quadro 5.19 Análise relativa aos lados das cabines para a característica Temperatura da Cataforese

Espessura Total	Teste à média	Teste à Variância
Frente vs Lado Direito vs Lado Esquerdo	Os lados e frente das cabines não apresentam diferenças significativas quanto à característica Espessura Total.	Não existem diferenças significativas entre as variâncias dos diferentes lados e frente das cabines quanto à característica Espessura Total.

A análise apresentada no Quadro 5.19, permitiu verificar que o comportamento dos dois robôs não apresenta diferenças significativas.

### 5.7.1.3 Verificação da Auto-Correlação dos Dados

Para o estudo da verificação da existência de auto-correlação dos dados são recolhidas 70 amostras de dimensão 1, da característica Espessura Total. A verificação da existência de auto-correlação dos dados pode ser realizada através do software “Statistica”, elaborando a *FACE* e *FACPE* para as 70 amostras recolhidas. Os dados utilizados para a verificação da existência de auto-correlação dos dados da Espessura Total encontram-se no ANEXO VII.2(VII.2.1).

Através da Figura 5.25 e da Figura 5.26, conclui-se que existe auto-correlação significativa dos dados, uma vez que o coeficiente de auto-correlação estimado para o “lag” 1 (0,674) não pertence ao seu intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

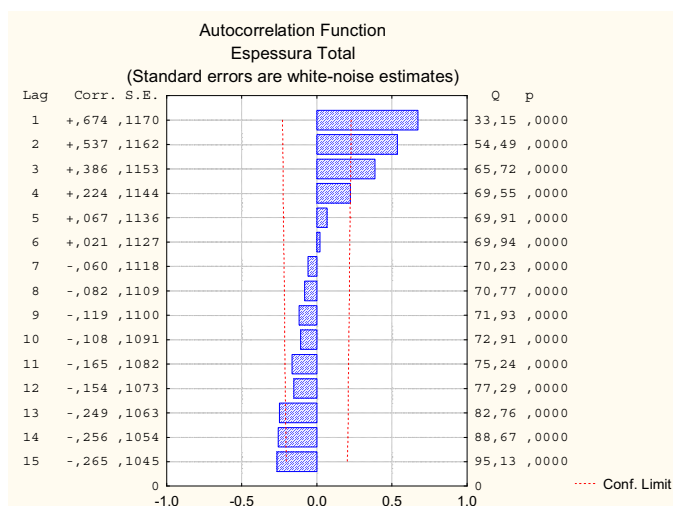


Figura 5.25 FACE referente à característica Espessura Total

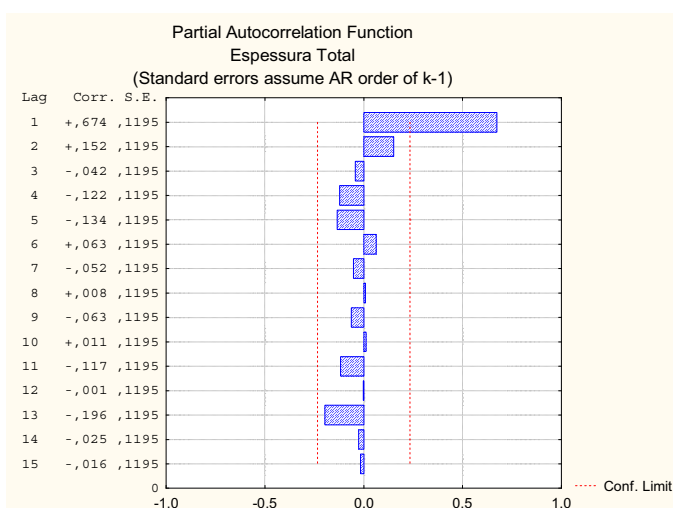


Figura 5.26 FACPE referente à característica Espessura Total

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e encontram-se no Quadro 5.20.

Quadro 5.20 Parâmetros do modelo  $AR(1)$  referentes à característica Espessura Total

Espessura Total						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 2,0670						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	82,04491	0,509599	160,9990	0,000000	81,02802	83,06180
$\phi_1$	0,67634	0,090994	7,4328	0,000000	0,49476	0,85792

Uma vez realizada a modelação do processo, é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da FACE e FACPE dos resíduos apresentadas na Figura 5.27 e na Figura 5.28.

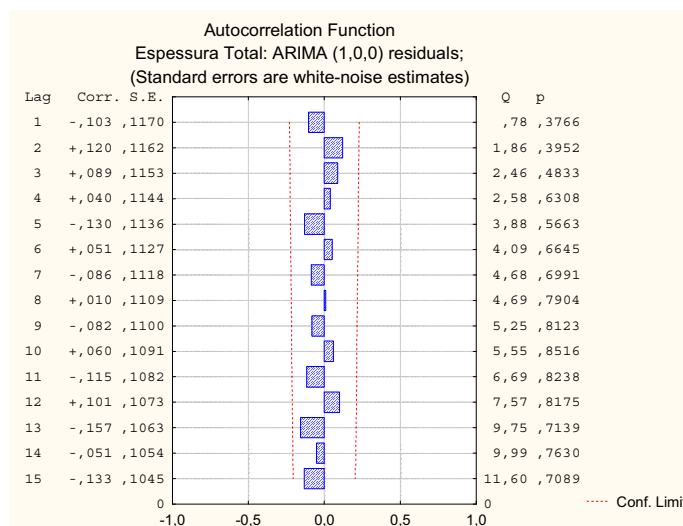


Figura 5.27 FACE dos resíduos referente à característica Espessura Total

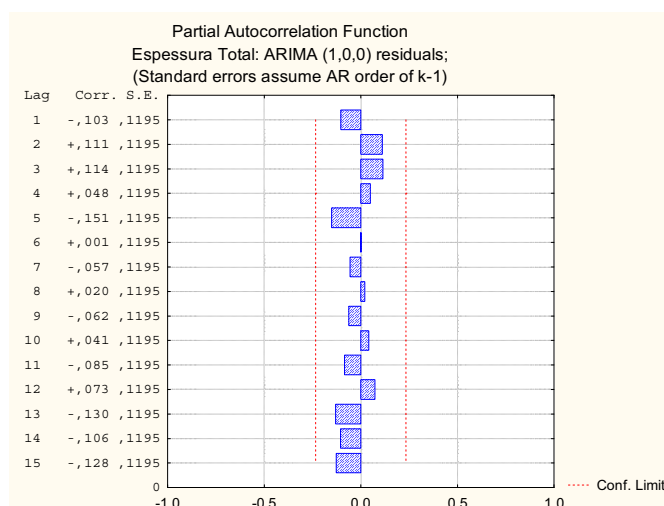


Figura 5.28 FACPE dos resíduos referente à característica Espessura Total

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Espessura Total, observa-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

#### 5.7.1.4 Fase I: Cartas *e* – *MR* Univariadas

Recorrendo aos 70 valores utilizados para o estudo de auto-correlação, elaboram-se as cartas de controle *e* – *MR* aplicadas aos resíduos correspondentes à Fase I do Controle Estatístico. Devido à existência de auto-correlação, os pontos que não pertencem ao intervalo definido pelos limites de controle ou que verifiquem a existência de padrões não aleatórios, são substituídos pelos valores esperados para esses instantes.

Verificada a estabilidade do processo, é verificada a Normalidade dos resíduos, estimados os parâmetros, e posteriormente é analisada a capacidade do processo. A análise de capacidade será realizada através do índice de capacidade  $C_{pk}$ , uma vez que se está perante uma característica de *especificação unilateral*.

A carta de controlo  $e - MR$  aplicada aos resíduos, para a característica Espessura Total pode ser observada na Figura 5.29.

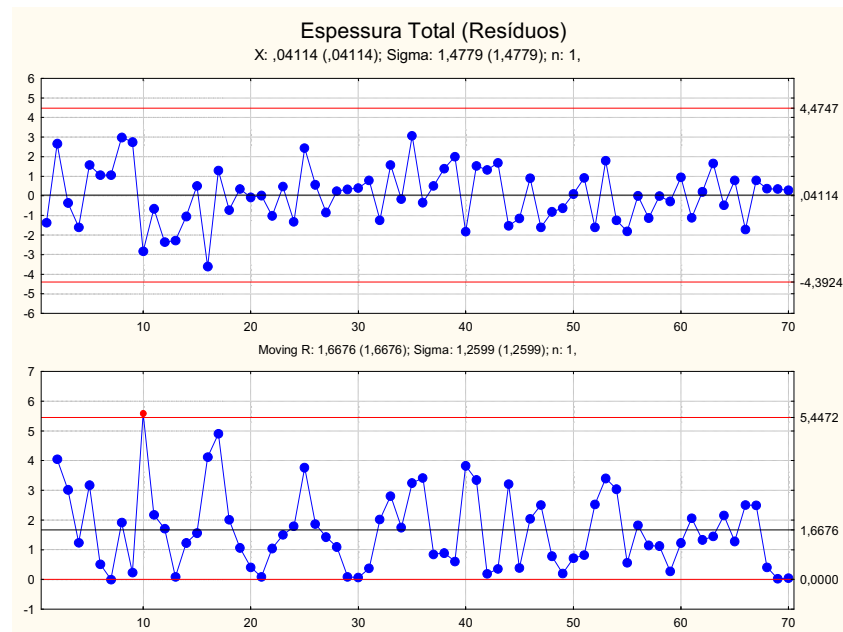


Figura 5.29 Carta de Controlo  $e - MR$  dos resíduos da característica Espessura Total

Na figura anterior, verifica-se que o ponto 10 constitui uma causa especial de variação, uma vez que o ponto ultrapassa o limite de controlo na carta  $MR$ . Este ponto é substituído pelo valor esperado para esse instante, e é refeito o ajuste do modelo  $ARIMA$  mais adequado. Posteriormente constrói-se a carta  $e - MR$  dos resíduos revistos, apresentada na Figura 5.30 e de acordo com o descrito no Anexo VIII (VIII.1).

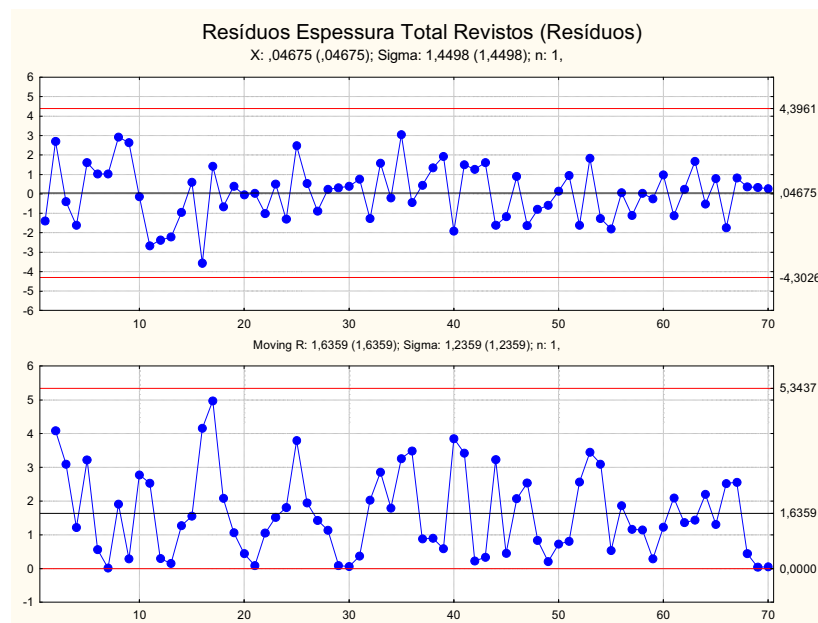


Figura 5.30 Carta de Controlo  $e - MR$  dos resíduos Revistos da característica Espessura Total

Analisando a carta de controlo revista verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios. O processo está sob controlo estatístico. Resultam desta análise novos parâmetros do modelo, representados no Quadro 5.21.

Quadro 5.21 Parâmetros do modelo  $AR(1)$  referentes à característica Espessura Total Revista

Espessura do Esmalte Revisto Transformação: Não Modelo (1,0,0) MS Residual = 2,0374						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	82,05809	0,545145	150,5252	0,000000	80,97027	83,14591
$\phi_1$	0,70168	0,088346	7,9424	0,000000	0,52538	0,87797

A Normalidade dos resíduos é depreendida pela aplicação dos testes Qui-Quadrado ( $p > 0,05$ , para  $\alpha = 5\%$ ) e Kolmogorov-Smirnov ( $d < D_{Crítico} = 0,106$ ;  $D_{Crítico} = 0,886/\sqrt{N}$ , para  $\alpha = 5\%$ ). Na Figura 5.31 está representado o histograma com os valores dos dois testes referidos.

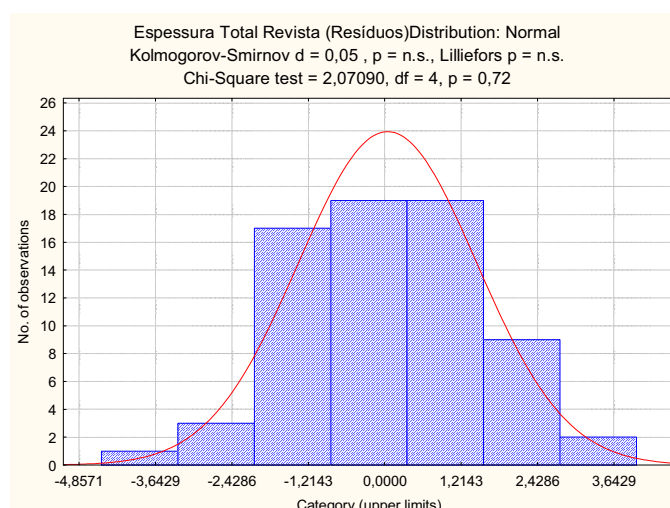


Figura 5.31 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Total revista (resíduos)

Verificada a Normalidade, é necessário garantir a independência dos dados. Como os dados utilizados no estudo são os resíduos, e para o ajuste do modelo  $ARIMA$  mais adequado foi necessário garantir a independência dos resíduos, esta condição foi verificada no Anexo VIII.1, através das *FACE* e *FACPE* dos resíduos apresentadas na Figura VIII.5 e na Figura VIII.6. Verificada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Espessura Total, calculados com base no modelo  $AR(1)$  e apresentados no Quadro 5.22.

Quadro 5.22 Parâmetros referentes à característica Espessura Total

Parâmetro	Modelo			Carta de Controle	Processo	
	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$		$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	82,058	0,702	0,699	1,4503	82,058	2,0311

Determinados os parâmetros do processo é possível executar o estudo da capacidade do processo. Como se está perante uma característica com *especificação unilateral*, o estudo da capacidade é efectuado com base no índice e  $C_{pk}$  definido na equação (2.67). O estudo da capacidade é apresentado no Quadro 5.23.



Quadro 5.23 Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Total

	$LIE$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
Espessura Total	70	82,058	2,0311	1,9789

Conclui-se da análise do estudo da capacidade que o processo demonstra produzir segundo a sua especificação técnica.

### 5.7.1.5 Fase II: Cartas $e$ – $MR$ Univariadas

Na fase de monitorização vão ser aplicadas as cartas de Shewhart baseadas nos erros de previsão. No Anexo IX(IX.1), encontra-se os dados do estudo apresentado.

À semelhança da Fase I, são utilizadas as cartas da média e amplitude móvel. As estatísticas a determinar e os limites de controlo das cartas são as enunciadas no Quadro 5.24, onde  $e_t$  representa o erro de previsão no instante  $t$  e não o resíduo.

Quadro 5.24: Estatísticas e Limites de Controlo das cartas  $e$  –  $MR$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		$LIC$	$LC$	$LSC$
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_t(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( $MR$ )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = \xi + \phi_1 \cdot \hat{X}_{T+\tau-1}(T) \quad ; \text{para um modelo AR}(1) \quad (5.10)$$

$$\psi_j = \phi_1^j \quad ; \text{para um modelo AR}(1) \quad (5.11)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (5.12)$$

Na Figura 5.32 e na Figura 5.33, apresentam-se as cartas dos Erros de Previsão ( $e$ ) e Amplitudes Móveis ( $MR$ ) referentes à característica Espessura Total.

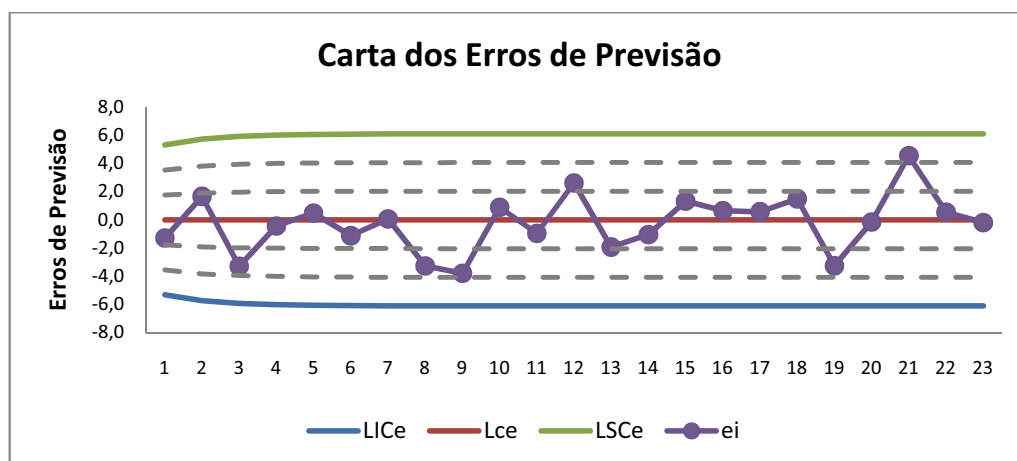


Figura 5.32 Carta cartas dos Erros de Previsão para a característica Espessura Total

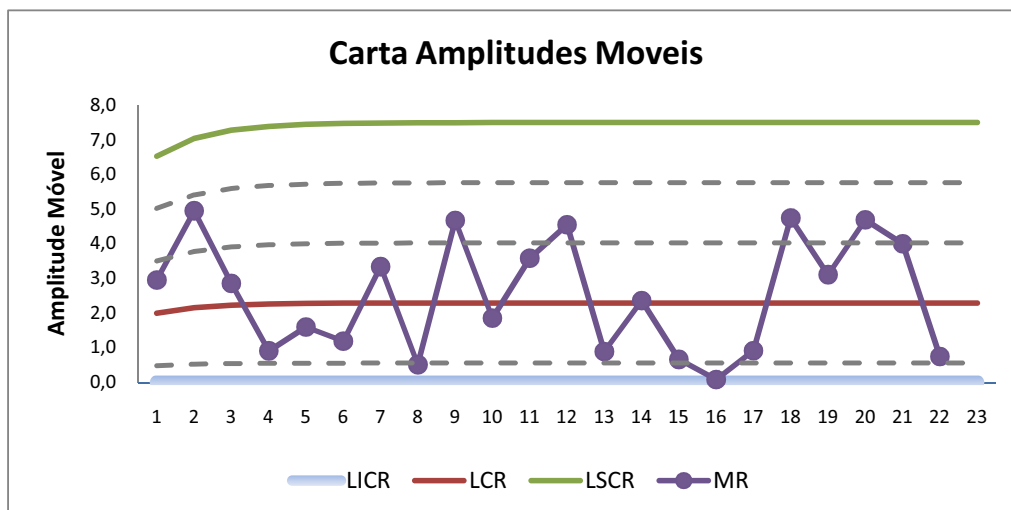


Figura 5.33 Carta de controlo Amplitudes Móveis para a característica Espessura Total

Como se pode verificar pela Figura 5.32 e pela Figura 5.33, constata-se que não ocorre nenhuma causa especial de variação relativamente à característica Espessura Total.

## 5.7.2 Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara

### 5.7.2.1 Metodologia de Aplicação

O estudo realizado para as características Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara, será baseado nos trabalhos desenvolvidos por Walter Shewhart abordados no Capítulo 2.

O estudo de auto-correlação, a Fase I e a Fase II do SPC serão apresentadas para a característica Humidade da Câmara. Para as restantes características, os estudos atrás enunciados são apresentados respectivamente no ANEXO VIII (VIII.2 e VIII.3) e ANEXO IX (IX.2 e IX.3). O estudo Multivariado será apresentado para as três características da qualidade do produto em estudo, podendo ser consultados os dados que permitiram a sua realização no ANEXO X.

Embora o número de dados disponíveis não seja suficientemente grande, como era espectável, devido às condições referidas 5.3, o estudo prossegue com os dados disponíveis e segue o seguinte procedimento:

- a) Estudo Preliminar
  - Verificação da existência de auto-correlação dos dados através da *FACE* e *FACPE*;
  - Modelar, através do modelo *ARIMA*, os dados auto-correlacionados.
- b) Estudo Univariado
  - Fase 1
    - Elaborar cartas de controlo  $\bar{x}$  – *MR* aplicadas aos resíduos;
    - Verificar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
    - Verificar a Normalidade dos dados;
    - Estimar os parâmetros do processo;
    - Analisar a capacidade do processo.
  - Fase 2
    - Construir cartas de controlo  $\bar{x}$  – *MR* aplicadas aos erros de previsão;

- Monitorizar o processo.

c) Estudo Multivariado

▪ Fase 1

- Construir uma carta  $T^2$  para as três características, aplicada aos resíduos;
- Verificar se o processo se encontra sob controlo estatístico;
- Estimar os parâmetros do processo;
- Analisar a capacidade do processo.

▪ Fase 2

- Construir uma carta  $T^2$  para as três características, aplicada aos erros de previsão;
- Monitorizar o processo.

### 5.7.2.2 Verificação da Auto-Correlação dos Dados

Para o estudo da verificação da existência de auto-correlação dos dados são recolhidas 80 amostras de dimensão 1, da característica Humidade da Câmara. A verificação da existência de auto-correlação dos dados pode ser realizada através do software “Statistica”, elaborando a *FACE* e *FACPE* para as 80 amostras recolhidas. O estudo da verificação da existência de auto-correlação, realizado para a característica Humidade da Câmara e para as restantes características encontra-se no ANEXO VII.2 (VII.2.2, VII.2.3).

Observando Figura 5.34 e a Figura 5.35, conclui-se que existe auto-correlação significativa dos dados, uma vez que o coeficiente de auto-correlação estimado para o “lag” 1 (0,381) não pertence ao seu intervalo de confiança. Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *MA*(1).

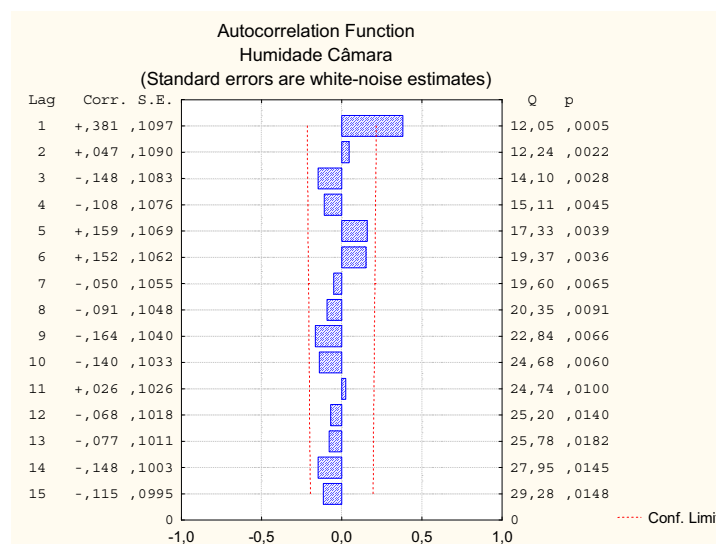


Figura 5.34 *FACE* referente à característica Humidade da Câmara

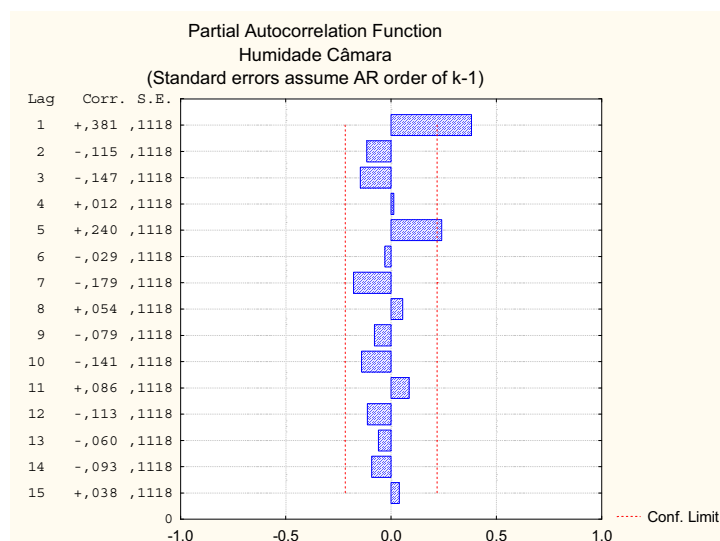


Figura 5.35 *FACPE* referente à característica Humidade da Câmara

Os valores dos parâmetros do modelo foram obtidos através do software “Statística” e encontram-se no Quadro 5.25.

Quadro 5.25 Parâmetros do modelo *MA(1)* referentes à característica Humidade da Câmara

Humidade da Câmara						
Transformação: Não						
Modelo (0,0,1) MS Residual = 0,13981						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	59,73281	0,057394	1040,755	0,000000	59,61854	59,84707
$\theta_1$	-0,36946	0,096750	-3,819	0,000268	-0,56208	-0,17685

A independência dos resíduos é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura 5.36 e na Figura 5.37.

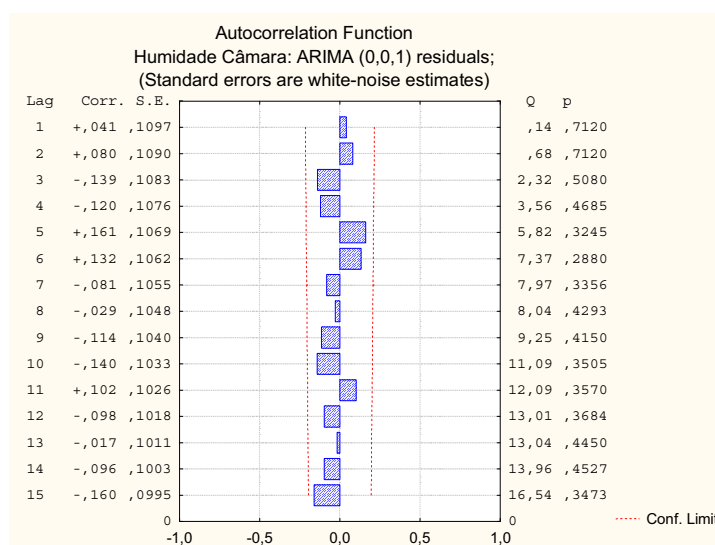
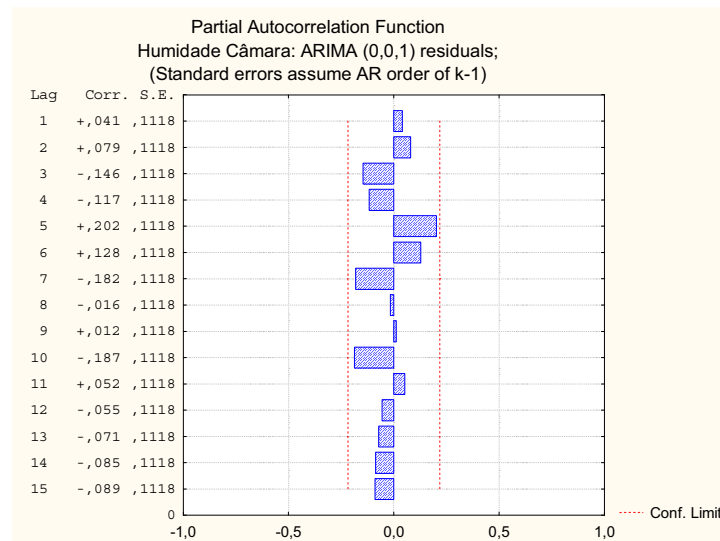


Figura 5.36: *FACE* dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara

Figura 5.37: *FACPE* dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a Humidade da Câmara, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

O procedimento realizado para as restantes características, foi idêntico ao anteriormente descrito e os resultados obtidos para as restantes características, são apresentados resumidamente no Quadro 5.26.

Quadro 5.26: Resumo da verificação da existência de auto-correlação das características Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara

Característica	Modelo	Coeficiente de Correlação de desfasamento estimado		Parâmetros do Modelo estimados	
Temperatura de Aplicação	MA(2)	$\hat{\rho}_1$	0,453	$\theta_1$	-0,411
		$\hat{\rho}_2$	0,221	$\theta_2$	-0,281
Temperatura da Câmara	AR(1)	$\hat{\rho}_1$	0,476	$\phi_1$	0,477
Humidade da Câmara	MA(1)	$\hat{\rho}_1$	0,381	$\theta_1$	-0,369

### 5.7.2.3 Fase I: Cartas $e - MR$ Univariadas

Verificada a auto-correlação dos dados, elaboram-se as cartas de controlo  $e - MR$  aplicadas aos resíduos correspondentes à Fase I do Controlo Estatístico. Caso se denotem causas especiais de variação, estas não devem ser eliminadas, mas sim substituídas pelos valores esperados nesse instante.

Com o processo estável, é verificada a Normalidade dos resíduos, estimados os parâmetros, e posteriormente é analisada a capacidade do processo. A análise de

capacidade será realizada através do índice de capacidade  $C_p$  e  $C_{pk}$ , uma vez que se está perante uma característica com *especificação bilateral*.

Apresenta-se o procedimento anteriormente descrito para a característica Humidade da Câmara. No ANEXO VIII(VIII.2, VIII.3) encontra-se o estudo da Fase I e análise de capacidade, elaborados para as restantes características. A carta de controlo  $e - MR$  dos resíduos da Humidade da Câmara pode ser observada na Figura 5.38.

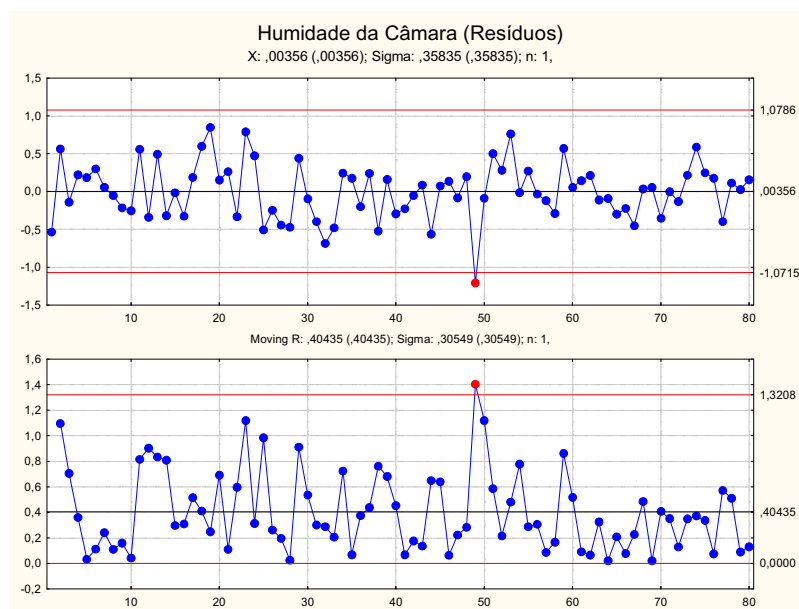


Figura 5.38 Carta de Controlo  $e - MR$  dos resíduos da característica Humidade da Câmara

Analisando a Figura 5.38 verifica-se que existe um ponto fora dos limites de controlo, o ponto nº 49, tanto na carta  $e$ , como na Carta  $MR$ . Como se está perante cartas tradicionais para controlo de resíduos, o ponto é substituído pelo valor esperado para esse instante. É calculado o valor esperado, ajustado o melhor modelo *ARIMA* e calculada a carta de controlo  $e - MR$  revista, como podemos observar na Figura 5.39.

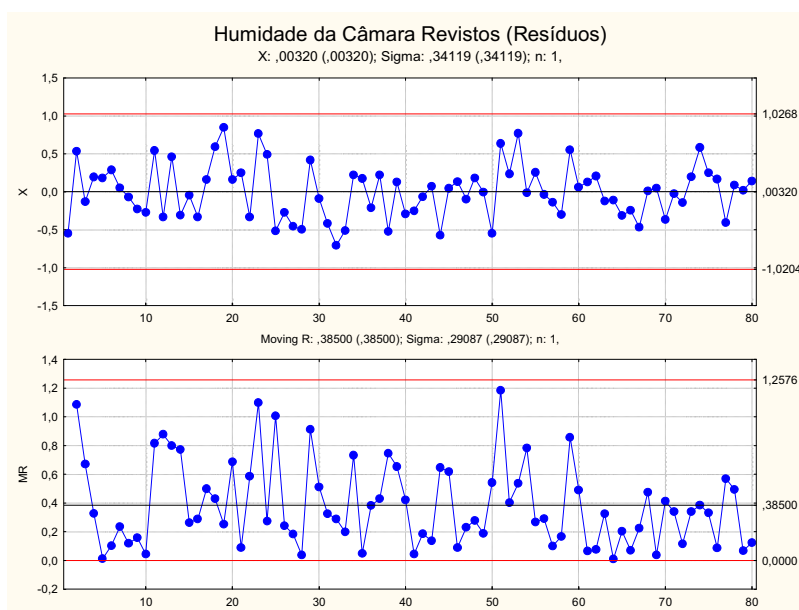


Figura 5.39 Carta de Controlo  $e - MR$  dos resíduos revistos da característica Humidade da Câmara

A Normalidade dos resíduos é deduzida pela aplicação dos testes Qui-Quadrado ( $p > 0,05$ , para  $\alpha = 5\%$ ) e Kolmogorov-Smirnov ( $d < D_{\text{crítico}} = 0,099$ ;  $D_{\text{crítico}} = 0,886/\sqrt{N}$ , para  $\alpha = 5\%$ ). Na Figura 5.40 está representado o histograma com os valores dos dois testes referidos.

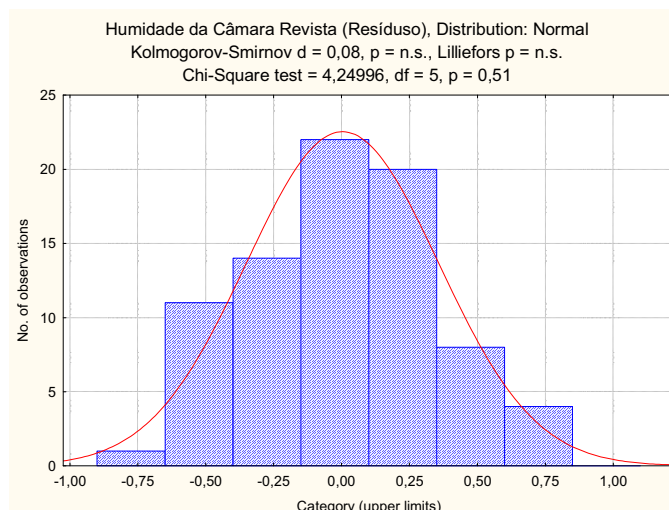


Figura 5.40 Verificação da Normalidade dos dados da característica Humidade da Câmara revista (resíduos)

Verificada a Normalidade, é necessário garantir a independência dos dados. Como os dados utilizados no estudo são os resíduos, e para o ajuste do modelo *ARIMA* mais adequado foi necessário garantir a independência dos resíduos, esta condição foi verificada no Anexo VIII.4, através das *FACE* e *FACPE* dos resíduos apresentadas nas Figura VIII.16 e VIII.17.

Verificada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Humidade da Câmara, calculados com base no modelo *MA(1)*, que são apresentados no Quadro 5.27.

Quadro 5.27 Parâmetros referentes à característica Humidade da Câmara revista

	Modelo		Carta de Controlo	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\theta_1$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	59,748	-0,340	0,3413	59,748	0,3605

Determinados os parâmetros do processo é possível executar o estudo da capacidade do processo. Como se está perante uma característica com *especificação bilateral*, o estudo da capacidade é efectuado com base no índice  $C_p$  e  $C_{pk}$ , apresentado no Quadro 5.28.

Quadro 5.28 Estudo da capacidade do processo para a característica Humidade da Câmara revista

	<i>LIE</i>	<i>LSE</i>	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_p$	$C_{pk}$	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Humidade da Câmara	55	65	59,748	0,3605	4,6230	4,39029	4,3903	4,8557

Conclui-se da análise do estudo da capacidade que o processo demonstra produzir segundo a sua especificação técnica.

Para avaliar se o processo está centrado, aplica-se o método empírico demonstrado no Quadro 5.29. Verifica-se que o processo não está centrado na ordem dos 11%.

Quadro 5.29 Método empírico para a característica Humidade da Câmara

$\Delta C_{PK}$	$(\Delta C_{PK}/C_{pk})\%$	Critério de Aceitação
0,4654	11%	$\leq 10\%$

As conclusões retiradas do estudo da Fase I para as restantes características, realizado no ANEXO VIII (VIII.2, VIII.3), podem ser resumidas no Quadro 5.30.

Quadro 5.30 Fase I: Resumo cartas tradicionais univariadas aplicadas aos resíduos e análise de capacidade para as características Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara

Características	Cartas de Controlo aplicadas aos resíduos		Análise de Capacidade
	Observações	Amplitudes Móveis	
Temperatura de Aplicação	Não existem causas especiais de variação, o processo está sob controlo estatístico		O processo demonstra produzir segundo a especificação técnica, embora não centrado
Humidade da Câmara	O ponto nº49 é uma causa especial de variação. Deve ser substituído pelo valor esperado para esse ponto.		
Temperatura da Câmara	Não existem causas especiais de variação, o processo está sob controlo estatístico		

#### 5.7.2.4 Fase II: Cartas $e - MR$ Univariadas

Finda a Fase I do controlo estatístico, sucede-se a Fase II. Nesta fase de monitorização vão ser aplicadas as cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão.

À semelhança da Fase I, são utilizadas as cartas da média e amplitude móvel. As estatísticas a determinar e os limites de controlo das cartas são as enunciadas no Quadro 5.31, onde  $e_t$  representa o erro de previsão no instante  $t$  e não o resíduo.

Quadro 5.31 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		LIC	LC	LSC
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( MR )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = \mu - \theta_1 \cdot e_{T+\tau-1}(T) \text{ ; para um modelo MA(1)} \quad (5.13)$$

$$\psi_j = -\theta_1^j \text{ ; para um modelo MA(1)} \quad (5.14)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (5.15)$$

$$\sigma_{ep} = \sqrt{Var(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2} \quad (5.16)$$



Na Figura 5.41 e na Figura 5.42, apresentam-se as cartas dos Erros de Previsão ( $e$ ) e Amplitudes Móveis ( $MR$ ) referentes à característica Humidade da Câmara. No Anexo IX, encontram-se os dados do estudo apresentado.

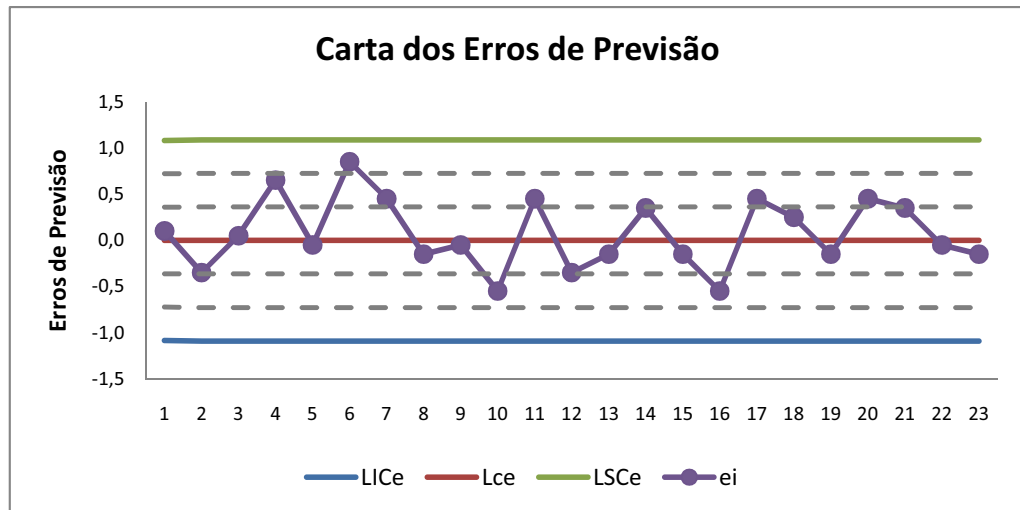


Figura 5.41 Carta dos Erros de Previsão para a característica Humidade da Câmara

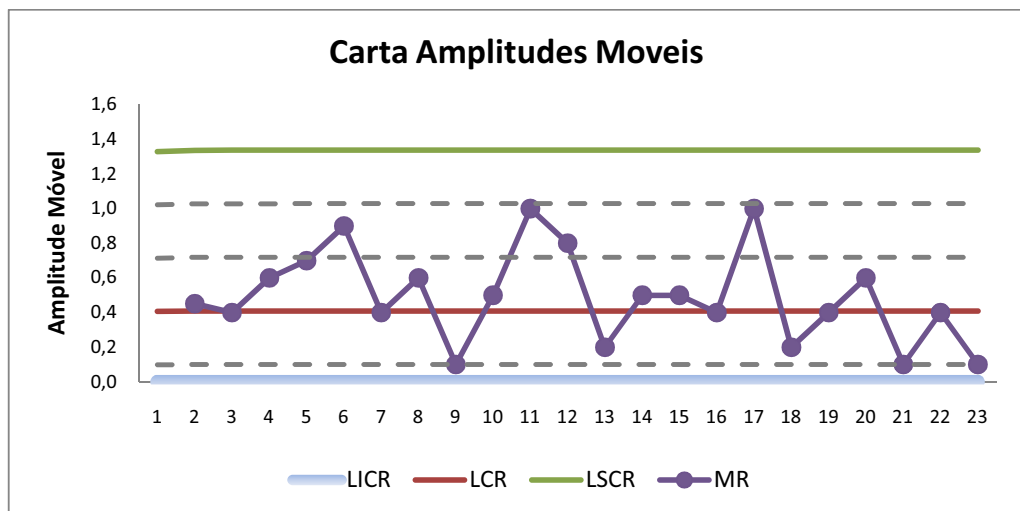


Figura 5.42 Carta de controlo das Amplitudes Móveis para a característica Humidade da Câmara

Como se pode verificar na Figura 5.41 e na Figura 5.42, não existem causas especiais de variação.

As conclusões retiradas do estudo da monitorização para as restantes características, realizado no Anexo IX (IX.2, IX.3), e podem ser resumidas no Quadro 5.32

Quadro 5.32 Fase II: Resumo cartas tradicionais univariadas aplicadas aos erros de previsão

Características	Cartas de Controlo aplicadas aos erros de previsão	
	Erros de Previsão	Amplitudes Móveis
Temperatura de Aplicação	O ponto nº 16 demonstra ter ocorrido uma causa especial de variação, uma vez que ultrapassa o $LSC_e$ . É identificada a causa especial e corrigido o processo.	
Temperatura da Câmara	Não existem causas especiais de variação	
Humidade da Câmara		

### 5.7.2.5 Fase I: Carta $T^2$ e Análise Multivariada da Capacidade do Processo

Como foi verificado anteriormente, foram calculados os resíduos das três características, uma vez que estas demonstravam ser auto-correlacionadas, e verificada a Normalidade dos mesmos. Neste ponto, construiu-se uma carta multivariada para as características Temperatura da Câmara, Humidade da Câmara e Temperatura de Aplicação com o objectivo de demonstrar o controlo simultâneo das três características da qualidade, usando os respectivos resíduos. Os dados deste estudo encontram-se no Anexo X.

Uma vez que se está perante observações individuais e não amostras, os valores de  $T_k^2$  e os limites de controlo são calculados pelas expressões (2.95) e (2.96), e o nível de significância estimado é  $\alpha = 0,81\%$  ( $\alpha = 1 - (1 - \alpha_i)^p$ , onde  $p = 3$  e  $\alpha_i = 0,27\%$ ).

Os cálculos são realizados com os resíduos dos 80 valores utilizados no estudo univariado das três características. Os valores dos resíduos encontram-se nos dados do Anexo VIII. À semelhança do estudo univariado, quando  $T_k^2 > LSC$ , o seu valor não é eliminado, mas sim empregue o Método aplicado à estatística  $d$ , para identificar as variáveis responsáveis pela causa especial. Quando identificada a característica ou características responsáveis, determina-se para as mesmas o valor esperado nesse instante, volta-se a ajustar o melhor modelo *ARIMA*, e calculam-se os valores das estatísticas  $T_k^2$ .

Uma vez concluída a Fase I, na Fase II do estudo multivariado, o controlo dos dados posteriormente recolhidos vai realizar-se em tempo real, elaborando-se a carta  $T^2$  para os erros de previsão das três características, calculados no Anexo IX (Anexo IX.2, IX.3 e IX.4). Os limites de controlo nesta fase são calculados com base nas  $m$  observações recolhidas na Fase I.

O cálculo de  $\bar{\mathbf{X}}$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $T_k^2$ ,  $LSC$  e a elaboração das cartas de controlo, foram realizados através do Software Excel. As características em estudo foram nomeadas da seguinte forma:  $X_1$ : Temperatura da Câmara,  $X_2$ : Humidade da Câmara,  $X_3$ : Temperatura de Aplicação.

Os valores que constituem o vector da média ( $\bar{\mathbf{X}}$ ) são apresentados no Quadro 5.33. Os valores das variâncias ( $S_j^2$ ) e covariâncias ( $S_{jh}$ ), que definem a matriz covariâncias  $\mathbf{S}$ , são representados no Quadro 5.34.

Quadro 5.33 Elementos que constituem o vector média

Característica	Média
$X_1$	0,00278
$X_2$	0,00356
$X_3$	-0,00151

Quadro 5.34 Elementos que constituem a matriz covariância  $S$ 

$S_{11}$	$S_{22}$	$S_{33}$	$S_{12}$	$S_{13}$	$S_{23}$
0,0433	0,1380	0,2053	-0,0065	0,0002	-0,0415

Com o procedimento supramencionado, é possível elaborar a carta multivariada para as três características. Esta pode ser observada na Figura 5.43.

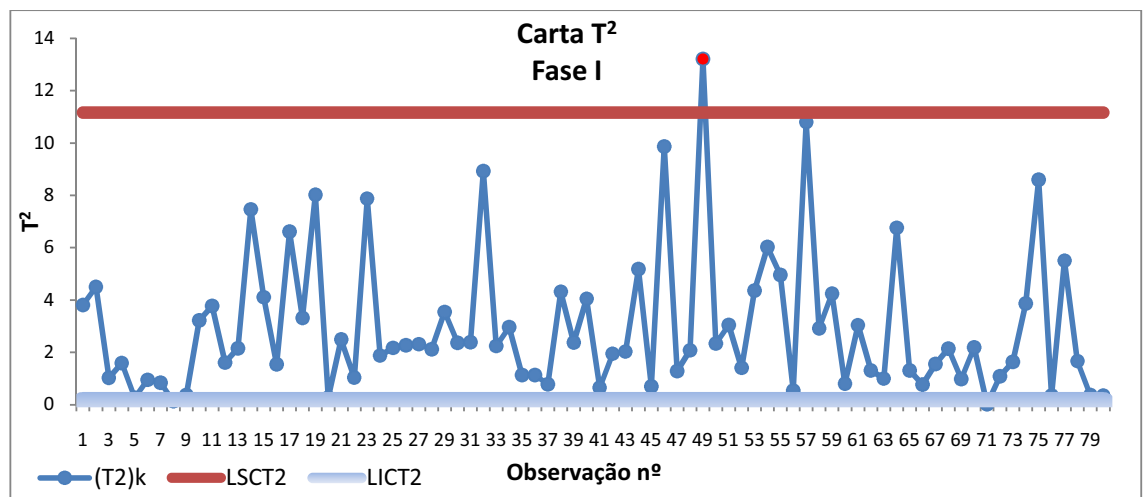


Figura 5.43 Carta Multivariada – Fase I

Observando a carta multivariada da Figura 5.43, verifica-se que existe um ponto que ultrapassa o limite superior de controle. Como tal, é necessário averiguar através do método aplicado à estatística  $d$ , qual a característica que é responsável pela ocorrência desta causa especial de variação.

Para verificar as variáveis responsáveis pela causa especial, apresentam-se nos Quadros 5.35 e no Quadro 5.36 os valores de  $T^2_{(i)}$  e correspondentes  $d_i$ .

Quadro 5.35 Dados para aplicação do método aplicado a estatística  $d$ 

Nº	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$	$T^2$	$T^2_{(1)}$	$T^2_{(2)}$	$T^2_{(3)}$
49	-0,171	-1206	0,886	0,003	0,004	-0,002	13,207	12,012	4,538	11,819

Quadro 5.36 Método aplicado a estatística d Fase I

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	
Nº	$T^2 - T_{(1)}^2$	$T^2 - T_{(2)}^2$	$T^2 - T_{(3)}^2$	$\chi_{\alpha;1}^2$
49	1,1943	8,6689	1,3871	7,0161

Verifica-se que a característica  $X_2$  é a responsável pela causa especial de variação detectada no ponto nº 49.

Para a característica  $X_2$ :Humidade da Câmara, analogamente ao estudo univariado, é calculado o valor esperado para o instante anterior 49, ajustado o melhor modelo  $ARIMA(p, q, d)$  e realizada uma carta multivariada revista. O cálculo do valor esperado para o instante 49, e o ajuste do melhor modelo, é apresentado no Anexo VIII (VIII.4). São esses valores dos resíduos revistos que se utilizaram no estudo univariado, que também são utilizados para a realização da carta  $T^2$  revista no estudo multivariado.

Com os novos valores dos resíduos para a característica Humidade da Câmara, são calculados novos valores para vector da média ( $\bar{X}$ ), apresentado no Quadro 5.37, e os novos valores das variâncias ( $S_j^2$ ) e covariâncias ( $S_{jh}$ ), que definem a matriz covariâncias  $S$ , representados no Quadro 5.38.

Quadro 5.37 Elementos que constituem o vector média dos resíduos revistos

Característica	Média
$X_1$	0,00278
$X_2$	0,00320
$X_3$	-0,00151

Quadro 5.38 Elementos que constituem a matriz covariância  $S$  dos resíduos revistos

$S_{11}$	$S_{22}$	$S_{33}$	$S_{12}$	$S_{13}$	$S_{23}$
0,0433	0,1253	0,2053	-0,0093	0,0002	-0,0335

Elabora-se a carta Multivariada revista para as três características, que pode ser observada na Figura 5.44.

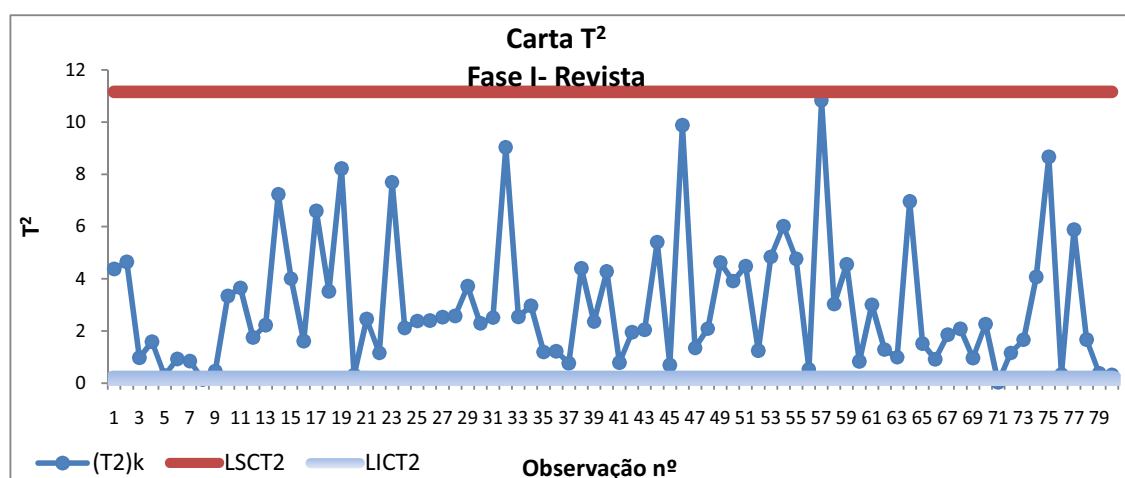


Figura 5.44 Carta Multivariada – Fase I Revista

A avaliação da capacidade é realizada no software Excel, através dos índices  $C_{pM}$ ,  $PV$  e  $LI$ , apresentados respectivamente nas equações (2.127), (2.131) e (2.133). Estes índices são calculados com base nos valores da especificação técnica ( $LIE$  e  $LSE$ ), dos limites inferior e superior do processo ( $LIP$  e  $LSP$ ), das três características da qualidade, do vector dos valores nominais ( $\mathbf{T}$ ), da estatística  $T^2$  e do nível de significância  $\alpha$ .

É imprescindível referir que como se trata de resíduos, em detrimento dos limites de especificação técnica e dos valores nominais, serão utilizados limites de especificação técnica dos resíduos e valores nominais dos resíduos. O vector dos valores nominais dos resíduos ( $\mathbf{T}_{Resíduos}$ ) é nulo, e os limites da especificação técnica dos resíduos ( $LIE_{Resíduos}$  e  $LSE_{Resíduos}$ ) são dados pelas expressões (5.17) e (5.18).

$$LIE_{Resíduos} = LIE - T \quad (5.17)$$

$$LSE_{Resíduos} = LSE - T \quad (5.18)$$

Os valores supramencionados podem ser observados no Quadro 5.39 e no Quadro 5.40, e da sua análise pode-se concluir que o processo tem capacidade para produzir face às suas especificações técnicas e está suficientemente centrado.

Quadro 5.39 Dados para o cálculo dos índices de capacidade multivariados

	$p = 3$	$\alpha = 0,81\%$	$N = 80$	$T^2 = 0,0003$
Características	$LIE_{Resíduos}$	$LSE_{Resíduos}$	$LIP$	$LSP$
$X_1$	-2,0000	2,0000	-0,7061	0,7117
$X_2$	-5,0000	5,0000	-1,1765	1,1829
$X_3$	-5,0000	5,0000	-1,5234	1,5203

Quadro 5.40 Valores dos índices de capacidade multivariados

$C_{pM}$	$PV$	$LI$
3,3995	0,999999	1

#### 5.7.2.6 Fase II: Carta multivariada $T^2$

Finalizada a Fase I do Controlo Estatístico multivariado é verificada a estabilidade do processo e sucede-se o controlo dos dados posteriormente recolhidos em tempo real.

Para este controlo é utilizada a carta  $T^2$ . Detecta-se uma causa especial quando  $T^2_k > LSC_{T^2}$  e quando tal ocorre, a variável responsável pela situação de fora de controlo estatístico deve ser identificada, procedendo-se a acções correctivas no processo. A identificação da variável responsável pela causa especial é realizada através do método aplicado a estatística  $d$ .

A carta  $T^2$  é construída com base nos limites de controlo e na estatística  $T^2_k$ . A estatística e os limites de controlo calculam-se com base nas equações (2.98) e (2.99), e são determinados com base nas  $m$  amostras recolhidas na Fase I. A estatística  $T^2_k$  é calculada a partir dos erros de previsão determinados no Anexo IX (Anexo IX.2, IX.3 e IX.4), da matriz das covariâncias ( $\mathbf{S}$ ) e do vector média( $\bar{\mathbf{X}}$ ), ambos calculados na Fase I.

Os cálculos para a elaboração da carta multivariada  $T^2$  da Fase II, foram realizados recorrendo ao software Excel, e a mesma apresenta-se na Figura 5.45.

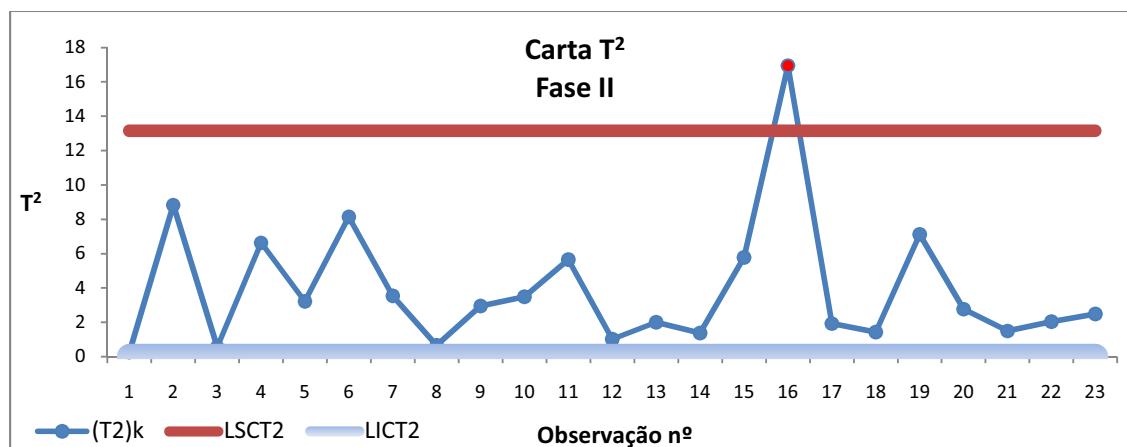


Figura 5.45: Carta Multivariada Fase II

Ao interpretar-se a carta multivariada ilustrada, verifica-se que existe uma causa especial de variação no ponto nº16. Utiliza-se o Método aplicado à estatística  $d$ , para apurar a característica responsável pela situação de fora de controlo. Apresentam-se no Quadro 5.41 e no Quadro 5.42 os valores de  $T^2_{(i)}$  e correspondentes  $d_i$ .

Quadro 5.41 Dados para aplicação do método aplicado a estatística  $d$  Fase II

Nº	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$	$T^2$	$T^2_{(1)}$	$T^2_{(2)}$	$T^2_{(3)}$
16	-0,044	-0,548	1,828	0,003	0,003	-0,002	16,944	16,837	16,358	2,607

Quadro 5.42 Método aplicado a estatística  $d$

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	
Nº	$T^2 - T^2_{(1)}$	$T^2 - T^2_{(2)}$	$T^2 - T^2_{(3)}$	$\chi^2_{\alpha;1}$
16	0,1073	0,5866	14,3376	7,0161

Analisando o Quadro 5.42, verifica-se que a característica  $X_3$ : Temperatura de Aplicação, é a responsável pela causa especial de variação detectada no ponto nº 16.

A causa especial detectada na carta multivariada  $T^2$  no ponto nº16, foi igualmente detectada para a carta dos erros de previsão univariada. Verifica-se desta forma que os resultados obtidos no estudo univariado e multivariado não diferem. Contudo, de uma forma geral, quando o objectivo é controlar várias características em simultâneo do mesmo produto, devem ser aplicadas técnicas estatísticas multivariadas em detrimento das univariadas.

## 5.8 Conclusões

O estudo realizado no presente capítulo enquadra-se nas técnicas propostas no capítulo 2, e a sua aplicação é realizada nas diversas características seleccionadas nas linhas do ED e pintura.

Com base na exposição efectuada no início do capítulo 2, referente a técnicas estatísticas aplicadas à Gestão da Qualidade, foi realizado um estudo preliminar às características Espessura de ED e Espessura Total, que permitiu identificar a forma como as mesmas devem ser estudadas estatisticamente, assim como averiguar o comportamento uniforme dos processos de pintura por electrodeposição catódica e aplicação de tinta de acabamento.

Finda a análise preliminar, foi necessário demonstrar a aplicabilidade das técnicas definidas no capítulo 2, demonstrando distintas situações que podem ocorrer no controlo estatístico do processo, como a existência de processos auto-correlacionados e o estudo simultâneo de várias características da qualidade do mesmo produto.

Depois de realizada a análise a cada característica em estudo, torna-se necessário comentar alguns dos resultados obtidos pormenorizadamente para cada característica, assim como propor algumas acções correctivas. Nesse sentido, apresenta-se seguidamente uma conclusão detalhada dos resultados que se consideram pertinentes para cada característica em estudo.

### Espessura de ED

O estudo preliminar para a característica Espessura de ED, teve como objectivo averiguar se a espessura de ED é uniforme nos diferentes lados dos dez tanques da linha de ED e nas diferentes posições das cabines nos *skid*'s. A análise foi realizada recorrendo a técnicas estatísticas como testes de hipóteses, análise de variância e teste de *Bartlett*.

Conclui-se, através desta análise, que a cabine C2 tem um comportamento distinto das cabines C1 e C3. Os comportamentos da frente e da traseira dos tanques não apresentam diferenças significativas entre si e observa-se ainda que para as três cabines existem diferenças significativas entre as frentes e laterais.

Com esta análise conclui-se que os valores de espessura de ED não têm o mesmo comportamento no que diz respeito aos diferentes lados dos dez tanques e às diferentes posições que estão colocadas no *skid*, o que permitiu definir a forma como a espessura de ED deve ser estuda.

A característica Espessura de ED, deverá ser dividida em quatro características distintas e não ser tratada como uma característica única, como se pode observar na Figura 5.46.

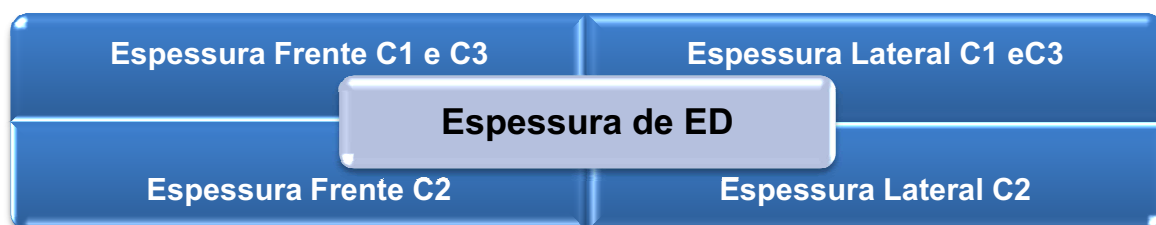


Figura 5.46: Definição das características em estudo da característica Espessura de ED

Numa segunda fase, o objectivo foi averiguar se as características em estudo se encontravam sob controlo estatístico, e se tal se verificasse, apurar a sua capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida.

Todas as características se encontravam sob controlo estatístico. No entanto nem todas exibem capacidade para produzir segundo a especificação técnica exigida. As características Espessura Frente C2 e Espessura Lateral C2 evidenciam não ter capacidade. Isto pode ser verificado através da observação dos respectivos índices de capacidade que tomam o valor de -0,3212 e 0,7809, valores muito inferiores ao mínimo exigido de 1,25.

Ao facto da cabine C2 não demonstrar capacidade, podem estar associadas diversas razões. Como tal, foi elaborado um diagrama de *Ishikawa*, que se apresenta na Figura 5.47, onde são apresentadas as variáveis que podem influenciar tal ocorrência.

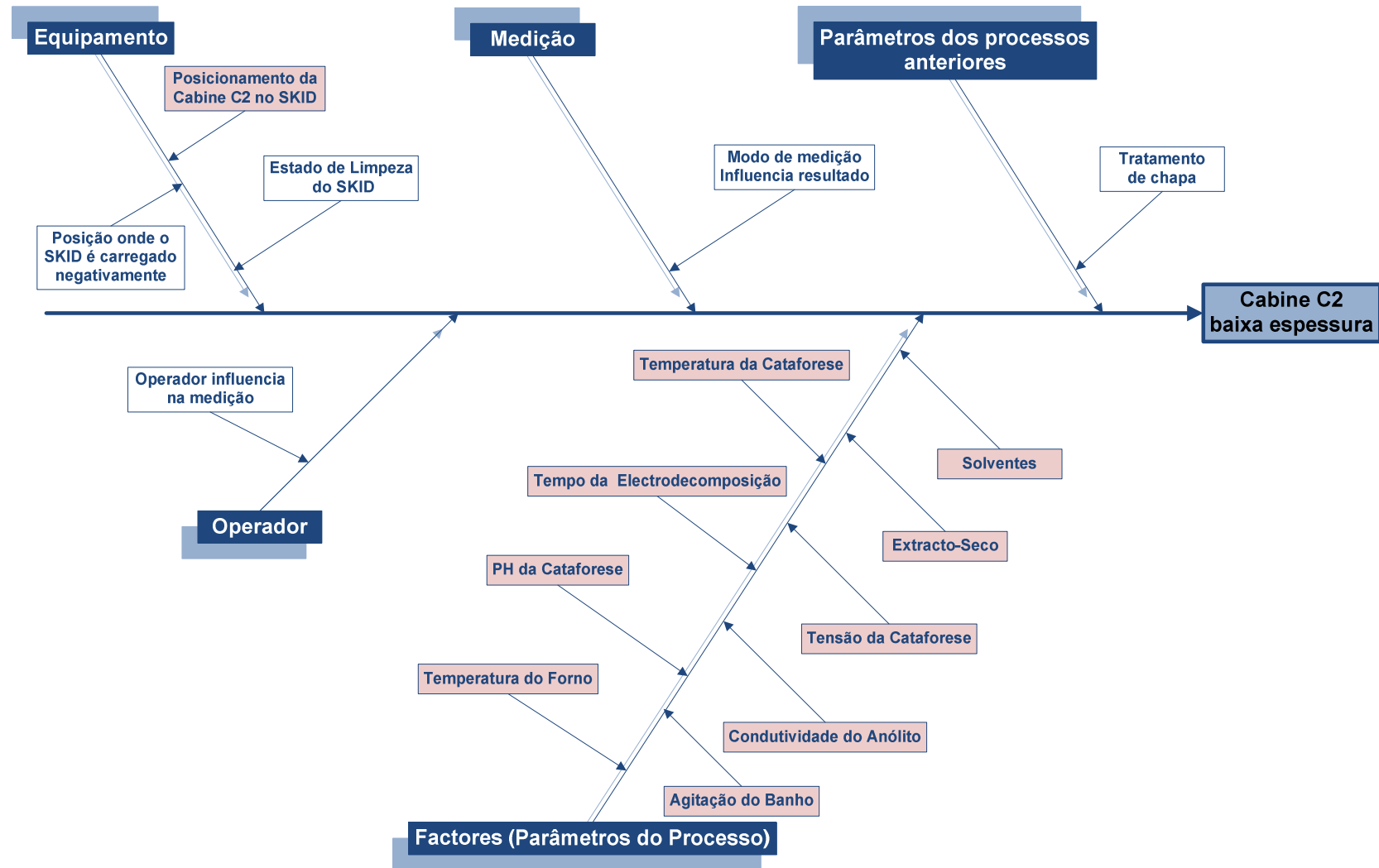


Figura 5.47: Ishikawa Cabine C2: Baixa Espessura



A análise do diagrama *Ishikawa* identifica as causas potenciais. De todas as causas apresentadas, foram seleccionadas aquelas que deverão ser testadas numa primeira fase, ou seja, as que foram consideradas prioritárias. A mais evidente diz respeito ao equipamento, especificamente ao posicionamento da cabine C2 no *skid*. Outra causa que poderá ser identificada como potencial e prioritária, diz respeito aos factores (parâmetros do processo).

A frente da cabine C2 encontra-se muito próxima da traseira da cabine C1, o que justifica o facto da característica Frente da Cabine C2 possuir um valor médio de 28,552  $\mu$ , inferior ao valor mínimo de 30  $\mu$  actualmente exigido. No que diz respeito à característica Lateral da cabine C2, embora possua um valor médio de 33,278  $\mu$ , possui uma variabilidade muito elevada, daí não possuir capacidade.

Quanto aos factores (parâmetros do processo), estes podem ter grande influência na espessura da cabine C2. Um bom conhecimento dos factores (parâmetros do processo) envolvidos no estudo, possibilita um ajuste e uma consequente melhoria do mesmo.

Após analisadas e seleccionadas as causas prioritárias, no que respeita ao posicionamento da cabine C2 no *skid*, duas propostas de melhoria são apresentadas:

- Após resultados de testes de nevoeiro salino, se a funcionalidade não for afectada, propõe-se uma alteração de especificação com deslocação do limite inferior de especificação. Esta solução implicaria uma revisão do acordo existente com o fornecedor da tinta ao nível da garantia dada pelo mesmo em caso de corrosão. As grandes vantagens seriam a redução de custos de sucata, actualmente existentes, uma vez que deixariam de ser rejeitadas as cabines fora de especificação e reduzir ou mesmo eliminar a aplicação de primário nas cabines rejeitadas devido a baixa espessura, que funciona hoje como acção correctiva.
- Alteração da posição da cabine C2 no *skid*. Esta acção implicaria a alteração da instalação, através de um incremento no tamanho dos tanques. Como se trata de uma proposta que implica um grande investimento por parte da organização, teria de ser realizada uma cuidada análise de custo-benefício desta solução.

No que concerne aos factores (parâmetros do processo), propõe-se a implementação de Planeamento de Experiências (DOE). A implementação adequada desta metodologia, permite um melhor conhecimento das variáveis (factores) que influenciam significativamente o processo, e possibilita a identificação dos melhores níveis desses factores que conduzem a um comportamento próximo do que se pretende atingir.

No que respeita à escolha das variáveis que influenciam a espessura de ED, e como cada instalação reage de forma diferente à variação dos mesmos, recomenda-se que sejam seleccionados os factores (parâmetros do processo) que a organização considere serem mais relevantes ou testar os factores (parâmetros do processo) propostos pelo fornecedor (PPG), referidos no anterior diagrama *Ishikawa*. Esta metodologia visa a redução da variabilidade de produtos e processos, com objectivo de assegurar não só a consistência da qualidade, como também a redução de custos.

A larga experiência dos técnicos e profissionais sobre o comportamento deste processo, indica que um factor muito importante na questão da baixa espessura na frente da cabine C2 é a agitação do banho. Como foi dito anteriormente, a frente da cabine C2 está muito próxima da traseira da cabine C1, e a realização de uma agitação mais eficiente no banho

da cataforese proporcionaria um maior fluxo de tinta na zona morta entre a cabine C1 e a cabine C2, obtendo-se melhores resultados quanto à espessura do filme de tinta da característica Frente C1. Como medida correctiva, foi aumentada a agitação do banho, conseguindo-se um aumento na espessura, contudo não o suficiente para proporcionar resultados satisfatórios.

Ainda em relação aos factores (parâmetros do processo), é importante alertar que o processo de electrodeposição catódica é extremamente sensível à alteração dos mesmos. As constantes parâmetros de produção, devidas à conjuntura social e económica, reflectem-se negativamente na estabilidade dos mesmos. As parâmetros de produção provocam a perda de eficácia de algumas características essenciais de determinados banhos, implicando adições elevadas de alguns reagentes. Assim, a MFTE resolveu manter alguns banhos em funcionalmente e realizar a manutenção dos mesmos, mesmo quando não existe produção. Conseguiu-se uma maior solidez nos valores dos factores (parâmetros do processo), que implica menores adições de reagentes, contudo não suficiente para proporcionar um aumento na espessura de ED da cabine C2.

Uma última consideração, no que respeita ao processo de electrodeposição catódica, diz respeito à inexistência de um limite superior de especificação para a característica Espessura de ED. Um filme de espessura elevada, implica um maior consumo de componentes do banho, pode criar defeitos visuais, implica um maior tempo em linha e influencia a temperatura a que a cura opera de modo a manter as propriedades de adesão. Pelas razões anteriormente enumeradas, seria importante a imposição de um limite superior de especificação. Esta decisão teria de ser acompanhada por técnicos especializados da MFTE, por responsáveis da organização e por fornecedores responsáveis.

#### Temperatura da Cataforese

Do estudo de análise de capacidade da característica Temperatura da Cataforese, conclui-se que o processo demonstra capacidade de produzir segundo a sua especificação técnica. Contudo, verifica-se que o processo não está centrado na ordem do 57%, o que significa que os limites de especificação inferior e superior estão situados, respectivamente, a  $8,149.\sigma$  e  $5,193.\sigma$  da média do processo, não se situando a distâncias equivalentes, como era desejável.

No processo de electrodeposição dá-se uma libertação de calor, e de forma a colmatar este fenómeno existe um permutador de calor que é accionado automaticamente quando a temperatura atinge um valor limite, funcionando como um refrigerador do banho. Este sistema de refrigeração permite diminuir a temperatura do banho, aumentando o caudal de utilidade fria; também permite aumentar a temperatura do banho, diminuindo o caudal de água fria ou suspendendo o sistema de refrigeração. Uma simples regulação no valor pelo qual é accionado automaticamente o sistema de refrigeração, poderia consistir numa solução para tornar o processo centrado. Porém esta decisão teria de ser acompanhada por técnicos especializados e responsáveis da organização, de forma a que o valor seleccionado não implique a alteração de outros factores (parâmetros do processo).

#### Espessura Total

O estudo preliminar para a característica Espessura Total, foi realizado com o intuito de averiguar se a pintura dos robôs é uniforme nos diferentes lados e frente das cabines. A análise foi realizada recorrendo a técnicas como a análise de variância, e o teste de Bartlett.

A investigação realizada permitiu apurar que o comportamento dos dois robôs não apresenta diferenças significativas a nível estatístico.

#### Temperatura de Aplicação

Do estudo de análise de capacidade da característica Temperatura de Aplicação, conclui-se que o processo demonstra capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida. Contudo, verifica-se que o processo não está centrado na ordem dos 21%, o que significa que os limites de especificação inferior e superior estão situados, respectivamente, a  $8,801.\sigma$  e  $10,880.\sigma$  da média do processo, não se situando a distâncias equivalentes, como era desejável.

Note-se que a média está mais próxima do limite inferior de especificação, existindo um sistema de aquecimento que colmata o problema. Contudo, da larga experiência dos profissionais, é dito que nos meses de Junho, Julho e Agosto, as temperaturas da característica Tinta de Aplicação sobem drasticamente, esperando-se que nesses períodos, a média se encontre próxima do limite superior de especificação. Caso se verifique a média se desloque para valores próximos do limite superior de especificação, a situação é mais gravosa podendo justificar-se a impotência de acção, na ausência de um sistema de arrefecimento.

Outra lacuna no controlo da característica Temperatura de Aplicação, reside no facto do controlo da mesma ser realizado longe da aplicação, e na inexistência de um sistema de controlo da temperatura ao longo da conduta. Estes factos provocam conclusões e percepções erróneas quanto à verdadeira temperatura a que se encontra a tinta aquando da sua aplicação.

Assim, por forma a proporcionar um correcto controlo da característica Temperatura de Aplicação, propõe-se a instalação de sondas em pontos estratégicos da conduta, assim como a aquisição de um sistema de arrefecimento.

Na Fase II do SPC, foi detectada a ocorrência de uma causa especial de variação no ponto 16. Neste momento houve necessidade de corrigir o processo, diminuindo o valor da temperatura. Não existe nenhum sistema de arrefecimento como já foi referido anteriormente. Actualmente a diminuição da temperatura é realizada através da junção de tinta fresca.

#### Temperatura da Câmara

Da análise de capacidade da característica Temperatura da Câmara, conclui-se que o processo demonstra capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida. Contudo, verifica-se que o processo não está centrado na ordem dos 75%, o que significa que os limites de especificação inferior e superior estão situados, respectivamente, a  $11,312.\sigma$  e  $6,474.\sigma$  da média do processo, não se situando a distâncias equivalentes, como era desejável.

Observando os resultados obtidos, verifica-se que a média se aproxima do limite superior de especificação. Este facto é justificado com a ausência de um sistema de arrefecimento. A câmara possui um queimador que para quando atinge os 23°C. No entanto não existe nenhum sistema que arrefeça a temperatura quando tal é necessário.

Com o objectivo de proporcionar um eficiente controlo desta característica, propõe-se a aquisição de um sistema refrigerador, que ao atingir uma temperatura limite, proporcione um arrefecimento na Temperatura na Câmara.

#### Humidade da Câmara

Da análise da capacidade da característica Humidade da Câmara, conclui-se que o processo demonstra capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida. Contudo, verifica-se que o processo está ligeiramente não centrado na ordem dos 11%, o que significa que os limites de especificação inferior e superior estão situados, respectivamente, a  $13,171.\sigma$  e  $14,569.\sigma$  da média do processo. Porém a média encontra-se mais próxima do limite inferior de especificação o que é menos gravoso, porque o maior problema reside no facto da humidade ser mais elevada, uma vez que maior humidade provoca mais escorridos.

#### Estudo Multivariado

No estudo multivariado das três características Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara, as conclusões retiradas foram muito semelhantes às conclusões tiradas no estudo univariado. Na Fase I do SPC foi identificada uma causa especial de variação no ponto 49 devida à característica Humidade da Câmara. No estudo da capacidade o processo demonstrou ter capacidade para produzir segundo a especificação técnica exigida. Na Fase II do SPC foi identificada uma causa especial de variação correspondente ao ponto 16 devida à característica Temperatura da Câmara.

Todas as conclusões retiradas no parágrafo anterior, foram igualmente alcançadas no estudo univariado. Contudo, devido à maior sensibilidade do estudo multivariado, quando o objectivo é estudar várias características do mesmo produto, sugere-se o uso de cartas de controlo multivariadas.

## **Capítulo 6: Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros**

O presente capítulo apresenta uma síntese das principais conclusões que foram sendo inferidas ao longo dos vários capítulos que compõem a decorrente dissertação, tanto a nível de investigação teórica e científica, como a nível da sua aplicação prática. Serão, de uma forma sucinta, descritas as acções a desenvolver em consequência dos resultados obtidos e sugestões que podem sustentar o desenvolvimento de trabalhos futuros no âmbito do *SPC*. Desta forma, no presente capítulo, as conclusões vão ser agrupadas em três pontos: as conclusões referentes à investigação; as conclusões e acções a desenvolver na empresa onde foi realizada a aplicação prática; por fim são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

A investigação teórica, teve por base uma selecção criteriosa e cuidada de livros, artigos e revistas científicas, proeminentes e representativos das temáticas abordadas ao longo do presente trabalho. A aplicação prática foi realizada na empresa “*Mitsubishi Fuso Truck Europe*” e permitiu aplicar e validar os assuntos enunciados da investigação realizada.

### **6.1 Conclusões da Investigação**

A metodologia de investigação apresentada no presente trabalho procurou desenvolver modelos de controlo estatístico, incidindo em temáticas como a estatística aplicada à Gestão da Qualidade, na existência de auto-correlação e no estudo multivariado.

No que concerne aos métodos estatísticos aplicados à Gestão da Qualidade, foram expostas um conjunto de técnicas que auxiliam na correcta definição de características de várias populações que se pretendem estudar, proporcionando posteriormente uma correcta definição da respectiva recolha de dados. Apresentam-se um conjunto de abordagens acerca de cartas de controlo aplicadas a dados auto-correlacionados, dando ênfase ao uso de cartas tradicionais aplicadas aos resíduos e/ou erros de previsão. Foram ainda referidos estudos acerca do desempenho de algumas das cartas utilizadas no tratamento de processos que apresentem dados auto-correlacionados.

No controlo estatístico multivariado, dos vários conteúdos apresentados, foi decidida a aplicação da estatística de *Hotelling*, e o estudo multivariado da capacidade do processo através dos índices  $C_{pM}$ ,  $PV$  e  $LI$ . No que respeita à interpretação de causas especiais de variação, embora tenha sido utilizado o método aplicado à estatística  $d$  devido à facilidade da sua aplicação, propõe-se a utilização do método de decomposição em componentes ortogonais. Este último método proporciona uma interpretação eficaz das cartas de controlo multivariadas, contemplando não só o impacto de cada variável no processo, mas também o impacto da correlação entre elas. No estudo multivariado, foram também expostas abordagens de controlo multivariado para dados auto-correlacionados.

Foi sugerido um procedimento adicional em duas das cartas de controlo multivariadas apresentadas, na *estatística M* de Hayter e Tsui e na carta *Z-Chart*. Este procedimento proporciona, nas mesmas, uma interpretação mais correcta das variáveis responsáveis pelas causas especiais.

## 6.2 Acções a Desenvolver na MFTE

No início deste trabalho, a MFTE encontrava-se na fase inicial de implementação de cartas de controlo, encontrando-se a ministrar as primeiras formações e tendo adquirido um *software* específico designado *qs-STAT*. Na área da pintura ainda não estava definida o procedimento de recolha de dados, nomeadamente a frequência de amostragem. Existia interesse por parte da organização em verificar se os seus processos se encontravam estatisticamente controlados, assim como posteriormente proceder à sua monitorização. Contudo, antes da aplicação de cartas de controlo, em algumas características, foi necessária a realização de vários estudos preliminares que permitiram estabelecer a correcta metodologia do estudo.

Posteriormente descrevem-se de uma forma sucinta as conclusões e acções a serem desenvolvidas para cada característica estudada no capítulo 5.

### Espessura de ED

Iniciado o estudo foi definida a metodologia a implementar na análise da característica Espessura de ED, referida em 5.6.1.1. É importante referir que algumas das características em estudo apresentam auto-correlação significativa. Como tal procede-se à modelação do processo e os cálculos são realizados com base nos resíduos e erros de previsão.

Foram realizados vários estudos preliminares, que delinearam a forma como a característica Espessura de ED deve ser estudada, dividindo-a em quatro características distintas. Esta análise tem também o objectivo de averiguar se a característica Espessura de ED toma um valor uniforme nos diferentes lados dos dez tanques que constituem a linha de ED, e nas diferentes posições das cabines nos *skid's* que dão entrada nesses tanques. Conclui-se desta análise que, no que respeita à característica Espessura de ED, o comportamento da cabine C2 difere das restantes e as frentes e laterais das cabines diferem entre si.

Definidas as características em estudo, foi pertinente averiguar se as mesmas se encontram sob controlo estatístico e apurar a capacidade de produzirem segundo a especificação técnica exigida. As quatro características estão estatisticamente controladas. No entanto as características Espessura Frente C2 e Espessura Lateral C2 evidenciam não possuir capacidade. Como tal foi elaborado um diagrama de *Ishikawa* onde se identificaram as potenciais causas da falta de capacidade, e onde são propostas acções de melhoria:

- A primeira causa identificada diz respeito ao posicionamento da cabine C2 no *skid*, e as sugestões de melhoria são as seguintes:
  - Após resultados de testes de nevoeiro salino, se a funcionalidade não for afectada, propõe-se uma alteração do limite inferior de especificação, que implicaria uma revisão do acordo existente com o fornecedor da tinta ao nível da garantia dada pelo mesmo em caso de corrosão;
  - Alteração da posição da cabine C2 no *skid*. Por constituir uma proposta que implica um grande investimento por parte da organização, teria de ser realizada uma cuidada análise de custo-benefício desta solução.
- A segunda causa identificada diz respeito aos factores (parâmetros do processo) que podem influenciar a característica Espessura de ED, e as acções sugestões de melhoria são as seguintes:

- Implementação de Planeamento de Experiências (DOE), com objectivo de tirar conclusões acerca da influência de cada característica no processo, proporcionando a redução da variabilidade do processo, de forma a assegurar a consistência da qualidade e a redução de custos.

Quanto à questão dos factores (parâmetros do processo), além das propostas enunciadas, algumas medidas foram tomadas para tentar colmatar o problema: foi aumentada a agitação do banho da cataforese, conseguindo-se um aumento na espessura; passaram a ser mantidos alguns banhos em funcionamento realizando-se a manutenção dos mesmos, mesmo quando não existe produção, conseguindo-se uma maior solidez nos valores dos factores (parâmetros do processo), o que implica menores adições de reagentes.

Para as características que demonstraram capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida, é realizada a sua monitorização em tempo real. Esta tem como objectivo detectar situações de fora de controlo, identificar a causa das mesmas e proceder às respectivas acções correctivas.

Uma última consideração no que respeita à característica Espessura de ED, tem a ver com a inexistência de um limite superior de especificação. Considera-se relevante a implementação de um limite superior de especificação, acompanhada por técnicos especializados da *MFTE*. Esta proposta é justificada com o facto de um filme elevado de espessura implicar mais custos e mais defeitos.

#### Temperatura da Cataforese

Iniciado o estudo foi definida a metodologia a implementar na análise da característica Temperatura da Cataforese, referida em 5.6.2.1. É importante referir que a característica em estudo apresenta auto-correlação significativa e como tal procede-se à modelação do processo e os cálculos são realizados com base nos resíduos e erros de previsão.

Numa fase inicial o objectivo é averiguar se o processo se encontra estatisticamente controlado e se demonstra capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida. As duas condições enunciadas foram comprovadas, contudo o processo não está centrado. Como tal é sugerida uma regulação, acompanhada por técnicos especializados e responsáveis da organização, do refrigerador já existente.

Depois de comprovado o estado de controlo do processo e demonstrada a capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida, é realizada a monitorização do mesmo em tempo real, permitindo esta análise detectar situações de fora de controlo, identificar a causa das mesmas e proceder às respectivas acções correctivas.

#### Espessura Total

Iniciado o estudo foi definida a metodologia a implementar na análise da característica Espessura Total, referida em 5.7.1.1. É importante referir que a característica em estudo apresenta auto-correlação significativa e como tal procede-se à modelação do processo e os cálculos são realizados com base nos resíduos e erros de previsão.

Foram realizados vários estudos preliminares que não só delinearão a forma como a característica Espessura Total deve ser estudada, como também permitiram concluir que a pintura dos robôs é uniforme nos diferentes lados e frente das cabines.



Definida a característica em estudo, Espessura Total, é pertinente averiguar se a mesma se encontra sob controlo estatístico e apurar a capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida.

Comprovado o estado de controlo do processo e demonstrada a capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida, é realizada a monitorização do mesmo em tempo real, permitindo esta análise detectar situações de fora de controlo, identificar a causa das mesmas e proceder às respectivas acções correctivas.

#### Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara

Iniciado o estudo foi definida a metodologia a implementar na análise das três características (Temperatura de Aplicação, Temperatura da Câmara e Humidade da Câmara), referida em 5.7.2.1. É importante referir que as características em estudo apresentam auto-correlação significativa e como tal procede-se à modelação do processo e os cálculos foram realizados com base nos resíduos e erros de previsão.

Numa fase inicial o objectivo é averiguar se o processo se encontra estatisticamente controlado, e se demonstra capacidade de produzir segundo a especificação técnica exigida. As duas condições enunciadas são comprovadas para as três características em estudo. Contudo, o processo referente às características Temperatura de Aplicação e Temperatura da Câmara, não estão centrados. Como tal propõe-se, com o objectivo de centrar o processo da característica Temperatura de Aplicação, a instalação de sondas em pontos estratégicos da conduta, assim como a aquisição de um sistema de arrefecimento. Para centrar o processo da característica Temperatura da Câmara, propõe-se a aquisição de um sistema refrigerador, que ao atingir uma temperatura limite proporcione um arrefecimento na Temperatura na Câmara. No que respeita ao processo da característica Humidade da Câmara, o mesmo encontra-se ligeiramente não centrado. Contudo não existem consequências negativas de tal facto. Como tal, não se considera pertinente a implementação de acções correctivas.

Depois de comprovado o estado de controlo dos processos e demonstrada a capacidade dos mesmos produzirem segundo as especificações técnicas exigidas, é realizada a monitorização dos mesmos em tempo real, permitindo esta análise detectar situações de fora de controlo, identificar a causa das mesmas e proceder às respectivas acções correctivas.

Numa última fase, foi realizado um estudo multivariado, recorrendo à estatística  $T^2$  de Hotelling, e aplicado o vector de capacidade multivariado para o estudo da capacidade do processo. Uma vez que os dados das características em estudo apresentam auto-correlação significativa procede-se à modelação do processo, à semelhança do estudo univariado, e os cálculos são realizados com base nos resíduos e erros de previsão. As conclusões chegadas no estudo multivariado são muito semelhantes ao estudo univariado, porém o estudo multivariado possui maior sensibilidade na detecção de causas especiais de variação. Como tal, quando o objectivo é controlar várias características em simultâneo do mesmo produto, o estudo multivariado deve ser aplicado em detrimento do estudo univariado.



### 6.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

A investigação desenvolvida na presente dissertação, conduziu à elaboração de uma metodologia e validação da mesma. Contudo, embora tenham sido desenvolvidos todos os esforços no sentido de seleccionar as metodologias mais correctas durante a realização deste trabalho, todas as metodologias possuem as suas imperfeições e necessitam de ser constantemente aperfeiçoadas.

Se forem detectadas anomalias nos processos produtivos, consequência do estudo do controlo estatístico do processo, sugere-se a aplicação de DOE, com factores de 2 ou 3 níveis aplicando factoriais fraccionados. Esta técnica permitirá identificar objectivamente quais os factores que influenciam significativamente o processo, possibilitando a identificação dos níveis desses factores que conduzem a um comportamento mais próximo do que se pretende atingir.

Na aplicação prática, identificou-se como sendo imprescindível a verificação da Normalidade dos dados. Embora nos processos produtivos estudados da *MFTE* não tenha sido verificada a não Normalidade dos dados, sugere-se como trabalho futuro aprofundar as técnicas referenciadas em 2.5.3 e desenvolver a sua aplicação prática.

Relativamente ao controlo estatístico multivariado, na presença de dados auto-correlacionados, foram determinados os resíduos e/ou erros de previsão das características da qualidade. Aos mesmos foram aplicadas as cartas multivariadas. Como sugestão de trabalho futuro, pretende-se desenvolver procedimentos alternativos ao realizado, como por exemplo a aplicação dos métodos referidos em 2.8.3.4.

Uma outra abordagem futura consiste na aplicação de técnicas estatísticas que permitam detectar rapidamente pequenas ou moderadas alterações dos parâmetros do processo, como as cartas de controlo *CUSUM* e *EWMA* para dados independentes e *para dados auto-correlacionados*, como sejam as cartas *MCEWMA* e *EWMAST*.

## ***Bibliografia***

- Almeida, M. E. (2000). *Guia sobre protecção anticorrosiva na indústria automóvel*, Maia: Protap.
- Alt, F. B. (1985). "Multivariate Quality Control", *Encyclopedia of the Statistical Sciences* , Vol. 6, pp. 110-122.
- Alwan, L. C. (1986). "CUSUM Quality Control - Multivariate Approach", *Communications in Statistics - Theory and Methods* , Vol. 15, pp. 3531-3543.
- Alwan, L., e Roberts, H. (1988). "Time-Series Modeling for Statistical Process Control", *Journal of Business & Economic Statistics* , Vol. 6, pp. 87-95.
- Barbato, G., Vicario, G., e Levi, R. (2008). "Measurement system analysis". em Soleman, T. Greenfield, D. Stewardson, e D. C. Montgomery, *Statistical Practice in Business and Industry* (pp. 239-306). UK: John Wiley & Sons.
- Bechhofer, R. E., e Dunnet, C. W. (1988). "Percentage points of multivariate Student t Distributions". *American Mathematical Society* , Vol.11, pp.1-371.
- Bersimis, S., Psarakis, S., e Panaretis, J. (2006). "Multivariate Statistical Process Control Charts: An Overview", *Quality and Reliability Engineering International* , Vol.23, pp.517-543.
- Box, G. E., e Kramer, T. (1992). "Statistical Process Monitoring and Feedback Adjustment", *Technometrics* , Vol. 34, pp. 251–285.
- Box, G. E., Jenkins, G. M., & Reinsel, G. C. (2008). *Time Series Analysis, Forecasting and Control* ,4ª Edição, John Wiley & Sons, New Jersey
- Braverman, J. D. (1981). *Fundamentals of Statistical Quality Control*, Prentice Hall, New Jersey.
- Caulcutt, R. (1995). "The Rights and Wrongs of Control Charts", *Applied Statistics* , Vol. 44 pp.279-288.
- Chandra, M. J. (2001). *Statistical Quality Control*, CRC Press, Boca Raton, Florida.
- Chang, L. K., Cheng, S. W., e Spiring, F. A. (1988). "A new measure of process capability: Cpm", *Journal of Quality Technology* , Vol.20, pp.162-175.
- Chen, J. P., e Ding, C. G. (2001). "A new process capability index for non-normal distributions", *The International Journal of Quality & Reliability Management* , Vol.18, pp.726-770.
- Clements, J. A. (1989). "Process capability calculations for non-normal distributions". *Quality Progress* , Vol.22, pp.95-100.
- Crosier, R. B. (1988). "Multivariate Generalizations of Cumulative Sum Quality Control Schemes", *Technometrics* , Vol. 30, pp. 291-303.
- Deming, W. E. (1986). *Out of the Crisis*, Center for Advanced Engineering Study, Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology.

- Doty, L. A. (1996). *Statistical Process Control*, 2ª Edição, Industrial Press Inc, New York.
- Duncan, A. J. (1986). *Quality Control Industrial Statistics*, 5ª Edição, Irwin, Homewood.
- English, J. R., Lee, S. C., Martin, T., e Tilmon, C. (2000). "Detecting Changes in Autoregressive Processes with Xbarra and EWMA Charts", *IIE Transactions* , Vol. 32, pp. 1103-1113.
- Gilbert, K. C., Kirby, K., e Hild, C. R. (1997). "Charting Autocorrelated Data: Guidelines for Practitioners", *Quality Engineering* , Vol.9 , pp. 367-382.
- Gomes, P. J. (2004). "A evolução do conceito de qualidade: dos bens manufacturados aos serviços de informação", *Associação Portuguesa de Bibliotecários, Arquivistas e Documentalistas (BAD)* , N.2, pp. 6-18.
- Grant, E. L., e Leavenworth, R. S. (1996). *Statistical Quality Control*, 7ª Edição, McGraw-Hill, New York.
- Guimarães, R. C., e Cabral, J. A. (2007). *Estatística*, 2. Edição, McGraw-Hill, Lisboa.
- Harris, T. J., e Ross, W. H. (1991). "Statistical Process Control Procedures for Correlated Observations", *Canadian Journal of Chemical Engineering* , Vol. 69, pp.48-57.
- Hayter, A. J., e Tsui, K.-L. (1994). "Identification and quantification in multivariate quality control problems", *Journal of Quality Technology* , Vol. 26, pp.197-208.
- Healy, J. D. (1987). "A Note on Multivariate CUSUM Procedures", *Technometrics* , Vol. 29, pp. 409-412.
- Hoerl, R. W., e Palm, A. C. (1992). "Discussion: Integrating grating SPC and APC", *Technometrics* , Vol 31, pp.268-272.
- Holmes, D. S., e Mergen, A. E. (1998). "A Multivariate Test for Randomness", *Quality Engineering* , Vol. 10(3), pp. 505-508.
- Hsiang, T. C., e Taguchi, G. (1985). "Tutorial on Quality Control and Assurance - The Taguchi Methods", *Joint Meetings of the American Statistical Association, Las Vegas, Nevada* , pp.188.
- Ishikawa, K. (1982). *Guide to Quality Control*, McGraw-Hill, New York.
- Jackson, J. E. (1985). "Multivariate Quality Control", *Communications in Statistics - Theory and Methods* , Vol. 14, pp. 2657-2688.
- Jackson, J. E., e Mudholkar, G. S. (1979). "Control Procedures for Residuals Associated with Principal Component Analysis", *Technometrics* , Vol. 21, pp. 341-349.
- Junior, F. J., Siedel, E. J., e Lopes, L. F. (2008). "Comparação entre métodos utilizados no tratamento de dados autocorrelacionados no controle estatístico do processo", *XXVIII encontro nacional de engenharia de produção*, Rio de Janeiro, Brasil

- Juran, J. M. (1997). Early SQC: A Historical Supplement. *Quality Progress* , Vol 30, pp. 73-81.
- Juran, J. M. (1999). *Juran's Quality Control Handbook*, 5ª Edição, McGraw-Hill, New York.
- Kalgonda, A. A., e Kulkarni, S. R. (2004). "Multivariate Quality Control Chart for Autocorrelated Processes", *Journal of Applied Statistics* , Vol.31, pp.317-327.
- Kane, V. E. (1986). "Process capability indices". *Journal of Quality Technology* , Vol.18, pp. 41-52.
- Kolarik, W. J. (1995). *Creating Quality : Concepts, systems, Strategies, and tools*. McGRAW-HILL.
- Kotz, S., e Johnson, N. L. (2002). "Process Capability Indices - A Review", *Journal of Quality Technology* , Vol. 34, pp. 2-19.
- Kotz, S., e Johnson, N. L. (1993). *Process Capability Indices*, Chapman & Hall, London.
- Kourti, T. (2005). "Application of Latent Variable Methods to Process Control and Multivariate Statistical Process Control in Industry", *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* , Vol.19, pp.213-246.
- Kourti, T., e MacGregor, F. (1995). "Process Analysis, Monitoring and Diagnosis, Using Multivariate Projection Methods", *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* , Vol. 28, pp.3-21.
- Ku, W., Storer, H. R., e Georgakis, C. (1995). "Disturbance Detection and Isolation by Dynamic Principal Component Analysis", *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems* , Vol. 30, pp.179-196.
- Ledolter, J., e Burrill, C. W. (1999). *Statistical Quality Control: Strategies and Tools for Continual Improvement*, John Wiley & Sons, New York.
- Lipson, C., e Sheth, N. (1973). *Statistical and Analysis of Engineering Experiments*, McGraw-Hill, New York.
- Lowry, C. A., e Montgomery, D. C. (1995). "A Review of Multivariate Control Charts", *IIE Transactions* , Vol. 27, pp.800-810.
- Lowry, C. A., Woodall, W., Champ, C. W., e Rigdon, S. E. (1992). "A Multivariate Exponentially Weighted Moving Average Control Chart", *Technometrics* , Vol. 34, pp.46-53.
- Maragah, H. D., e Woodall, H. W. (1992). "The effect of autocorrelation on the retrospective X-chart", *Journal of Statistical Computation and Simulation* , Vol. 40, pp.29-42.
- Mason, R. L., Tracy, N. D., e Young, J. C. (1997). "A Practical Approach for Interpreting Multivariate  $T^2$  Control Chart Signals", *Journal of Quality Technology* , Vol. 29, pp. 396-406.

- Mason, R. L., Tracy, N. D., e Young, J. C. (1995). "Decomposition of  $T^2$  for Multivariate Control Chart Interpretation", *Journal of Quality Technology* , Vol. 27, pp. 99-108.
- Mast, J. d. (2008). "A history of industrial statistics and quality and efficiency improvement. In T. G. S. Coleman", *Statistical Practice in Business and Industry*, John Wiley & Sons, Ltd, West Sussex, pp. 14-27.
- Mastrangelo, C. M., e Montgomery, D. C. (1995). "SPC with Correlated Observations for the Chemical and Process Industries", *Quality and Reliability Engineering International* , Vol. 11, pp. 79-89.
- Mastrangelo, C. M., Runger, G. C., e Montgomery, D. C. (1996). "Statistical Process Monitoring with Principal Components". *Quality and Reliability Engineering International*, Vol. 12, pp.203-210.
- Miller, R. G. (1981). *Simultaneous Statistical Inference*, 2ª Edição, Springer-Verlag, New York.
- Mitra, A. (2008). *Fundamentals of Quality Control and Improvement*, 3ª Edição, John Wiley & Sons, New Jersey.
- Montgomery, D. C., e Mastrangelo, C. M. (1991). "Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data", *Journal of Quality Technology* , Vol. 23, pp.179-193.
- Montgomery, D. C., e Runger, G. C. (2006). *Applied Statistics and Probability for Engineers*, 4ª Edição, John Wiley & Sons, New York.
- Montgomery, D. C., Johnson, L. A., e Gardiner, J. S. (1990). *Forecasting & Time Series Analysis*, 2ª Edição, McGraw-Hill, New York.
- Montgomery, D. (2008a). *Design and Analysis of Experiments*, 7ª Edição, John Wiley & Sons, New York.
- Montgomery, D. (2008b). *Introduction to Statistical Quality Control*, 6ª Edição, John Wiley & Sons, New York.
- Morettin, P. A., e Toloi, C. M. (2006). *Análise de Séries Temporais*, 2ª Edição, Edgard Blucher Lta, São Paulo.
- Murphy, B. J. (1987). "Selecting out of control variables with the  $T^2$  multivariate quality control", *The Statistician* , Vol. 36, pp. 571-583.
- Murteira, B. J., Muller, D. A., e Turkman, K. F. (1993). *Análise de Sucessões Cronológicas*, McGraw-Hill, Portugal.
- Oakland, J. S. (2008). *Statistical Process Control*, 6ª Edição, Butterworth-Heinemann, Oxford, U.K.
- Palm, A. C. (2000). "Discussion: Controversies and Contradictions in Statistical Process Control", *Journal of Quality Technology* , Vol.32, pp. 356-360.
- Pan, J.-N., e Lee, C.-Y. (2009). "New capability indices for evaluating the performance of multivariate manufacturing processes", *Quality and Reliability Engineering International* .

- Pearn, W. L., e Chen, K. S. (1997). "Capability indices for non-normal distributions with an application in electrolytic capacitor manufacturing", *Microelectronics Reliability* , Vol. 37 pp. 1853-1858.
- Pearn, W. L., Kotz, S., e Johnson, N. L. (1992). "Distributional and Inferential Properties of Process Capability Indices", *Journal of Quality Technology* , Vol. 24, pp. 216-231.
- Pedrosa, A., e Gama, S. (2004). *Introdução Computacional à Probabilidade e Estatística*. Porto Editora, Lisboa.
- Pereira, Z. L., e Requeijo, J. G. (2008). *Qualidade: Planeamento e Controlo Estatístico de Processos*, Prefácio, Lisboa.
- Pettersson, N. F. (2005). *A multivariate approach to computational molecular*, Umea University.
- Pignatiello, J. J., e Runger, G. C. (1990). "Comparisons of Multivariate CUSUM Charts", *Journal of Quality Technology* , Vol. 22, pp. 173-186.
- Pires, A. R. (2007). *Qualidade - Sistemas de Gestão da Qualidade*, 4ª Edição, Sílabo Lda., Lisboa.
- Pyzdek, T. (1999). *Quality Engineering Handbook*, Marcel Dekker, Inc , New York.
- Quenquille, M. H. (1949). "Approximate Test of Correlation Time Series", *Journal of Royal Statistical Society* , Vol.11, pp.68-84.
- Quesenberry, C. P. (1997). *Methods for Quality Improvement*, John Wiley & Sons, New York.
- Requeijo, J. G. (2004). *Técnicas Avançadas do Controlo Estatístico do Processo*, Tese de Douturamento, Faculdade de Ciências e Tecnologia - Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Reynolds, M. R., e Lu, C. (1997). "Control Charts for Monitoring Processes with Autocorrelated Data", *Non Linear Analysis, Theory, Methods & Applications* , Vol. 30, pp. 4059-4067.
- Ross, P. J. (1996). *Taguchi Techniques for Quality Engineering*, 2ª Edição, McGraw-Hill, New York.
- Russo, S. L. (2002). *"Gráficos de Controle para variáveis não-conformes autocorrelacionadas"*, Tese de Doutoramento, Universidade Federal de Santa Catarina.
- Russo, S. L., Silva, M. V., Amaral, C. M., Jardim, I. G., e Camargo, M. (2006). "Análise através de gráficos de controle da série resistência à compressão da areia base para fundição", *XIII SIMPEP – Bauru, SP, Brasil* .
- Sahai, H., e Ageel, M. I. (2000). *The Analysis of Variance: fixed, random, and mixed models*, Springer, Birkhauser.
- Sahai, H., e Ojeda, M. M. (2004). *Analysis of variance for Random models : volume I : balanced data : theory, methods, applications and data analysis*, Birkhauser, Boston.

- Scagliarini, M., e Vermiglio, R. (2007). "Computing Multivariate Process Capability Indices With Microsoft Excel", *Department of Statistics, University of Bologna*.
- Shahriari, H., Hubele, F. N., e Lawrence, F. P. (1995). "A Multivariate Process Capability Vector", *Proceedings of the 4th Industrial Engineering Research Conference, Nashville*, pp. 303-308.
- Shumway, R. H., e Stoffer, D. S. (2000). *Time Series Analysis and Its Applications*, Springer-Verlag, New York.
- Spedding, T. A., e Rawlings, P. L. (1994). "Non-Normality in Statistical Process Control Measurements", *International Journal of Quality & Reliability Management*, Vol. 11(6), pp. 27-37.
- Taam, W., Subbaiah, P., e Liddy, J. W. (1993). "A Note on Multivariate Capability Indices", *Journal of Applied Statistics*, Vol. 20, pp. 339-351.
- Valencia, C. M. (2002). "Seis Sigma - O caminho para a excelência". *Opção Q*, pp 56-58.
- Vander Weil, S. A. (1996). "Monitoring Processes that Wander Using Integrated Moving Average Models", *Technometrics*, Vol. 38, pp. 139-151.
- Vasilopoulos, A. V., e Stamboulis, A. P. (1978). "Modification of Control Chart Limits in the Presence of Data Correlation", *Journal of Quality Technology*, Vol. 10, pp. 20-30.
- Wang, F. K., e Chen, J. C. (1998-99). "Capability Index Using Principal Components Analysis", *Quality Engineering*, Vol. 11(1), pp. 21-27.
- Wang, F. K., Hubele, N. F., Frederick, P. L., Miskulin, J., e Shahriari, H. (2000). "Comparison of Three Multivariate Process Capability Indices". *Journal of Quality Technology*, Vol. 32 pp. 263-275.
- Wardell, D. G., Moskowitz, H., e Plante, R. D. (1992). "Control Charts in the Presence of Data Correlation", *Management Science*, Vol. 38, pp. 1084-1105.
- Wei, W. W. (2005). *Time Series Analysis*, 2ª Edição, Addison-Wesley, New York.
- WesternElectric. (1956). *Statistical Quality Control Handbook*, Western Electric Corporation, Indianapolis.
- Wheeler, D. J. (2004). *Advanced Topics in Statistical Process Control*, 2ª Edição, SPC Press, Knoxville, Tennessee.
- Wieringa, J. E. (1999). "Statistical Process Control for Serially Correlated Data", *Ph.D. Thesis University of Groningen*.
- Wikstrom, C., Albano, C., L., E., Håkan, F., E., J. e A., N. (1998). "Multivariate process and quality monitoring applied to an electrolysis process Part II. Multivariate time-series analysis of lagged latent variables", *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, Vol. 42, pp. 233-240.
- Wong, W., Mansour-Nahra, P., Ogle, I., e Sorby-Adams, N. (2000). "Quality Assurance: the Concept and its Evolution. In G. Johnson, L. V. To, N. D. Duc, & M. Webb", *Quality assurance in agricultural produce*, ACIAR, Australia, pp.41-48.



- Woodall, W. H. (2000). "Controversies and Contradictions in Statistical Process Control". *Journal of Quality Technology* , Vol. 32, pp.341-350.
- Woodall, W. H., e Ncube, M. M. (1985). "Multivariate CUSUM Quality Control Procedures". *Technometrics* , Vol. 27, pp. 285-292.
- Xekalaki, E., e Perakis, M. (2002). "The Use of Principal Components Analysis in the Assessment of Process Capability Indices", *Joint Statistical Meetings* , pp. 3819-3823.
- Yashchin, E. (1983). "Performance of CUSUM Control Schemes for Serially Correlated Observations", *Technometrics* , Vol. 35, pp. 37-52.
- Zhang, N. F. (1998). "A Statistical Control Chart for Stationary Process Data", *Technometrics*, Vol. 40, pp.24-38.



# **ANEXOS**

# ANEXO I: Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis

- Factores para construção de cartas de controlo de variáveis



**Anexo I: Constantes para Cartas Tradicionais de Variáveis**

Tabela I.1: Factores para construção de cartas de controlo de variáveis (Pereira e Requeijo, 2008)

Factores para construção das cartas de controlo de variáveis														
Dimensão Amostra n	Carta da Média					Carta do Desvio Padrão					Carta da Amplitude			
	Factores Limites Controlo					Factores Limites Controlo					Factores Limites Controlo			
	A	A <sub>2</sub>	A <sub>3</sub>	d <sub>2</sub>	C <sub>4</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>	B <sub>6</sub>	d <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
2	2,121	1,981	2,659	1,128	0,7979	0	3,267	0	2,606	0,853	0	3,686	0	3,267
3	1,732	1,023	1,954	1,693	0,8862	0	2,568	0	2,276	0,888	0	4,358	0	2,575
4	1,500	0,729	1,628	2,059	0,9213	0	2,266	0	2,088	0,880	0	4,698	0	2,282
5	1,342	0,577	1,427	2,326	0,9400	0	2,089	0	1,964	0,864	0	4,918	0	2,115
6	1,225	0,483	1,287	2,534	0,9515	0,030	1,970	0,029	1,874	0,848	0	5,078	0	2,004
7	1,134	0,419	1,182	2,704	0,9594	0,118	1,882	0,113	1,806	0,833	0,204	5,204	0,076	1,924
8	1,061	0,373	1,099	2,847	0,9650	0,185	1,815	0,179	1,751	0,820	0,388	5,306	0,136	1,864
9	1,000	0,337	1,032	2,970	0,9693	0,239	1,761	0,232	1,707	0,808	0,547	5,393	0,184	1,816
10	0,949	0,308	0,975	3,078	0,9727	0,284	1,716	0,276	1,669	0,797	0,887	5,469	0,223	1,777
11	0,905	0,285	0,927	3,173	0,9754	0,321	1,679	0,313	1,637	0,787	0,811	5,535	0,256	1,744
12	0,866	0,266	0,886	3,258	0,9776	0,354	1,646	0,346	1,610	0,778	0,922	5,594	0,283	1,717
13	0,832	0,249	0,850	3,336	0,9794	0,382	1,618	0,374	1,585	0,770	1,025	5,647	0,307	1,693
14	0,802	0,235	0,817	3,407	0,9810	0,406	1,594	0,399	1,563	0,763	1,118	5,696	0,328	1,672
15	0,775	0,223	0,789	3,472	0,9823	0,428	1,572	0,421	1,544	0,756	1,203	5,741	0,347	1,653
16	0,750	0,212	0,763	3,532	0,9835	0,448	1,552	0,440	1,526	0,750	1,282	5,782	0,363	1,637
17	0,728	0,203	0,739	3,588	0,9845	0,466	1,534	0,458	1,511	0,744	1,356	5,820	0,378	1,622
18	0,707	0,194	0,718	3,640	0,9854	0,482	1,518	0,475	1,496	0,739	1,424	5,856	0,391	1,608
19	0,688	0,187	0,698	3,689	0,9862	0,497	1,503	0,490	1,483	0,734	1,487	5,891	0,403	1,597
20	0,671	0,180	0,680	3,735	0,9869	0,510	1,490	0,504	1,470	0,729	1,549	5,921	0,415	1,585
21	0,655	0,173	0,663	3,778	0,9876	0,523	1,477	0,516	1,459	0,724	1,605	5,951	0,425	1,575
22	0,640	0,167	0,647	3,819	0,9882	0,534	1,466	0,528	1,448	0,720	1,659	5,979	0,434	1,566
23	0,626	0,162	0,633	3,858	0,9887	0,545	1,455	0,539	1,438	0,716	1,710	6,006	0,443	1,557
24	0,612	0,157	0,619	3,895	0,9892	0,555	1,445	0,549	1,429	0,712	1,759	6,031	0,451	1,548
25	0,600	0,153	0,606	3,931	0,9896	0,565	1,435	0,559	1,420	0,708	1,806	6,056	0,459	1,541

# ANEXO II: Mitsubishi

- Organigrama
- Sistema de Codificação dos Produtos da *MFTE*



Anexo II: Mitsubishi

II.1 Organigrama

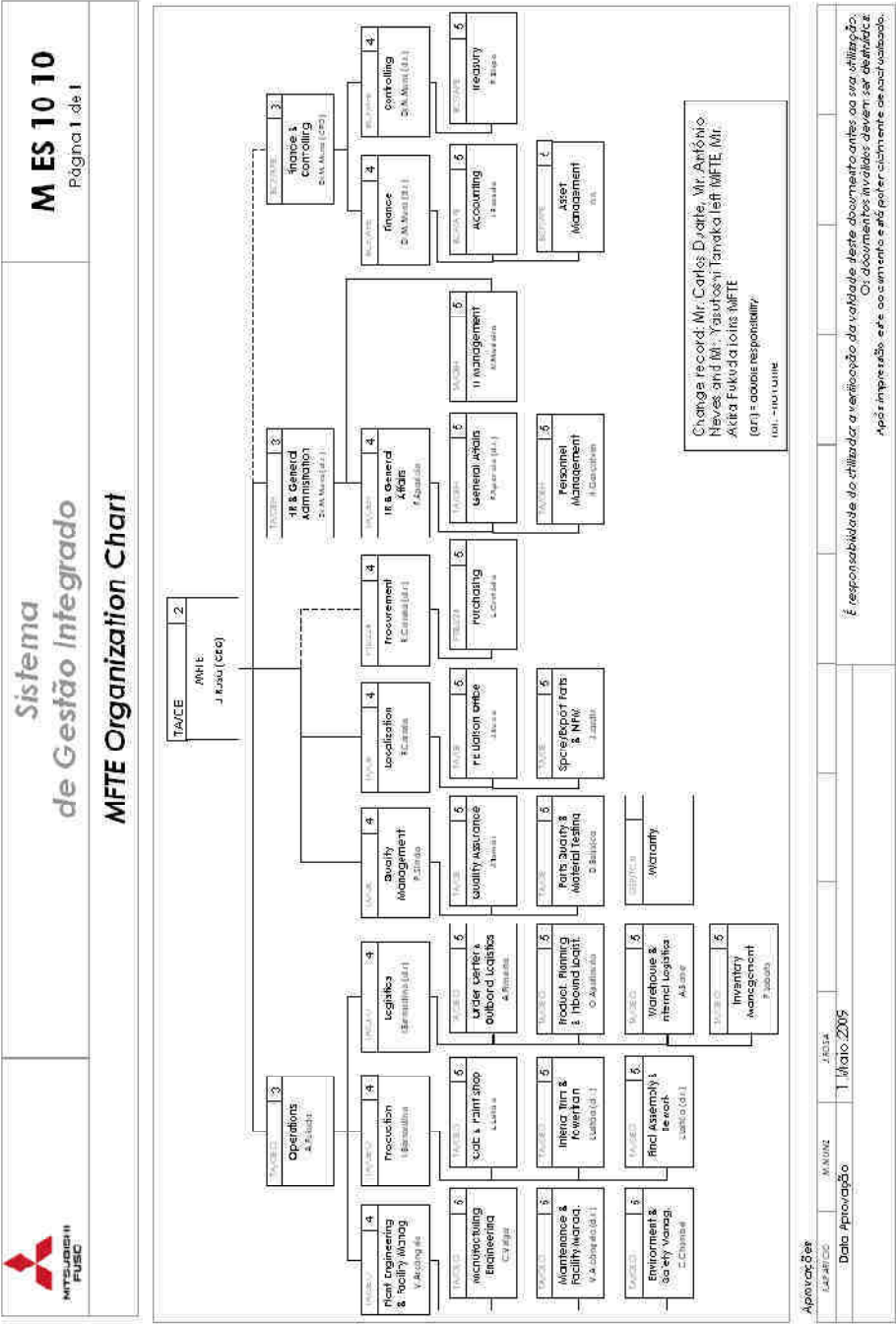


Figura II.1 Organigrama da MFTE

## II.2 Sistema de Codificação dos Produtos da MFTE

### VEHICLE MODEL CODING SYSTEM

PARA

REFERENCIA

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

F

E

7

4

S

B

1	Basic vehicle type	F	Cab-over engine truck								
2	Drive system and basic GVM	B	4 x 2, GVM 3.5 tons								
		E	4 x 2, GVM 3.5 to 6.0 tons								
3	Cab type	7	Standard width cab								
		8	Wide cab								
4	Vehicle variations, suspension	3	GVM 3.5 to under 6.0 tons, leaf spring								
		4	GVM 3.5 to under 7.0 tons, leaf spring								
		5	GVM 7.0 to under 8.0 tons, leaf spring								
5	Engine	S	4P10T2, 4P10T3								
6	Wheelbase	B	FB, FE	2500 mm							
		C	FE	2750 mm							
		D	FB, FE	2950 mm							
		E	FB, FE	3350 mm							
		G	FB, FE	3850 mm							
		H	FE	4200 mm							
		J	FE	4470 mm							
7	Chassis arrangement for use	None	Standard use								
		B	Wide frame								
8	Rear tyre arrangement, payload	4	Rear double GVM 3.5 to under 6.0 tons								
		6	Rear double GVM 6.0 to under 8.0 tons								
9	Vehicle specification	S	Except crew cab, turbocharger								
		W	Crew cab								
10	Steering position	L	Left-hand drive vehicle								
		R	Right-hand drive vehicle								

Figura II.2: Sistema de Codificação dos produtos da MFTE



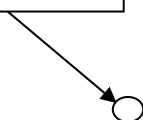
# ANEXO III: Folhas de Registo

- Folhas de registo para as características Espessura de ED e Espessura Total



Anexo III: Folhas de Registo

**Espessura**



**Nota:** Só serão contempladas na recolha dos dados os modelos de cabine larga cuja ordem de desenvolvimento corresponda à ordem 8 (“*Development Order 8 : Wide Cab*”) e cabine simples cujo estilo esteja identificado como S (“*Cab Style S: Single Cab*”). O sistema de codificação destes modelos será idêntico ao seguinte: FE84PC6SL.

## **CONTROLO DE ESPESSURAS**

### **Frente da Cabine**

Cabine n: \_\_\_\_\_

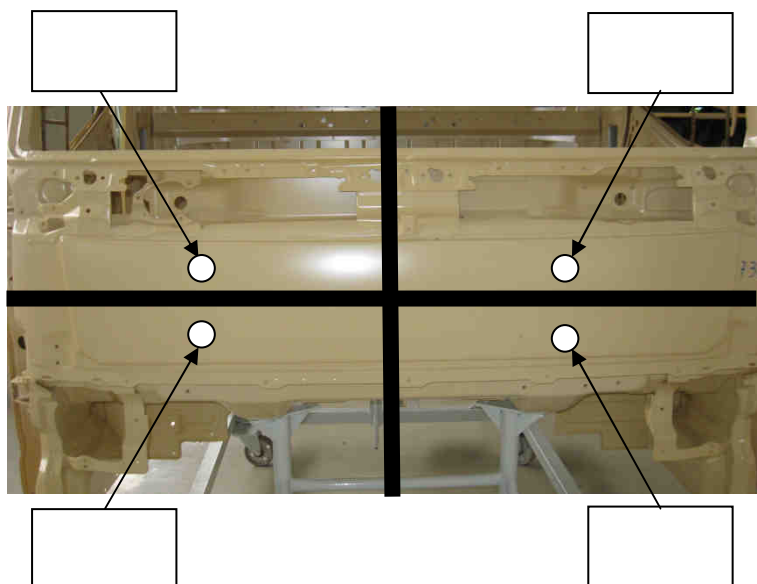
☐ Espessura de ED

☐ Espessura Total

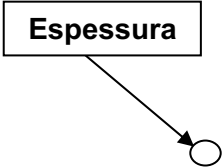
	<b>Especificação</b>
<b>Espessura de ED</b>	>30 $\mu\text{m}$
<b>Espessura de Total</b>	>70 $\mu\text{m}$

**Posição da Cabine :.....**

**(só aplicável para a característica Espessura de ED)**



**Espessura**



**Nota:** Só serão contempladas na recolha dos dados os modelos de cabine larga cuja ordem de desenvolvimento corresponda à ordem 8 (“*Development Order 8 : Wide Cab*”) e cabine simples cujo estilo esteja identificado como S (“*Cab Style S: Single Cab*”). O sistema de codificação destes modelos será idêntico ao seguinte: FE84PC6**S**L.

**CONTROLO DE ESPESSURAS**

**Laterais da Cabine**

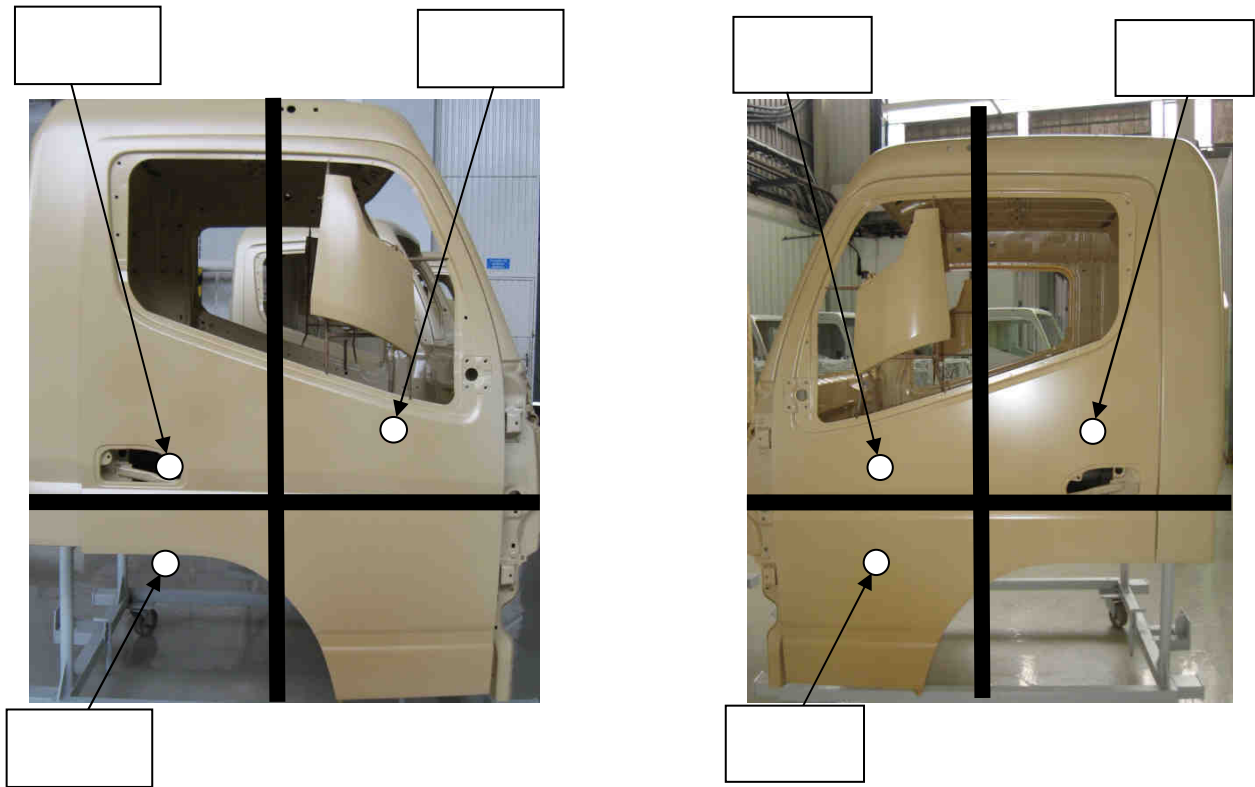
Cabine n: \_\_\_\_\_

- ☐ Espessura de ED
- ☐ Espessura Total

	Especificação
Espessura de ED	>30 µm
Espessura de Total	>70 µm

**Posição da Cabine :.....**

**(só aplicável para a característica Espessura de ED)**



# ANEXO IV: Análise Preliminar das Características da Linha de ED

- Definição das características da Espessura de ED
- Verificação da auto-correlação dos dados



## Anexo IV: Análise Preliminar das Características da Linha de ED

### IV.1 Definição da Característica Espessura de ED

#### IV.1.1 Frente da Cabine

Tabela IV.1 Observações dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED

Observações	Posições ( $\mu m$ )			Observações	Posições ( $\mu m$ )		
	Cabine C1	Cabine C2	Cabine C3		Cabine C1	Cabine C2	Cabine C3
1	30,5	30,5	32,0	21	31,5	28,8	31,3
2	30,0	30,0	32,3	22	31,5	29,0	32,3
3	34,3	28,3	32,3	23	30,0	26,8	30,0
4	32,3	28,5	33,0	24	30,0	26,3	30,8
5	31,3	28,8	32,8	25	30,8	28,0	30,8
6	34,0	28,5	33,0	26	30,0	26,8	30,5
7	33,8	29,5	33,8	27	30,5	26,3	30,3
8	35,0	29,8	32,0	28	30,8	27,0	31,3
9	34,3	30,0	35,0	29	30,8	25,8	31,0
10	33,8	29,8	33,8	30	31,3	27,0	31,5
11	31,0	26,5	31,8	31	32,5	28,0	31,8
12	31,3	27,5	31,5	32	31,3	28,8	31,5
13	32,8	30,0	32,3	33	30,3	25,5	30,3
14	33,8	27,5	31,8	34	30,0	25,8	30,0
15	31,8	29,3	32,5	35	30,3	26,0	30,3
16	32,5	27,5	33,8	36	30,5	27,5	30,3
17	33,3	29,3	32,3	37	31,0	26,3	30,5
18	33,5	29,3	33,3	$Y_i$	1178,75	1038,75	1179,75
19	33,3	29,3	33,3	$\bar{Y}_i$	31,86	28,07	31,89
20	34,0	30,0	33,8	$S^2$	2,35	2,16	1,61

Tabela IV.2 Resíduos e Valores Previstos dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED

Resíduos da Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )
-1,358	31,858	2,426	28,074	0,115	31,885
-1,858	31,858	1,926	28,074	0,365	31,885
2,392	31,858	0,176	28,074	0,365	31,885
0,392	31,858	0,426	28,074	1,115	31,885
-0,608	31,858	0,676	28,074	0,865	31,885
2,142	31,858	0,426	28,074	1,115	31,885
1,892	31,858	1,426	28,074	1,865	31,885
3,142	31,858	1,676	28,074	0,115	31,885
2,392	31,858	1,926	28,074	3,115	31,885
1,892	31,858	1,676	28,074	1,865	31,885
-0,858	31,858	-1,574	28,074	-0,135	31,885
-0,608	31,858	-0,574	28,074	-0,385	31,885
0,892	31,858	1,926	28,074	0,365	31,885
1,892	31,858	-0,574	28,074	-0,135	31,885
-0,108	31,858	1,176	28,074	0,615	31,885
0,642	31,858	-0,574	28,074	1,865	31,885
1,392	31,858	1,176	28,074	0,365	31,885
1,642	31,858	1,176	28,074	1,365	31,885
1,392	31,858	1,176	28,074	1,365	31,885
2,142	31,858	1,926	28,074	1,865	31,885
-0,358	31,858	0,676	28,074	-0,635	31,885
-0,358	31,858	0,926	28,074	0,365	31,885
-1,858	31,858	-1,324	28,074	-1,885	31,885
-1,858	31,858	-1,824	28,074	-1,135	31,885
-1,108	31,858	-0,074	28,074	-1,135	31,885
-1,858	31,858	-1,324	28,074	-1,385	31,885
-1,358	31,858	-1,824	28,074	-1,635	31,885
-1,108	31,858	-1,074	28,074	-0,635	31,885
-1,108	31,858	-2,324	28,074	-0,885	31,885
-0,608	31,858	-1,074	28,074	-0,385	31,885
0,642	31,858	-0,074	28,074	-0,135	31,885
-0,608	31,858	0,676	28,074	-0,385	31,885
-1,608	31,858	-2,574	28,074	-1,635	31,885
-1,858	31,858	-2,324	28,074	-1,885	31,885
-1,608	31,858	-2,074	28,074	-1,635	31,885
-1,358	31,858	-0,574	28,074	-1,635	31,885
-0,858	31,858	-1,824	28,074	-1,385	31,885



Quadro IV.1 Desenho com um factor a vários níveis dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED

Tabela ANOVA				
Fonte de Variação	SS	g.l.	MS	F <sub>0</sub>
Entre Posições (Cabine C1, Cabine C2 e Cabine C3)	355,69	2	177,85	87,21
Erro (interior)	220,25	108	2,04	
Total	575,94	110		

Conclui-se que há diferenças significativas entre os níveis de espessura das frentes das cabines C1, C2 e C3.

$$n = 37$$

$$MS_{ERRO} = 2,04$$

$$\alpha = 5\%$$

$$F_{5\%;(2);(108)g.l.} = 3,08$$

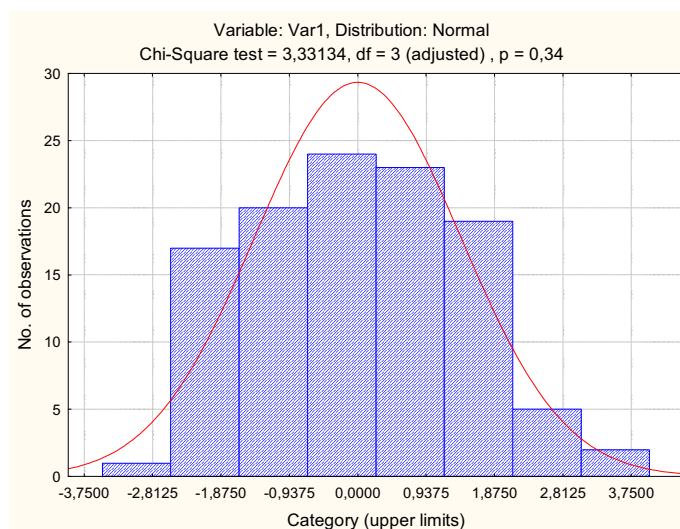


Figura IV.1 Verificação da Normalidade dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED

Quadro IV.2 Testes Qui-Quadrado

Teste	Normalidade
Qui-Quadrado	$p > 0,05$ , para $\alpha = 5\%$

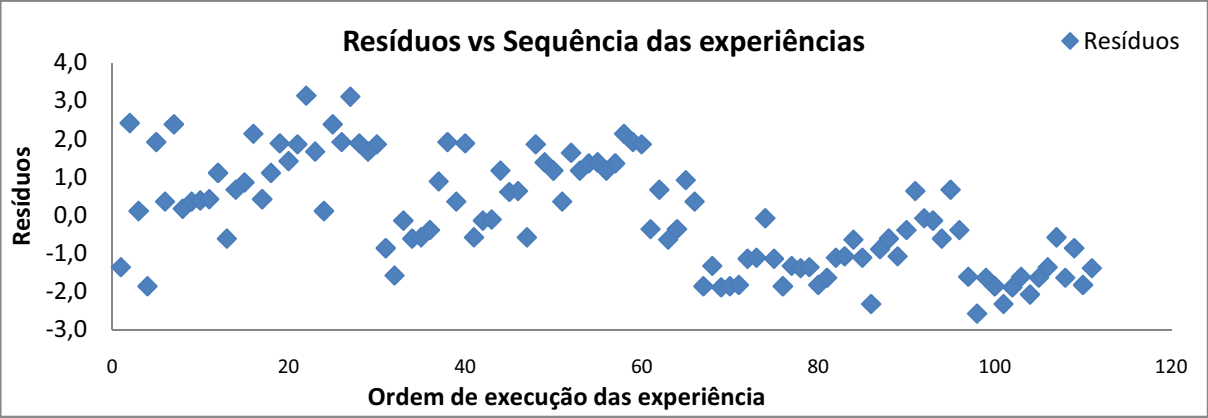


Figura IV.2 Verificação da independência dos resíduos da frente da cabine da característica Espessura de ED

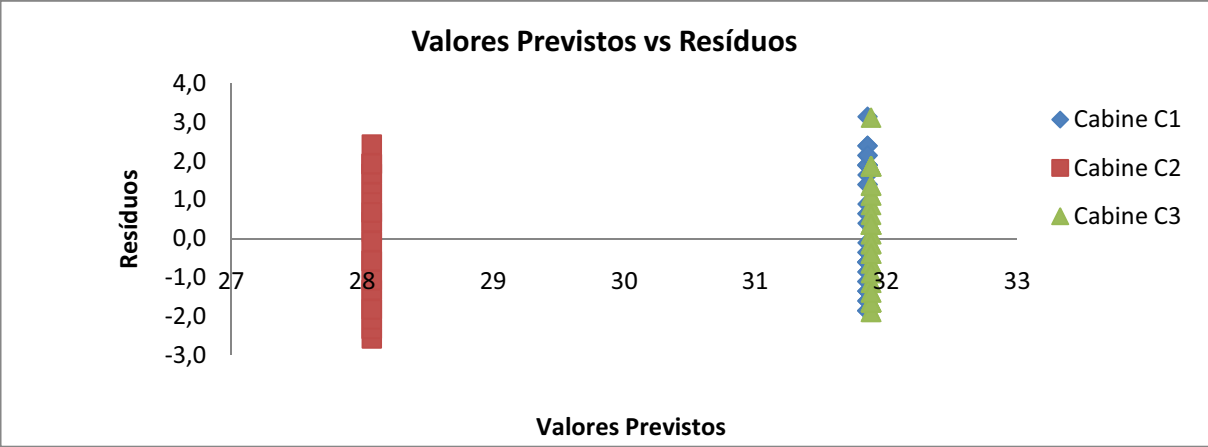


Figura IV.3 Verificação da homogeneidade da variância dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED

Quadro IV.3 Teste da Menor Diferença Significativa dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED

Cabine C1-Cabine C2	3,784
Cabine C1-Cabine C3	0,027
Cabine C2-Cabine C3	3,811
LSD	0,755

A cabine C2 apresenta uma média significativamente diferente das cabines C1 e C3.

Quadro IV.4 Teste de Bartlett para testar a variância dos dados da frente da cabine da característica Espessura de ED

$\alpha$	$n_i$	$m$	$\nu_i$	$\nu$	$S^2$	$C$	$\chi^2_B$	$\chi^2_{\alpha;m-1}$
5%	37	3	36	108	2,039	1,012	0,586	5,991

Não existem diferenças significativas entre as variâncias das cabines C1, C2 e C3.

#### IV.1.2 Lado Direito do Tanque

Tabela IV.3 Observações dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

Observações	Posições ( $\mu\text{m}$ )			Observações	Posições ( $\mu\text{m}$ )		
	Cabine C1	Cabine C2	Cabine C3		Cabine C1	Cabine C2	Cabine C3
1	31,7	31,7	31,7	21	31,7	31,3	32,3
2	33,0	32,7	33,0	22	32,0	31,7	32,7
3	34,3	32,7	32,7	23	31,3	31,7	30,7
4	33,7	32,7	33,3	24	30,7	30,0	31,7
5	34,3	33,7	34,7	25	31,7	30,7	31,7
6	34,0	33,7	33,7	26	32,0	30,7	32,3
7	34,7	33,7	34,3	27	31,7	31,3	31,7
8	36,3	34,7	34,3	28	32,7	30,7	32,7
9	35,7	33,7	35,7	29	32,0	31,7	33,3
10	34,3	33,0	36,0	30	32,7	31,7	33,3
11	31,3	30,7	32,3	31	33,7	32,7	33,3
12	32,7	32,0	32,3	32	33,3	33,0	33,7
13	32,7	31,3	32,3	33	30,7	29,3	30,7
14	32,3	32,3	32,7	34	31,3	30,3	31,7
15	32,7	32,0	33,3	35	31,3	30,3	31,0
16	33,0	32,7	34,3	36	32,0	31,3	32,3
17	34,0	33,3	33,7	37	32,0	31,0	32,3
18	34,3	34,0	34,0	$Y_i$	1218,00	1186,70	1222,67
19	35,0	33,3	34,7	$\bar{Y}_i$	32,92	32,07	33,05
20	35,3	33,7	36,3	$S^2$	2,10	1,66	1,90

Tabela IV.4 Resíduos e Valores previstos dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

Resíduos da Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )
-1,25	32,92	-0,40	32,07	-1,38	33,05
0,08	32,92	0,60	32,07	-0,05	33,05
1,41	32,92	0,60	32,07	-0,38	33,05
0,75	32,92	0,60	32,07	0,29	33,05
1,41	32,92	1,60	32,07	1,62	33,05
1,08	32,92	1,60	32,07	0,62	33,05
1,75	32,92	1,60	32,07	1,29	33,05
3,41	32,92	2,60	32,07	1,29	33,05
2,75	32,92	1,60	32,07	2,62	33,05
1,41	32,92	0,93	32,07	2,95	33,05
-1,59	32,92	-1,40	32,07	-0,71	33,05
-0,25	32,92	-0,07	32,07	-0,71	33,05
-0,25	32,92	-0,74	32,07	-0,71	33,05
-0,59	32,92	0,26	32,07	-0,38	33,05
-0,25	32,92	-0,07	32,07	0,29	33,05
0,08	32,92	0,60	32,07	1,29	33,05
1,08	32,92	1,26	32,07	0,62	33,05
1,41	32,92	1,93	32,07	0,95	33,05
2,08	32,92	1,26	32,07	1,62	33,05
2,41	32,92	1,60	32,07	3,29	33,05
-1,25	32,92	-0,74	32,07	-0,71	33,05
-0,92	32,92	-0,40	32,07	-0,38	33,05
-1,59	32,92	-0,40	32,07	-2,38	33,05
-2,25	32,92	-2,07	32,07	-1,38	33,05
-1,25	32,92	-1,40	32,07	-1,38	33,05
-0,92	32,92	-1,40	32,07	-0,71	33,05
-1,25	32,92	-0,74	32,07	-1,38	33,05
-0,25	32,92	-1,40	32,07	-0,38	33,05
-0,92	32,92	-0,40	32,07	0,29	33,05
-0,25	32,92	-0,40	32,07	0,29	33,05
0,75	32,92	0,60	32,07	0,29	33,05
0,41	32,92	0,93	32,07	0,62	33,05
-2,25	32,92	-2,74	32,07	-2,38	33,05
-1,59	32,92	-1,74	32,07	-1,38	33,05
-1,59	32,92	-1,74	32,07	-2,05	33,05
-0,92	32,92	-0,74	32,07	-0,71	33,05
-0,92	32,92	-1,07	32,07	-0,71	33,05

Quadro IV.5 Desenho com um factor a vários níveis dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

Tabela ANOVA				
Fonte de Variação	SS	g.l.	MS	F <sub>0</sub>
Entre Posições (Cabine C1, Cabine C2 e Cabine C3)	20,68	2	10,34	5,48
Erro (interior)	203,57	108	1,88	
Total	224,25	110		

Conclui-se que há diferenças significativas entre os níveis de espessura do lado direito do tanque nas Cabines C1, C2 e C3.

$$n = 37$$

$$MS_{ERRO} = 1,88$$

$$\alpha = 5\%$$

$$F_{5\%;(2);(108)g.l.} = 3,08$$

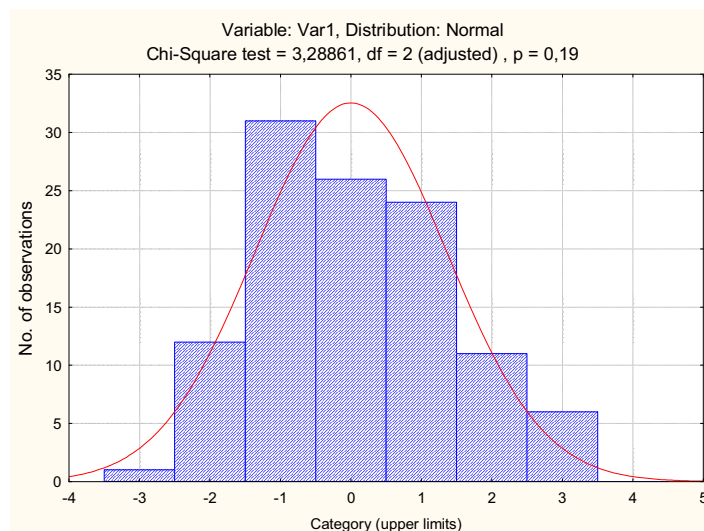


Figura IV.4 Verificação da Normalidade dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

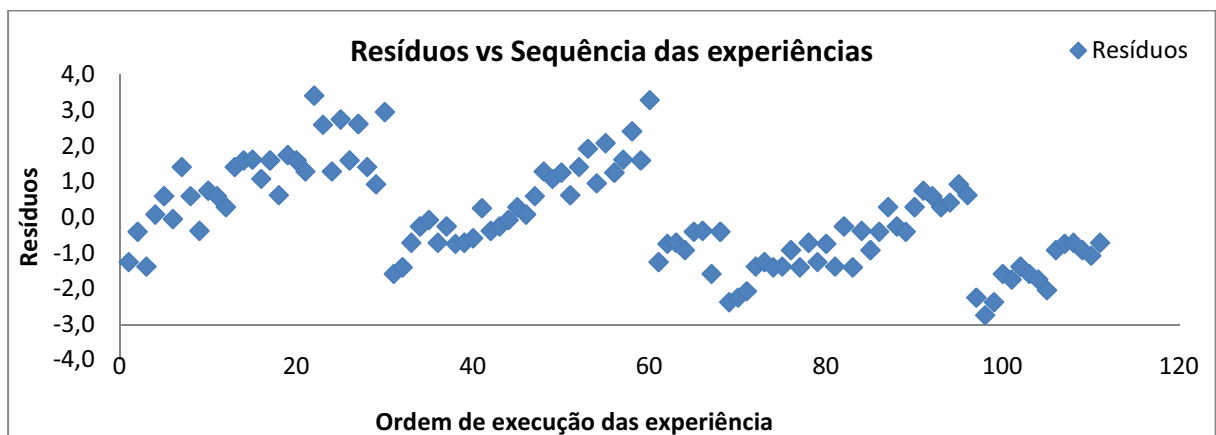


Figura IV.5 Verificação da independência dos resíduos do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

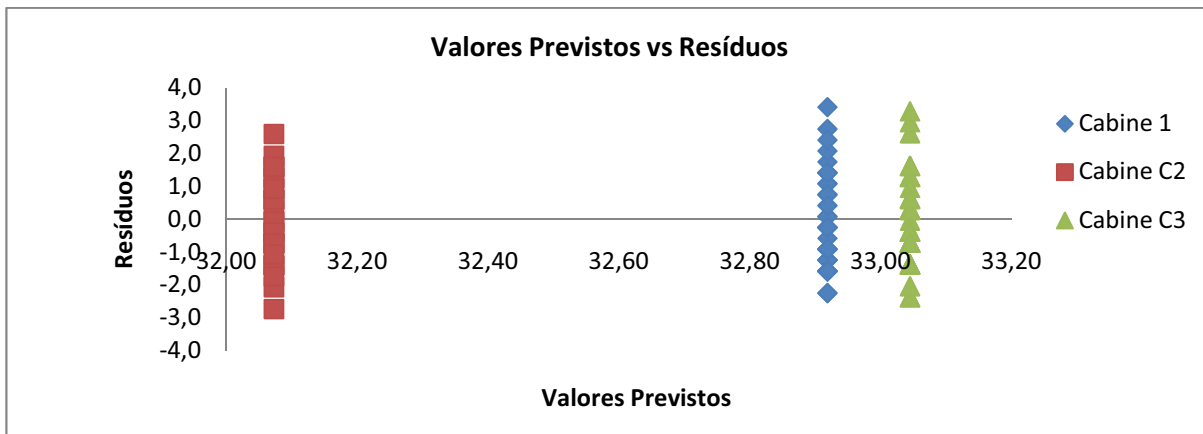


Figura IV.6 Verificação da homogeneidade da variância dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

Quadro IV.6 Teste da Menor Diferença Significativa dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

Cabine C1-Cabine C2	0,846
Cabine C1-Cabine C3	0,126
Cabine C2-Cabine C3	0,972
LSD	0,726

A cabine C2 apresenta uma média significativamente diferente das cabines C1 e C3.

Quadro IV.7 Teste de Bartlett para testar a variância dos dados do lado direito do tanque da característica Espessura de ED

$\alpha$	$n_i$	$m$	$\nu_i$	$\nu$	$S^2$	$C$	$\chi_B^2$	$\chi_{\alpha; m-1}^2$
5%	37	3	36	108	1,885	1,012	0,205	5,991

Não existem diferenças significativas entre as variâncias das cabines C1, C2 e C3.

### IV.1.3 Lado Esquerdo do Tanque

Tabela IV.5 Observações dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED

Observações	Posições ( $\mu m$ )			Observações	Posições ( $\mu m$ )		
	Cabine C1	Cabine C2	Cabine C3		Cabine C1	Cabine C2	Cabine C3
1	32,3	32,3	32,0	21	31,00	30,33	32,67
2	33,0	31,7	33,0	22	33,33	31,67	31,33
3	33,7	31,7	33,3	23	30,33	31,00	30,67
4	33,7	32,3	32,7	24	31,33	30,33	30,33
5	34,3	32,7	33,3	25	31,33	30,67	30,67
6	33,3	32,7	33,3	26	32,00	31,33	31,67
7	34,3	34,0	34,7	27	31,67	30,67	31,33
8	33,7	33,7	33,7	28	31,67	30,33	31,00
9	34,3	34,3	34,3	29	32,33	31,33	32,33
10	35,7	33,3	35,7	30	33,33	31,67	33,33
11	30,7	31,0	30,7	31	34,33	32,67	32,67
12	32,3	31,0	31,3	32	34,00	33,33	34,00
13	32,7	31,3	31,7	33	30,00	29,33	30,00
14	33,7	32,7	32,7	34	31,00	31,00	30,33
15	32,3	32,3	33,3	35	32,00	31,33	32,00
16	34,0	31,3	32,7	36	32,00	31,67	31,00
17	33,3	32,0	33,3	37	32,33	31,33	30,67
18	33,0	32,7	34,3	$Y_i$	1212,33	1180,32	1200,00
19	33,7	33,0	34,0	$\bar{Y}_i$	32,77	31,90	32,43
20	34,3	34,3	34,0	$S^2$	1,74	1,41	2,04

Tabela IV.6 Resíduos e Valores previstos dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED

Resíduos da Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )
-0,43	32,77	0,43	31,90	-0,43	32,43
0,23	32,77	-0,23	31,90	0,57	32,43
0,90	32,77	-0,23	31,90	0,90	32,43
0,90	32,77	0,43	31,90	0,23	32,43
1,57	32,77	0,77	31,90	0,90	32,43
0,57	32,77	0,77	31,90	0,90	32,43
1,57	32,77	2,10	31,90	2,23	32,43
0,90	32,77	1,77	31,90	1,23	32,43
1,57	32,77	2,43	31,90	1,90	32,43
2,90	32,77	1,43	31,90	3,23	32,43
-2,10	32,77	-0,90	31,90	-1,77	32,43
-0,43	32,77	-0,90	31,90	-1,10	32,43
-0,10	32,77	-0,57	31,90	-0,77	32,43
0,90	32,77	0,77	31,90	0,23	32,43
-0,43	32,77	0,43	31,90	0,90	32,43
1,23	32,77	-0,57	31,90	0,23	32,43
0,57	32,77	0,10	31,90	0,90	32,43
0,23	32,77	0,77	31,90	1,90	32,43
0,90	32,77	1,10	31,90	1,57	32,43
1,57	32,77	2,43	31,90	1,57	32,43
-1,77	32,77	-1,57	31,90	0,23	32,43
0,57	32,77	-0,23	31,90	-1,10	32,43
-2,43	32,77	-0,90	31,90	-1,77	32,43
-1,43	32,77	-1,57	31,90	-2,10	32,43
-1,43	32,77	-1,23	31,90	-1,77	32,43
-0,77	32,77	-0,57	31,90	-0,77	32,43
-1,10	32,77	-1,23	31,90	-1,10	32,43
-1,10	32,77	-1,57	31,90	-1,43	32,43
-0,43	32,77	-0,57	31,90	-0,10	32,43
0,57	32,77	-0,23	31,90	0,90	32,43
1,57	32,77	0,77	31,90	0,23	32,43
1,23	32,77	1,43	31,90	1,57	32,43
-2,77	32,77	-2,57	31,90	-2,43	32,43
-1,77	32,77	-0,90	31,90	-2,10	32,43
-0,77	32,77	-0,57	31,90	-0,43	32,43
-0,77	32,77	-0,23	31,90	-1,43	32,43
-0,43	32,77	-0,57	31,90	-1,77	32,43



Quadro IV.8 Desenho com um factor a vários níveis dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED

Tabela ANOVA				
Fonte de Variação	SS	g.l.	MS	F <sub>0</sub>
Entre Posições (Cabine C1, Cabine C2 e Cabine C3)	14,09	2	7,05	4,07
Erro (interior)	186,82	108	1,73	
Total	200,92	110		

Conclui-se que há diferenças significativas entre os níveis de espessura do lado direito do tanque nas cabines C1, C2 e C3.

$$n = 37$$

$$MS_{ERRO} = 1,73$$

$$\alpha = 5\%$$

$$F_{5\%;(2);(108)g.l.} = 3,08$$

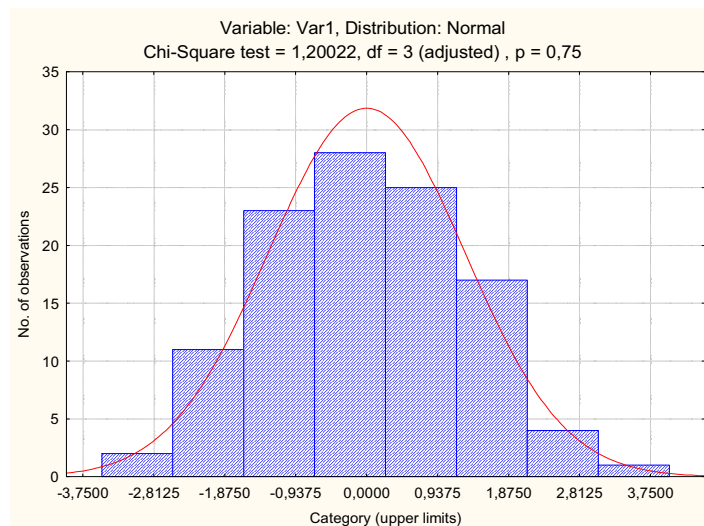


Figura IV.7 Verificação da Normalidade dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED

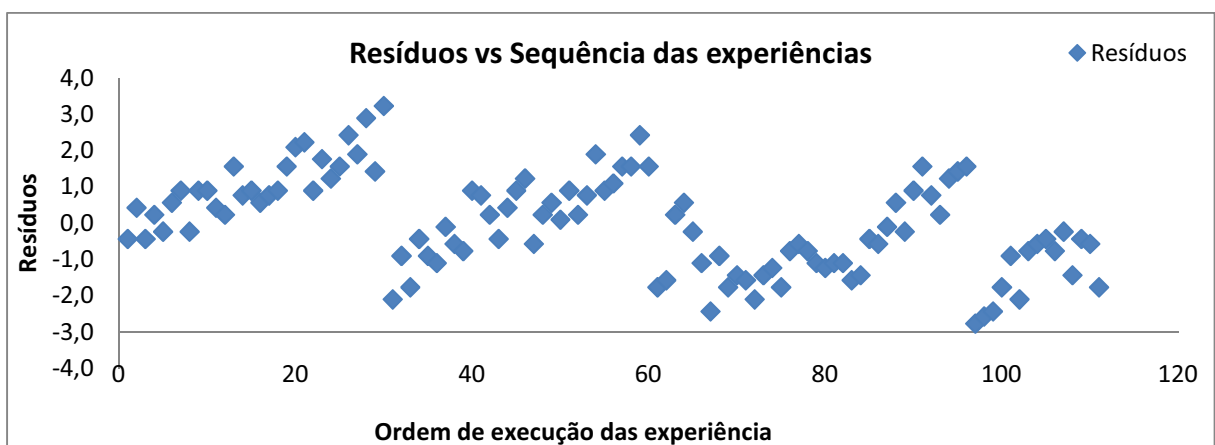


Figura IV.8 Verificação da independência dos resíduos do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED



Figura IV.9 Verificação da homogeneidade da variância dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED

Quadro IV.9 Teste da Menor Diferença Significativa dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED

Cabine C1-Cabine C2	0,865
Cabine C1-Cabine C3	0,333
Cabine C2-Cabine C3	0,532
LSD	0,695

A cabine C2 apresenta uma média significativamente diferente da cabine C1.

Quadro IV.10 Teste de Bartlett para testar a variância dos dados do lado esquerdo do tanque da característica Espessura de ED

$\alpha$	$n_i$	$m$	$\nu_i$	$\nu$	$S^2$	$C$	$\chi^2_B$	$\chi^2_{\alpha;m-1}$
5%	37	3	36	108	1,730	1,012	0,533	5,991

Não existem diferenças significativas entre as variâncias das cabines C1, C2 e C3.

#### IV.1.4 Lado Direito do Tanque vs Lado Esquerdo do Tanque

##### IV.1.4.1 Cabine C1

Tabela IV.7 Observações dos dados Lados da Cabine C1

Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )		Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )	
	Lado Direito da Cabine C1	Lado Esquerdo da Cabine C1		Lado Direito da Cabine C1	Lado Esquerdo da Cabine C1
1	31,67	32,33	20	35,33	34,33
2	33,00	33,00	21	31,67	31,00
3	34,33	33,67	22	32,00	33,33
4	33,67	33,67	23	31,33	30,33
5	34,33	34,33	24	30,67	31,33
6	34,00	33,33	25	31,67	31,33
7	34,67	34,33	26	32,00	32,00
8	36,33	33,67	27	31,67	31,67
9	35,67	34,33	28	32,67	31,67
10	34,33	35,67	29	32,00	32,33
11	31,33	30,67	30	32,67	33,33
12	32,67	32,33	31	33,67	34,33
13	32,67	32,67	32	33,33	34,00
14	32,33	33,67	33	30,67	30,00
15	32,67	32,33	34	31,33	31,00
16	33,00	34,00	35	31,33	32,00
17	34,00	33,33	36	32,00	32,00
18	34,33	33,00	37	32,00	32,33
19	35,00	33,67	$\bar{X}$	32,92	32,77

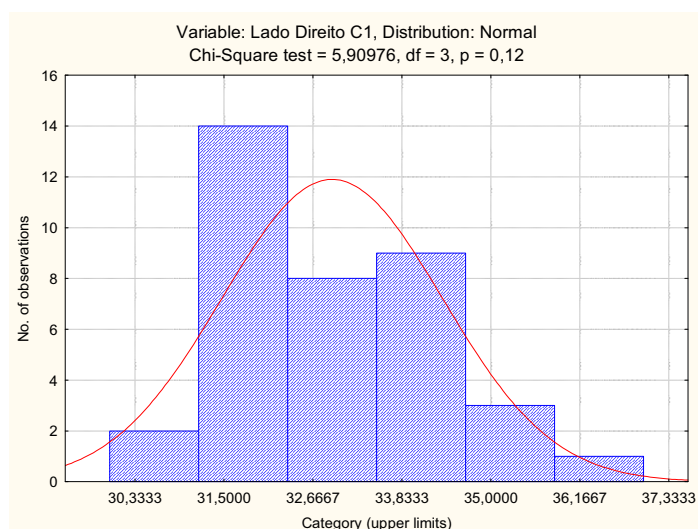


Figura IV.10 Verificação da Normalidade dos dados lado direito da cabine C1

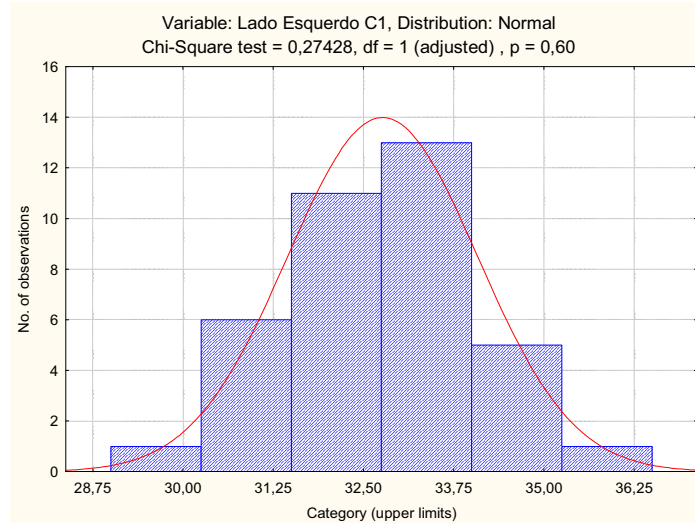


Figura IV.11 Verificação da Normalidade dos dados lado esquerdo da cabine C1

Quadro IV.11 Teste às variâncias dos dados lados da cabine C1

$n_{DC1}$	$n_{EC1}$	$S_{DC1}^2$	$S_{EC1}^2$	$F_0$	$F_{\alpha/2; (n1-1)(n2-2)}$
37	37	2,10	1,74	1,20	1,942

Não se avaliam diferenças significativas entre as variâncias do lado direito da cabine C1 e do lado esquerdo da cabine C1. Assim conclui-se que não existem diferenças significativas nas laterais da cabine C1.

Quadro IV.12 Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados lados da cabine C1

$S_p^2$	$S_p$	$t_0$	$t_{\alpha/2; v}$
1,92	1,39	0,48	1,99

Não existem diferenças significativas entre as médias das duas laterais da cabine C1.

#### IV.1.4.2 Cabine C2

Tabela IV.8 Observações dos dados lados da cabine C2

Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )			Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )	
	Lado Direito da Cabine C2	Lado Esquerdo da Cabine C2			Lado Direito da Cabine C2	Lado Esquerdo da Cabine C2
1	31,67	32,33		20	33,67	34,33
2	32,67	31,67		21	31,33	30,33
3	32,67	31,67		22	31,67	31,67
4	32,67	32,33		23	31,67	31,00
5	33,67	32,67		24	30,00	30,33
6	33,67	32,67		25	30,67	30,67
7	33,67	34,00		26	30,67	31,33
8	34,67	33,67		27	31,33	30,67
9	33,67	34,33		28	30,67	30,33
10	33,00	33,33		29	31,67	31,33
11	30,67	31,00		30	31,67	31,67
12	32,00	31,00		31	32,67	32,67
13	31,33	31,33		32	33,00	33,33
14	32,33	32,67		33	29,33	29,33
15	32,00	32,33		34	30,33	31,00
16	32,67	31,33		35	30,33	31,33
17	33,33	32,00		36	31,33	31,67
18	34,00	32,67		37	31,00	31,33
19	33,33	33,00		$\bar{X}$	32,07	31,90

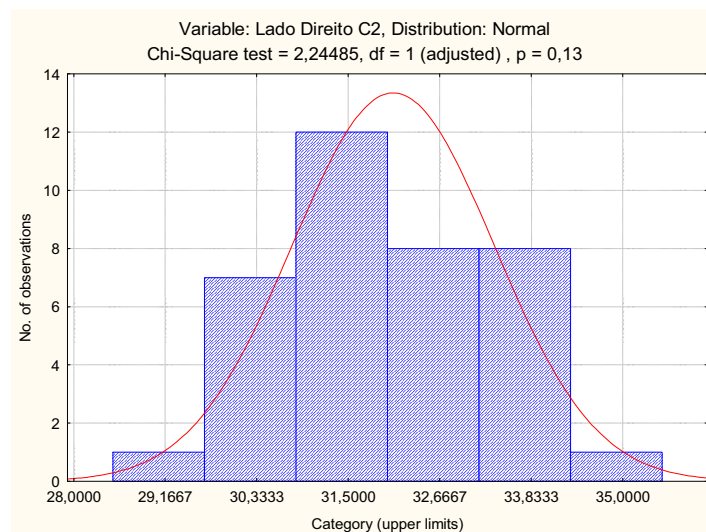


Figura IV.12 Verificação da Normalidade dos dados lado direito da cabine C2

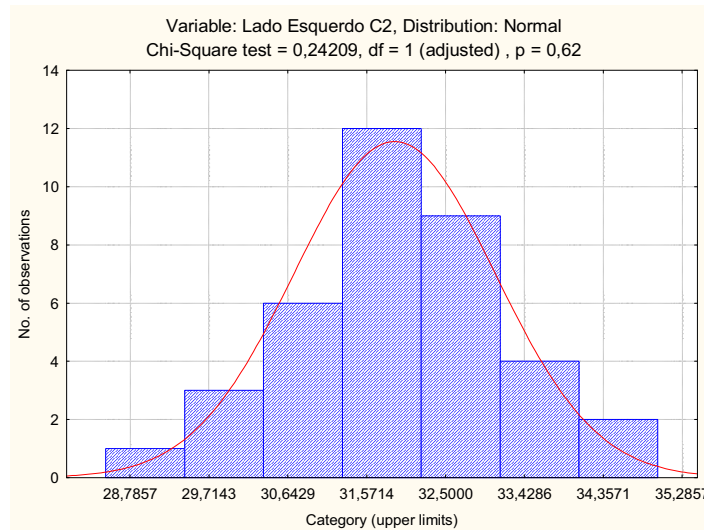


Figura IV.13 Verificação da Normalidade dos dados lado esquerdo da cabine C2

Quadro IV.13 Teste às variâncias dos dados lados da cabine C2

$n_{DC1}$	$n_{EC1}$	$S_{DC2}^2$	$S_{EC2}^2$	$F_0$	$F_{\alpha/2; (n1-1)(n2-2)}$
37	37	1,66	1,41	1,18	1,942

Não se avaliam diferenças significativas entre as variâncias do lado direito da cabine C2 e lado esquerdo da cabine C2. Assim conclui-se que não existem diferenças significativas nas laterais da cabine C2.

Quadro IV.14 Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados Lados da Cabine C2

$S_P^2$	$S_p$	$t_0$	$t_{\frac{\alpha}{2}; v}$
1,54	1,24	0,60	1,99

Não existem diferenças significativas entre as médias das duas laterais da cabine C2.

#### IV.1.4.3 Cabine C3

Tabela IV.9 Observações dos dados lados da cabine C3

Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )		Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )	
	Lado Direito da Cabine C3	Lado Esquerdo da Cabine C3		Lado Direito da Cabine C3	Lado Esquerdo da Cabine C3
1	31,67	32,00	20	36,33	34,00
2	33,00	33,00	21	32,33	32,67
3	32,67	33,33	22	32,67	31,33
4	33,33	32,67	23	30,67	30,67
5	34,67	33,33	24	31,67	30,33
6	33,67	33,33	25	31,67	30,67
7	34,33	34,67	26	32,33	31,67
8	34,33	33,67	27	31,67	31,33
9	35,67	34,33	28	32,67	31,00
10	36,00	35,67	29	33,33	32,33
11	32,33	30,67	30	33,33	33,33
12	32,33	31,33	31	33,33	32,67
13	32,33	31,67	32	33,67	34,00
14	32,67	32,67	33	30,67	30,00
15	33,33	33,33	34	31,67	30,33
16	34,33	32,67	35	31,00	32,00
17	33,67	33,33	36	32,33	31,00
18	34,00	34,33	37	32,33	30,67
19	34,67	34,00	$\bar{X}$	33,05	32,43

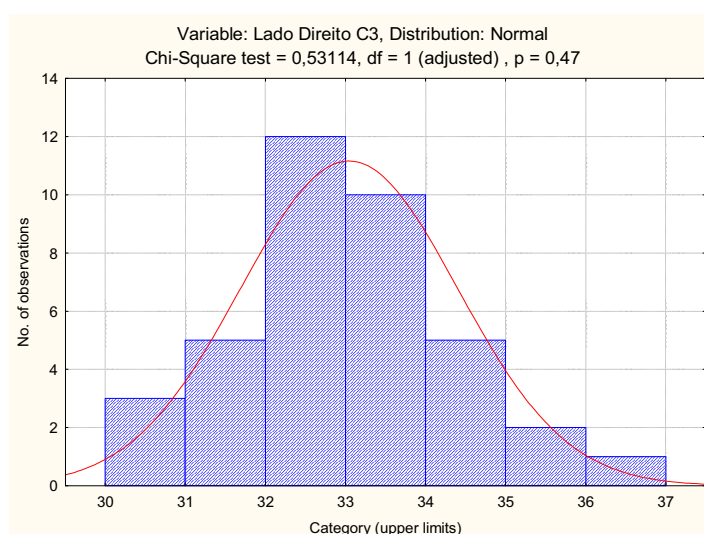


Figura IV.14 Verificação da Normalidade dos dados lado direito da cabine C3

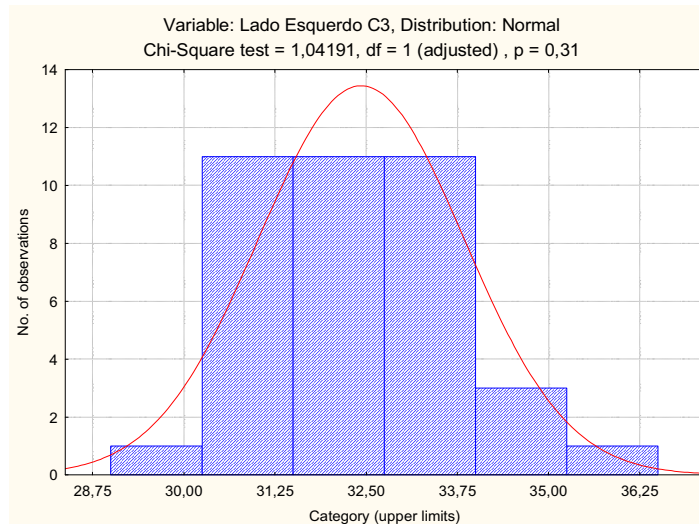


Figura IV.15 Verificação da Normalidade dos dados lado esquerdo da cabine C3

Quadro IV.15 Teste às variâncias dos dados lados da cabine C3

$n_{DC1}$	$n_{EC1}$	$S_{DC3}^2$	$S_{EC3}^2$	$F_0$	$F_{\alpha/2; (n1-1)(n2-2)}$
37	37	1,90	2,04	0,93	1,942

Não se avaliam diferenças significativas entre as variâncias do lado direito da cabine C3 e lado esquerdo da cabine C3. Assim conclui-se que não existem diferenças significativas nas laterais da cabine C3.

Quadro IV.16 Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados lados da cabine C3

$S_p^2$	$S_p$	$t_0$	$t_{\alpha/2; \nu}$
1,97	1,40	1,88	1,99

Não existem diferenças significativas entre as médias das duas laterais da cabine C3.



## IV.1.5 Laterais vs Frentes das Cabines

### IV.1.5.1 Cabine C1

Tabela IV.10 Observações dos dados lados e frentes da cabine C1

Observações	Lados ( $\mu m$ )		Observações	Lados ( $\mu m$ )	
	Frente da Cabine C1	Lateral da Cabine C1		Frente da Cabine C1	Lateral da Cabine C1
1	30,5	32,0	20	34,0	34,8
2	30,0	33,0	21	31,5	31,3
3	34,3	34,0	22	31,5	32,7
4	32,3	33,7	23	30,0	30,8
5	31,3	34,3	24	30,0	31,0
6	34,0	33,7	25	30,8	31,5
7	33,8	34,5	26	30,0	32,0
8	35,0	35,0	27	30,5	31,7
9	34,3	35,0	28	30,8	32,2
10	33,8	35,0	29	30,8	32,2
11	31,0	31,0	30	31,3	33,0
12	31,3	32,5	31	32,5	34,0
13	32,8	32,7	32	31,3	33,7
14	33,8	33,0	33	30,3	30,3
15	31,8	32,5	34	30,0	31,2
16	32,5	33,5	35	30,3	31,7
17	33,3	33,7	36	30,5	32,0
18	33,5	33,7	37	31,0	32,2
19	33,3	34,3	$\bar{X}$	31,86	32,84

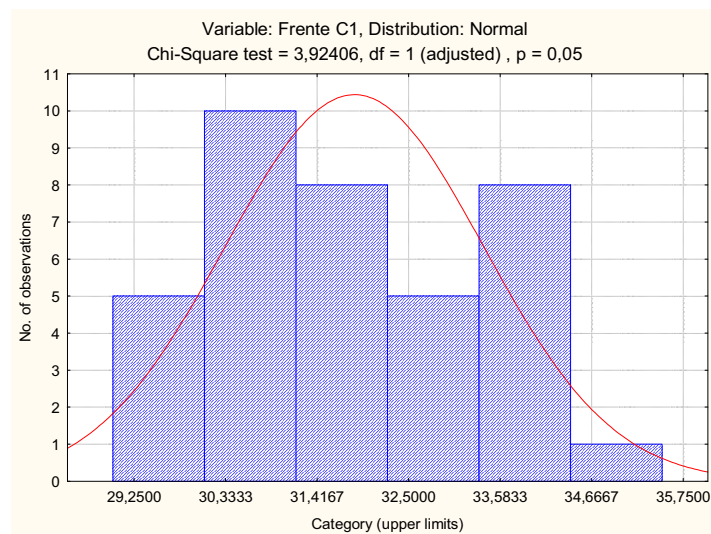


Figura IV.16 Verificação da Normalidade dos dados da frente da cabine C1

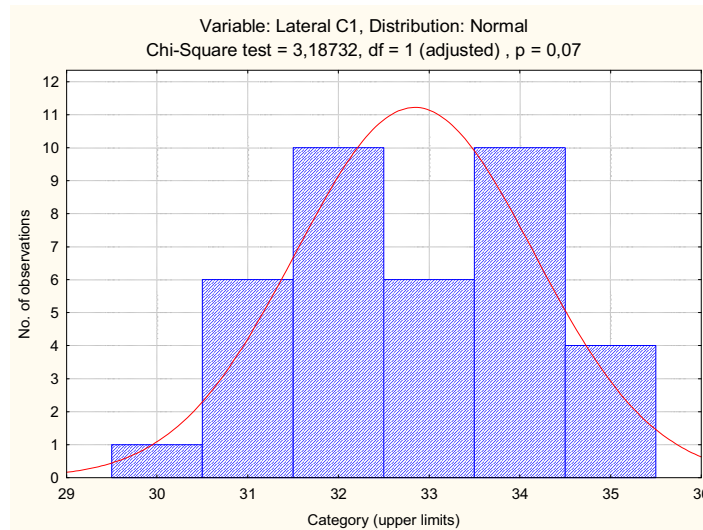


Figura IV.17 Verificação da Normalidade dos dados da lateral cabine C1

Quadro IV.17 Teste às variâncias dos dados da lateral e frente cabine C1

$n_{DC1}$	$n_{EC1}$	$S_{FC1}^2$	$S_{LC1}^2$	$F_0$	$F_{\alpha/2; (n1-1)(n2-2)}$
37	37	2,35	1,73	1,36	1,942

Não existem diferenças significativas entre as variâncias da frente da cabine C1 e lateral da cabine C1.

Quadro IV.18 Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados da lateral e frente da cabine C1

$S_p^2$	$S_p$	$t_0$	$t_{\alpha/2; v}$
2,04	1,43	2,97	1,99

Existem diferenças significativas entre as médias da frente e lateral da cabine C1.

#### IV.1.5.2 Cabine C2

Tabela IV.11 Observações dos dados lados e frentes da cabine C2

Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )			Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )	
	Frente da Cabine C2	Lateral da Cabine C2			Frente da Cabine C2	Lateral da Cabine C2
1	30,5	32,0		20	30,0	34,0
2	30,0	32,2		21	28,8	30,8
3	28,3	32,2		22	29,0	31,7
4	28,5	32,5		23	26,8	31,3
5	28,8	33,2		24	26,3	30,2
6	28,5	33,2		25	28,0	30,7
7	29,5	33,8		26	26,8	31,0
8	29,8	34,2		27	26,3	31,0
9	30,0	34,0		28	27,0	30,5
10	29,8	33,2		29	25,8	31,5
11	26,5	30,8		30	27,0	31,7
12	27,5	31,5		31	28,0	32,7
13	30,0	31,3		32	28,8	33,2
14	27,5	32,5		33	25,5	29,3
15	29,3	32,2		34	25,8	30,7
16	27,5	32,0		35	26,0	30,8
17	29,3	32,7		36	27,5	31,5
18	29,3	33,3		37	26,3	31,2
19	29,3	33,2		$\bar{X}$	28,07	31,99

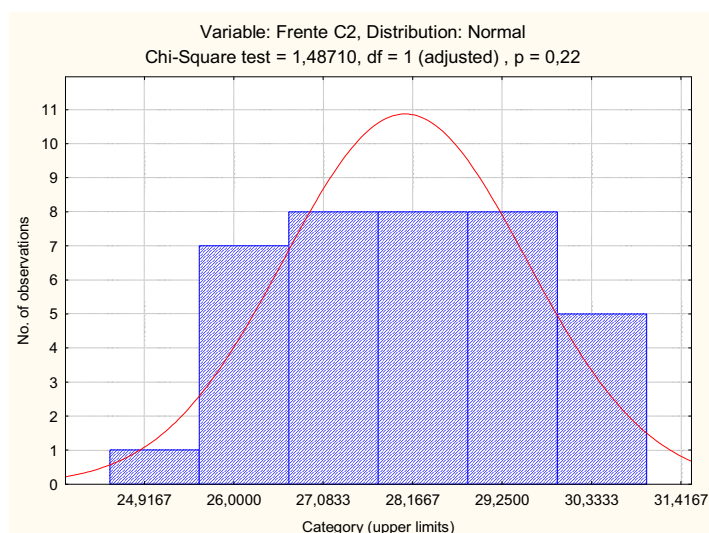


Figura IV.18 Verificação da Normalidade dos dados frente da cabine C2

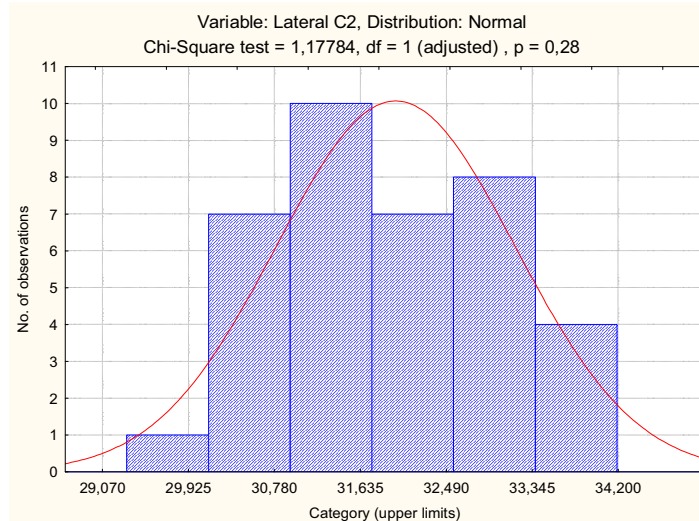


Figura IV.19 Verificação da Normalidade dos dados da lateral cabine C2

Quadro IV.19 Teste às variâncias dos dados da lateral e frente Cabine C2

$n_{DC1}$	$n_{EC1}$	$S_{FC2}^2$	$S_{LC2}^2$	$F_0$	$F_{\alpha/2; (n1-1)(n2-2)}$
37	37	2,16	1,42	1,52	1,942

Não existem diferenças significativas entre as variâncias da frente da cabine C2 e lateral da cabine C2.

Quadro IV.20 Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados da lateral e frente da cabine C2

$S_p^2$	$S_p$	$t_0$	$t_{\alpha/2; v}$
1,79	1,34	12,58	1,99

Existem diferenças significativas entre as médias da frente e lateral da cabine C2.

### IV.1.5.3 Cabine C3

Tabela IV.12 Observações dos dados lados e frentes da cabine C3

Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )		Observações	Lados ( $\mu\text{m}$ )	
	Frente da Cabine C3	Lateral da Cabine C3		Frente da Cabine C3	Lateral da Cabine C3
1	32,0	31,8	20	33,8	35,2
2	32,3	33,0	21	31,3	32,5
3	32,3	33,0	22	32,3	32,0
4	33,0	33,0	23	30,0	30,7
5	32,8	34,0	24	30,8	31,0
6	33,0	33,5	25	30,8	31,2
7	33,8	34,5	26	30,5	32,0
8	32,0	34,0	27	30,3	31,5
9	35,0	35,0	28	31,3	31,8
10	33,8	35,8	29	31,0	32,8
11	31,8	31,5	30	31,5	33,3
12	31,5	31,8	31	31,8	33,0
13	32,3	32,0	32	31,5	33,8
14	31,8	32,7	33	30,3	30,3
15	32,5	33,3	34	30,0	31,0
16	33,8	33,5	35	30,3	31,5
17	32,3	33,5	36	30,3	31,7
18	33,3	34,2	37	30,5	31,5
19	33,3	34,3	$\bar{X}$	31,89	32,74

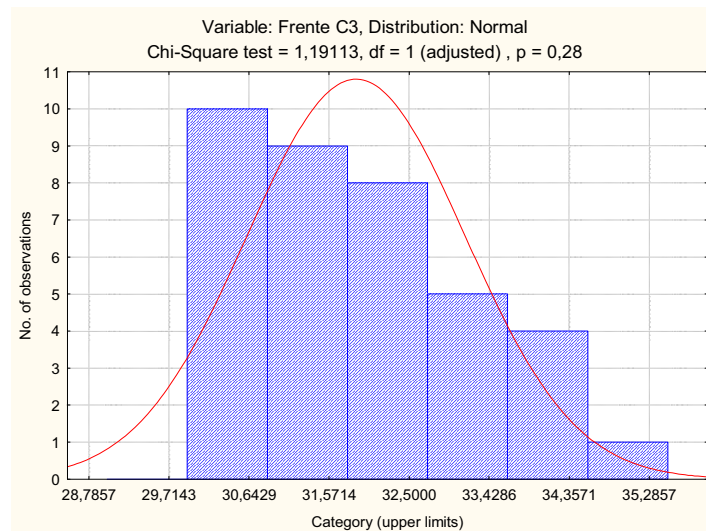


Figura IV.20 Verificação da Normalidade dos dados da frente da cabine C3

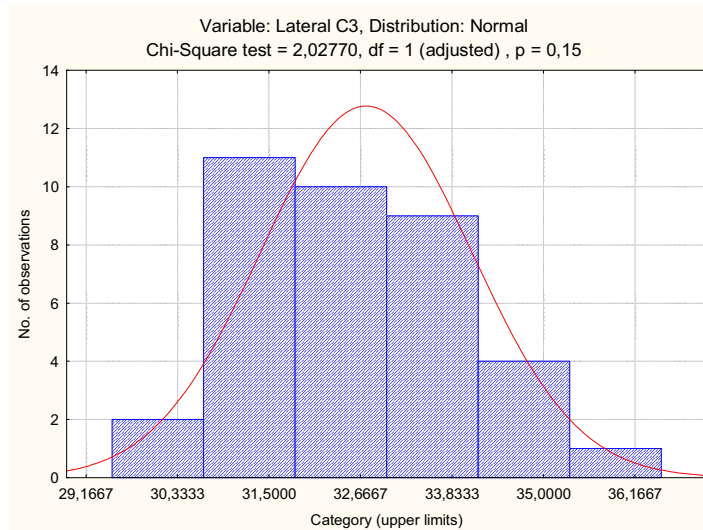


Figura IV.21 Verificação da Normalidade dos dados lateral da cabine C3

Quadro IV.21 Teste às variâncias dos dados lateral e frente da cabine C3

$n_{DC1}$	$n_{EC1}$	$S_{FC3}^2$	$S_{LC3}^2$	$F_0$	$F_{\alpha/2; (n1-1)(n2-2)}$
37	37	1,61	1,82	0,89	1,942

Não existem diferenças significativas entre as variâncias da frente da cabine C3 e lateral da cabine C3.

Quadro IV.22 Teste às médias com variâncias não significativamente diferentes dos dados lateral e frente da cabine C3

$S_p^2$	$S_p$	$t_0$	$t_{\alpha/2; v}$
1,71	1,31	2,80	1,99

Existem diferenças significativas entre as médias da frente e lateral da cabine C3.

## IV.2 Verificação da Auto-correlação dos Dados Linha de ED

### IV.2.1 Espessura Frente C1

Analisando as Figura IV.22 e Figura IV.23, verifica-se que não existe auto-correlação significativa dos dados, uma vez que os coeficientes de auto-correlação estimados pertencem ao respectivo intervalo de confiança.

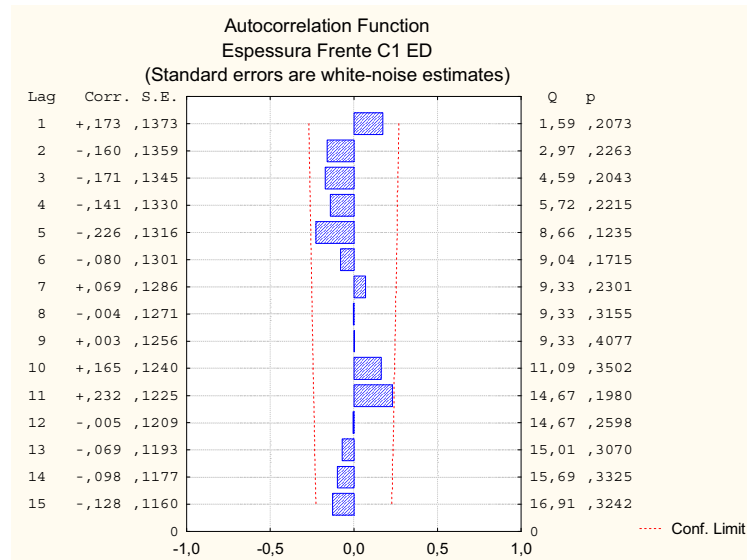


Figura IV.22: *FACE* referente à característica Espessura Frente C1

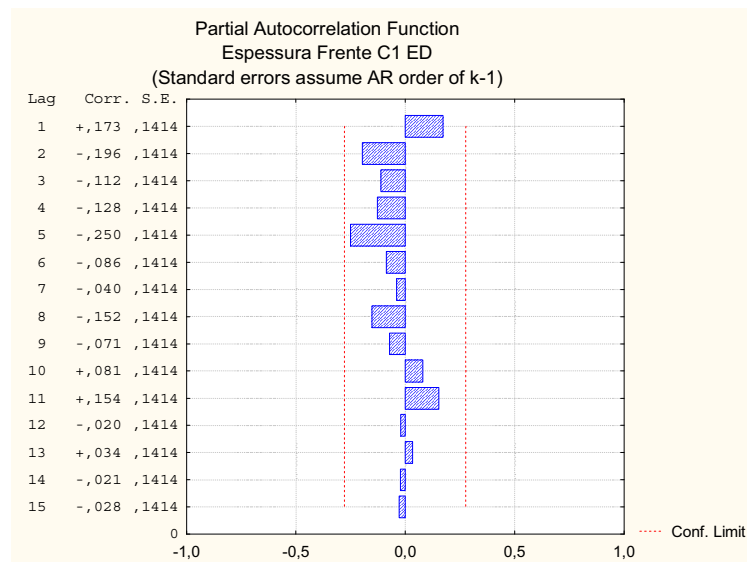


Figura IV.23: *FACPE* referente à característica Espessura Frente C1

### IV.2.2 Espessura Frente C3

Analisando a Figura IV.24 e a Figura IV.25, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado “lag” 2 (0,297) não pertence ao respectivo intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR(2)*.

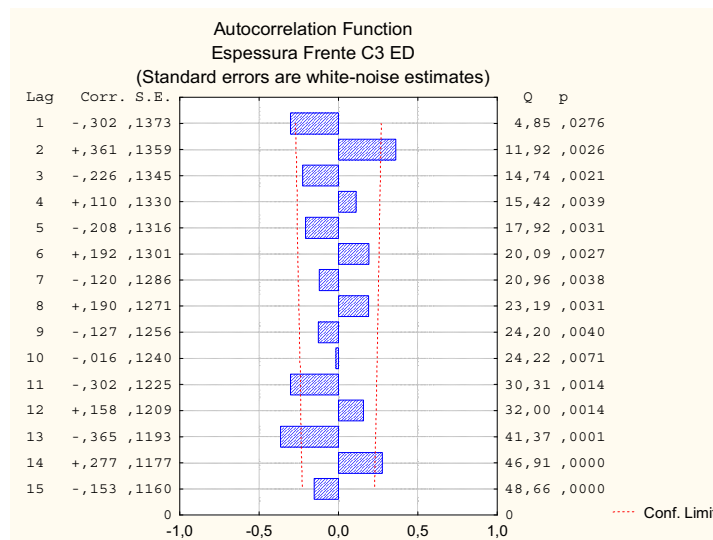


Figura IV.24: *FACE* referente à característica Espessura Frente C3

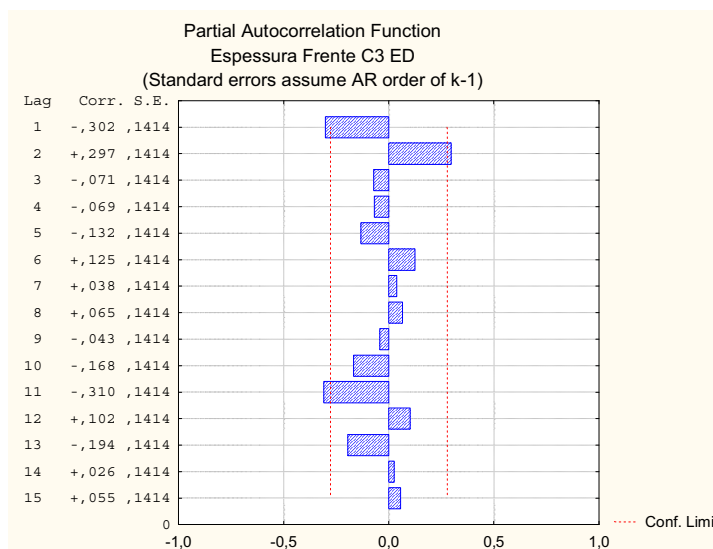


Figura IV.25: *FACPE* referente à característica Espessura Frente C3



Os parâmetros do modelo foram estimados através do software “Statistica” e encontram-se no Quadro IV.23.

Quadro IV.23: Parâmetros do modelo  $AR(2)$  referentes à característica Espessura Frente C3

Espessura Frente C3 Transformação: Não Modelo (2,0,0) MS Residual = 0,78475						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	33,89160	0,139399	243,1273	0,000000	33,61117	34,17203
$\phi_2$	0,30685	0,143902	2,1324	0,038232	0,01736	0,59635

A verificação da independência dos resíduos é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura IV.26 e na Figura IV.27

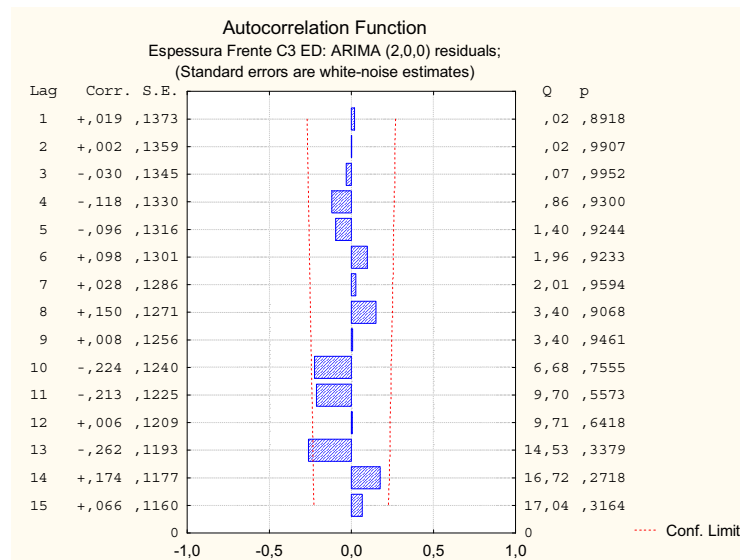


Figura IV.26: *FACE* dos resíduos referentes à característica Espessura Frente C3

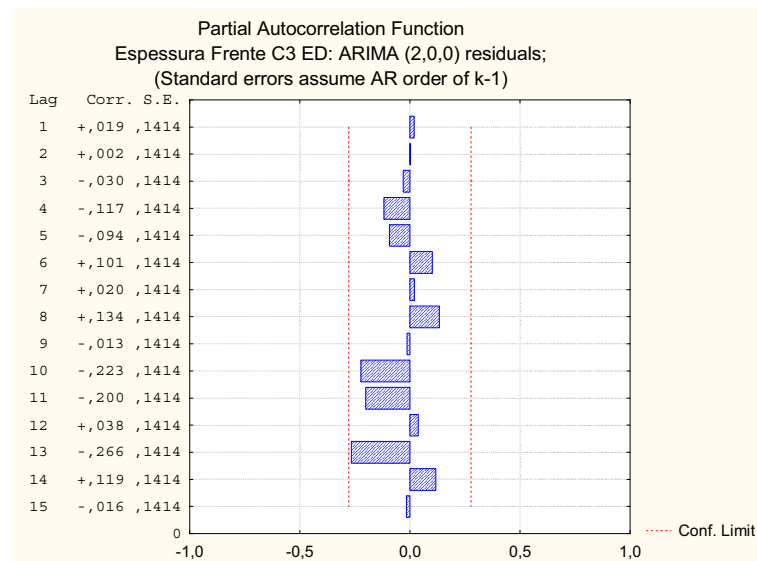


Figura IV.27: *FACPE* dos resíduos referentes à característica Espessura Frente C3

Observando a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Espessura Frente C3, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

### IV.2.3 Espessura Lateral C1

Analisando a Figura IV.28 e a Figura IV.29, verifica-se que não existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque os coeficientes de auto-correlação estimados pertencem ao respectivo intervalo de confiança.

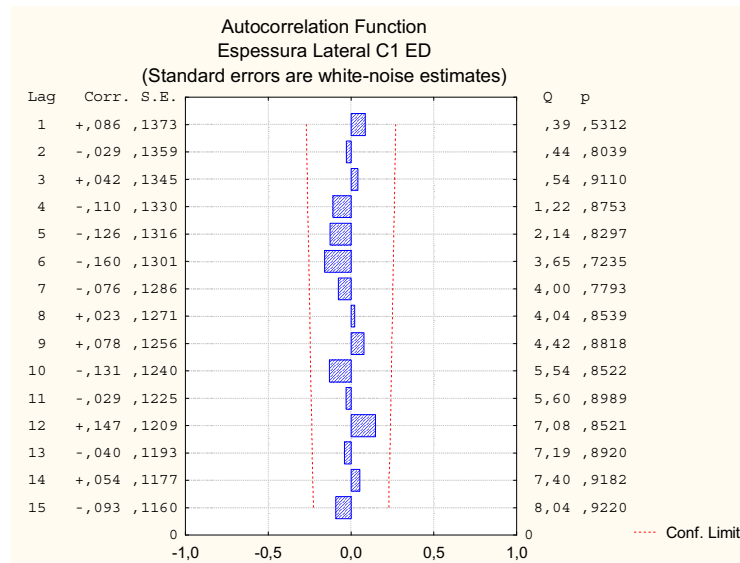


Figura IV.28: *FACE* referente à característica Espessura Lateral C1

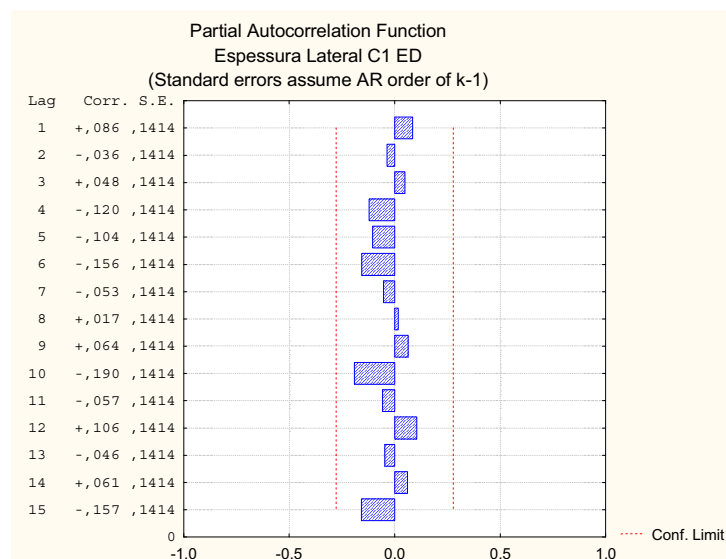


Figura IV.29: *FACPE* referente à característica Espessura Lateral C1

#### IV.2.4 Espessura Lateral C3

Analisando a Figura IV.30 e a Figura IV.31, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, uma vez que o coeficiente de auto-correlação estimado “lag” 1 (0,294) não pertence ao respectivo intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

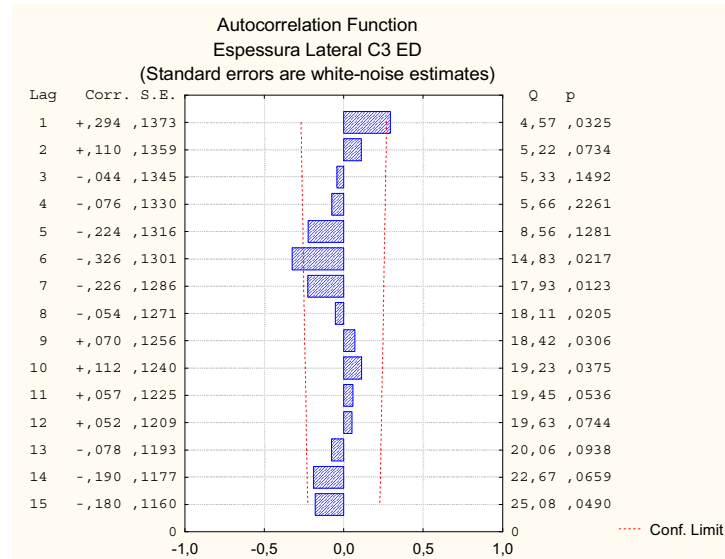


Figura IV.30: *FACE* referente à característica Espessura Lateral C3

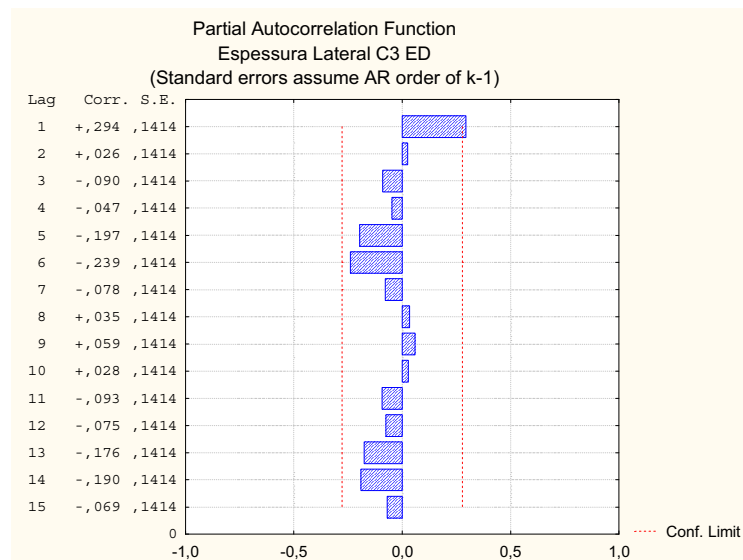


Figura IV.31: *FACPE* referente à característica Espessura Lateral C3

Os parâmetros do modelo foram estimados recorrendo ao software “Statistica” e apresentam-se no Quadro IV.24.

Quadro IV.24 Parâmetros do modelo  $AR(1)$  referentes à característica Espessura Lateral C3

Espessura Lateral C3						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 0,47083						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	33,85962	0,137530	246,1983	0,000000	33,58310	34,13615
$\phi_1$	0,29386	0,139515	2,1063	0,040431	0,01335	0,57438

A independência dos resíduos é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura IV.32 e Figura IV.33.

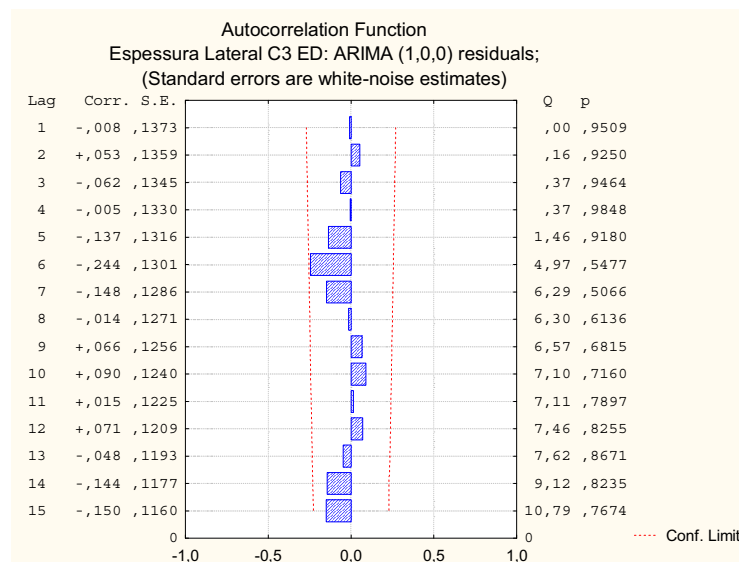


Figura IV.32: *FACE* dos resíduos referente à característica Espessura Lateral C3

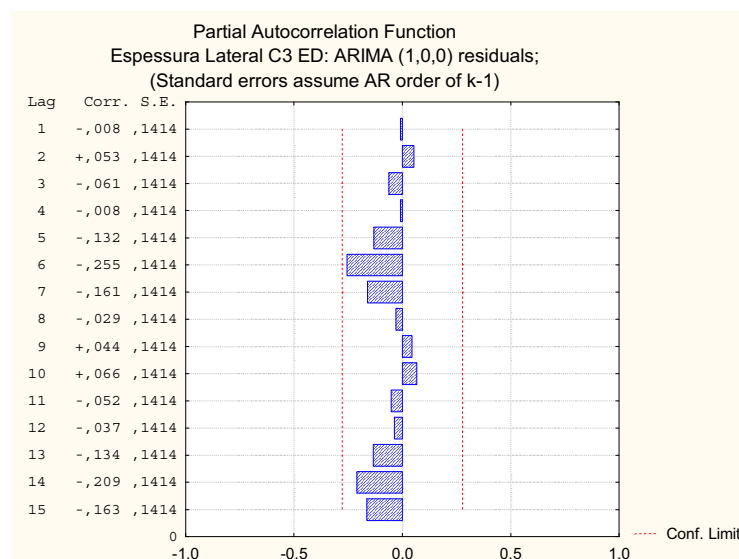


Figura IV.33: *FACPE* dos resíduos referentes à característica Espessura Lateral C3

Observando a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Espessura Lateral C3, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

#### IV.2.5 Espessura Frente C2

Analisando a Figura IV.34 e a Figura IV.35, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado “lag” 1 (0,522) não pertence ao respectivo intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

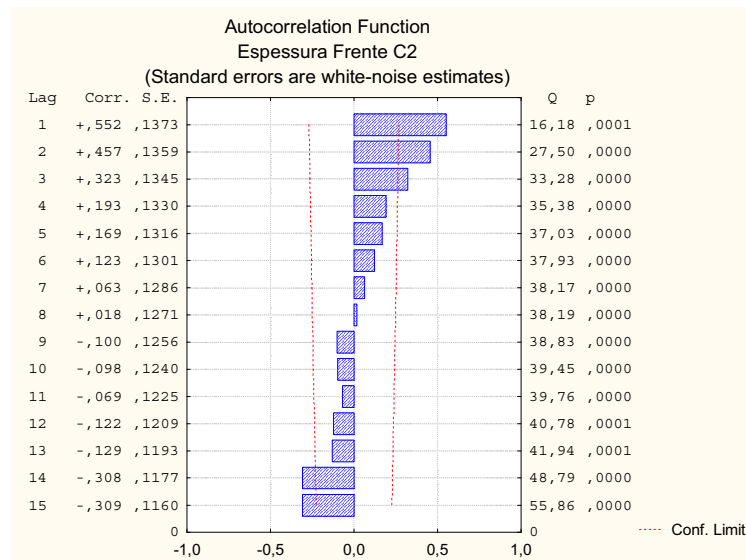


Figura IV.34: *FACE* referente à característica Espessura Frente C2

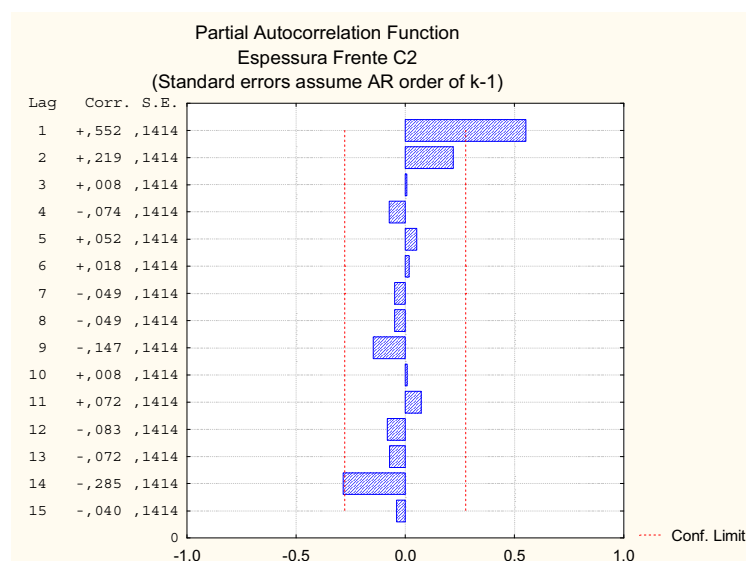


Figura IV.35: *FACPE* referente à característica Espessura Frente C2

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e apresentam-se no Quadro IV.25.

Quadro IV.25 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Espessura Frente C2

Espessura Frente C2						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 1,5035						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	28,55218	0,390035	73,20412	0,000000	27,76796	29,33640
$\phi_1$	0,55789	0,123961	4,50049	0,000043	0,30864	0,80713

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura IV.36 e na Figura IV.37.

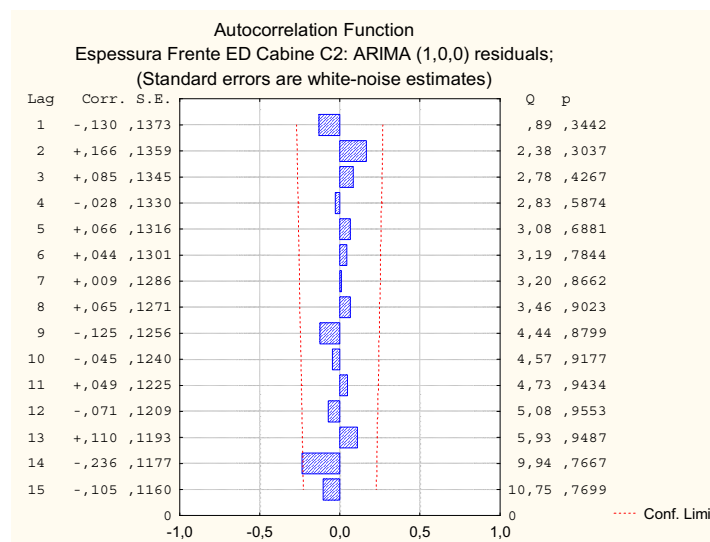


Figura IV.36: *FACE* dos resíduos referente à característica Espessura Frente C2

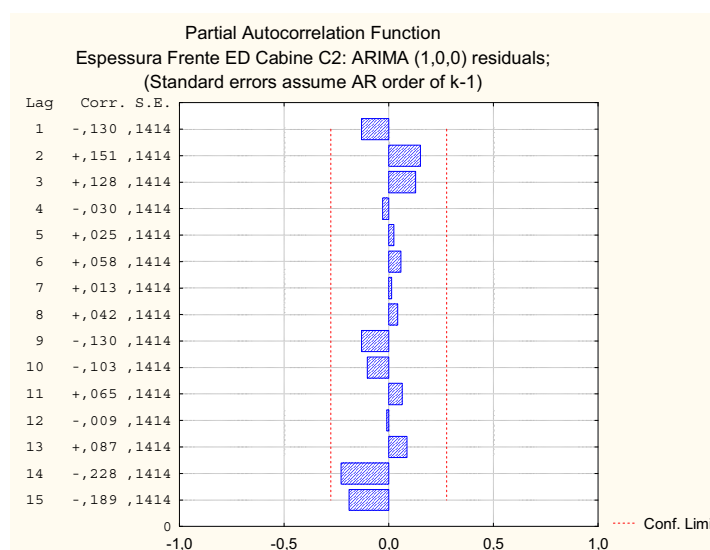


Figura IV.37: *FACPE* dos resíduos referentes à característica Espessura Frente C2

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Espessura Frente C2, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

#### IV.2.6 Espessura Lateral C2

Analisando a Figura IV.38 e Figura IV.39, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado “lag” 1 (0,687) não pertence ao respectivo intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

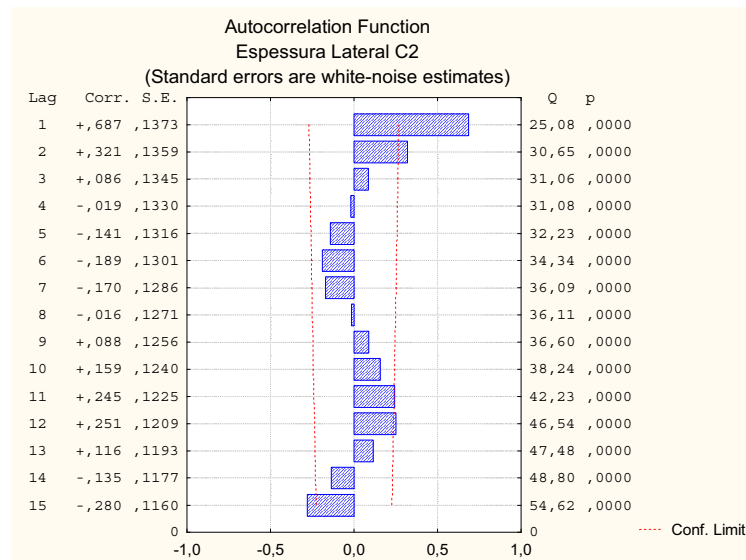


Figura IV.38: *FACE* referente à característica Espessura Lateral C2

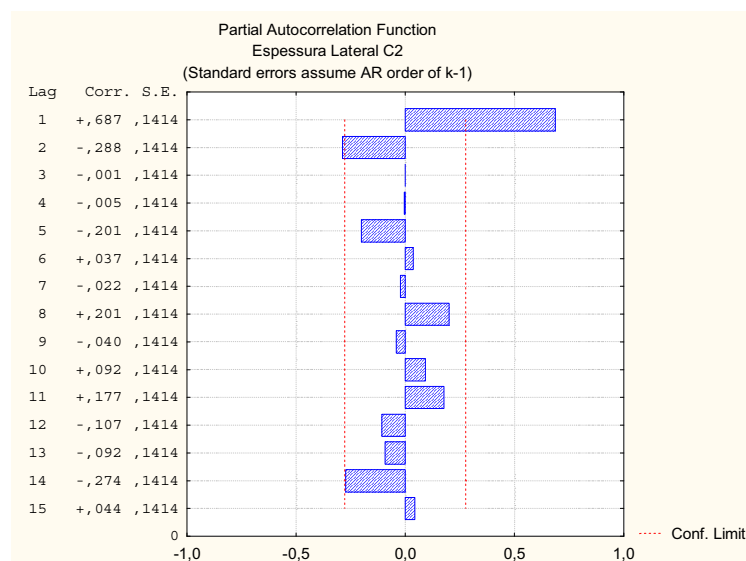


Figura IV.39: *FACPE* referente à característica Espessura Lateral C2

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e encontram-se no Quadro IV.26.

Quadro IV.26 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Espessura Lateral C2

Espessura Lateral C2						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 0,60803						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	32,27776	0,329909	97,83836	0,000000	31,61443	32,94109
$\phi_1$	0,68943	0,106125	6,49641	0,000000	0,47605	0,90281

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura IV.40 e Figura IV.41.

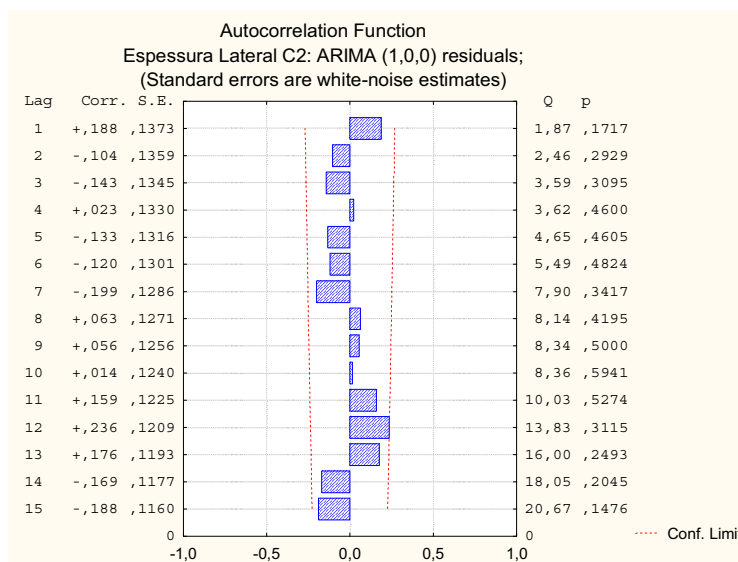


Figura IV.40: *FACE* dos resíduos referente à característica Espessura Lateral C2

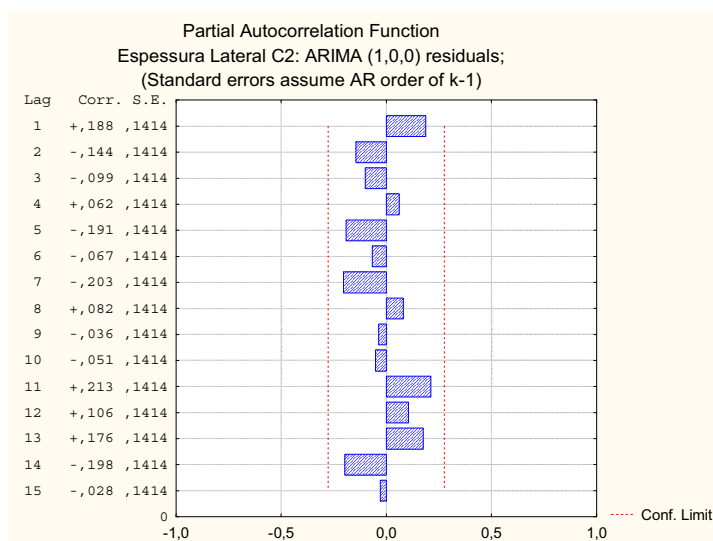


Figura IV.41: *FACPE* dos resíduos referente à característica Espessura Lateral C2



Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Espessura Lateral C2, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

#### IV.2.7 Temperatura da Cataforese

Analisando a Figura IV.42 e a Figura IV.43, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado “lag” 1 (0,471) não pertence ao respectivo intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

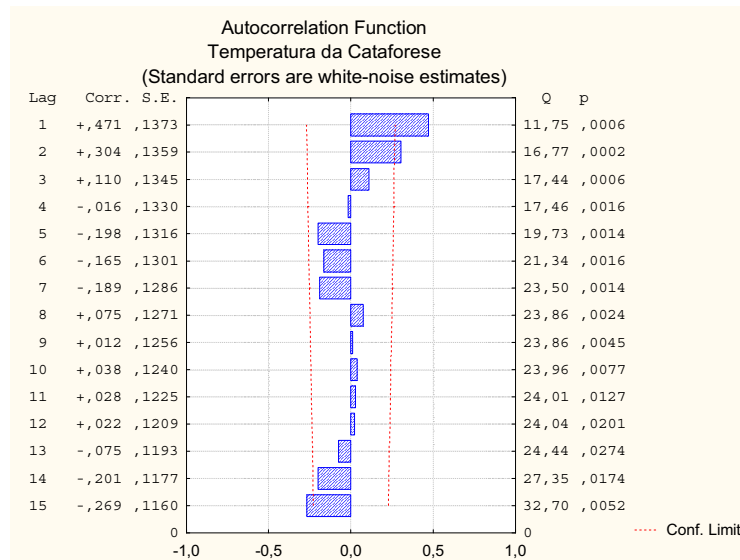


Figura IV.42: *FACE* referente à característica Temperatura da Cataforese

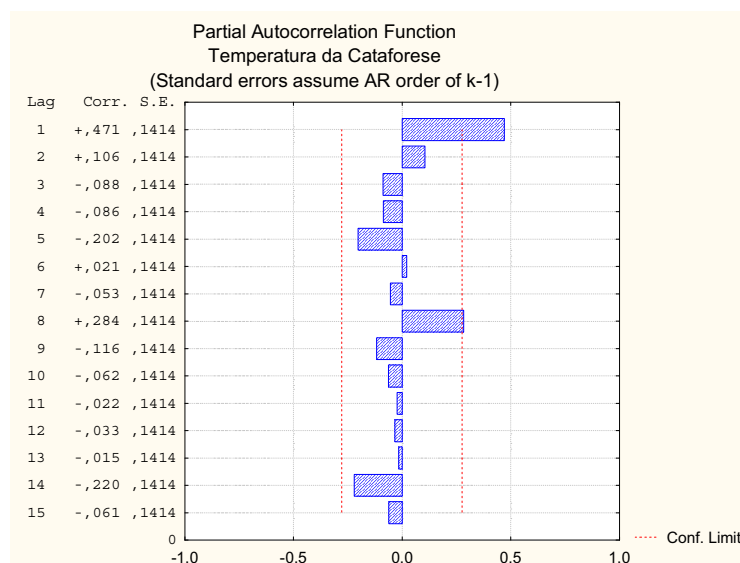


Figura IV.43: *FACPE* referente à característica Temperatura da Cataforese

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e encontra-se no Quadro IV.27.

Quadro IV.27 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Temperatura da Cataforese

Temperatura da Cataforese						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 0,06287						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	32,44339	0,069275	468,3293	0,000000	32,30410	32,58268
$\phi_1$	0,49732	0,131175	3,7913	0,000419	0,23358	0,76107

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentada na Figura IV.44 e na Figura IV.45.

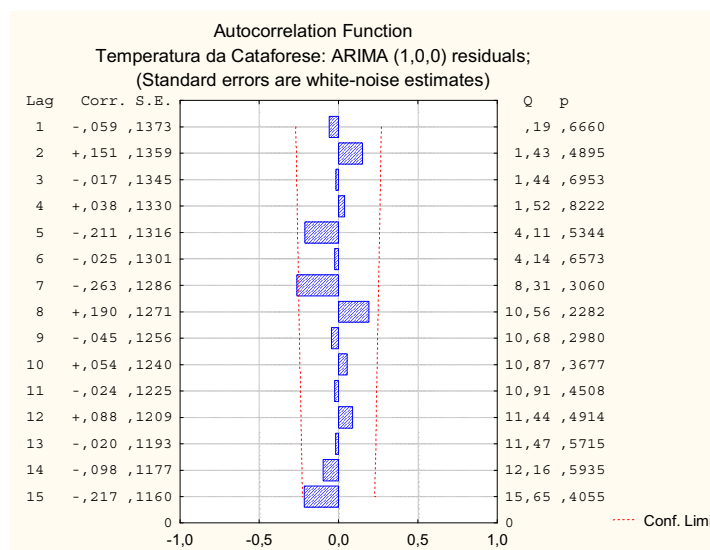


Figura IV.44: *FACE* dos resíduos referente à característica Temperatura da Cataforese

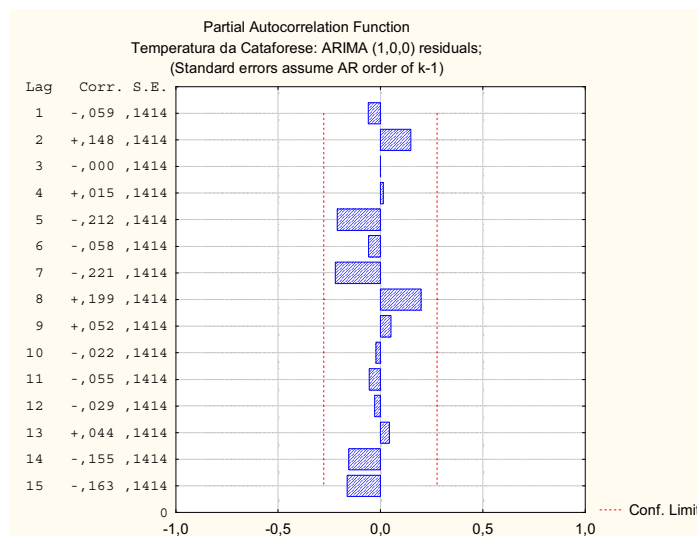


Figura IV.45: *FACPE* dos resíduos referente à característica Temperatura da Cataforese

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Temperatura da Cataforese, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

**Dados**

Amostra	Data	Nº Cabine	Espessura Frente C1 (µm)	Espessura Lateral C1 (µm)	Nº Cabine	Espessura Frente C3 (µm)	Espessura Lateral C3 (µm)	Temperatura da Cataforese (°C)
1	28-04-2009	9300757	33	34	9300755	33,75	34	32,3
2	28-04-2009	9300763	34,25	33,83	9300765	34	33,83	32,4
3	28-04-2009	9300750	34,5	34,33	9300762	32,75	34,33	32,2
4	28-04-2009	9300771	35	34	9300770	34,5	34	32,5
5	28-04-2009	9300749	34,75	33,83	9300756	34	33,83	32,4
6	28-04-2009	9300747	33,75	34	9300759	36,25	34	32,8
7	28-04-2009	9300767	36	34,33	9300776	34	34,33	32,7
8	28-04-2009	9300773	35,25	34,17	9300780	36,25	34,17	32,5
9	28-04-2009	9300781	35,25	34	9300783	33	34	32,7
10	28-04-2009	9300868	35,75	34,5	9300870	33,25	34,5	32,9
11	30-04-2009	9300901	34,5	33,5	9300902	34,5	33,5	32,8
12	30-04-2009	9300905	34	33,5	9300903	33,25	33,5	32,4
13	30-04-2009	9300893	36,25	32	9300888	34,5	32	32,3
14	30-04-2009	9300890	34,25	33	9300889	34	33	32,2
15	30-04-2009	9300895	33,25	34	9300897	33,75	34	32,4
16	30-04-2009	9300904	36	33	9300898	34	33	32,2
17	30-04-2009	9300909	35,75	34	9300910	33,25	34	32,5
18	30-04-2009	9300918	37	34	9300920	33	34	32,7
19	30-04-2009	9300919	36,25	35	9300915	32,5	35	32,6
20	30-04-2009	9300921	35,75	35,83	9300922	34,75	35,83	32,5
21	05-05-2009	9300959	33	34	9300946	32,75	34	32,3
22	05-05-2009	9300957	33,25	33,83	9300940	36	33,83	32,2
23	05-05-2009	9300962	34,75	34,33	9300942	33,25	34,33	32,7
24	05-05-2009	9300947	35,75	34,5	9300948	32,75	34,5	32,4
25	05-05-2009	9300955	33,75	33,33	9300956	33,5	33,33	32,5
26	05-05-2009	9300961	34,5	34	9300997	34,75	34	32,8
27	05-05-2009	9301000	35,25	33,5	9300990	33,25	33,5	32,9
28	05-05-2009	9300999	35,5	34,17	9300996	34,25	34,17	32,5
29	05-05-2009	9300993	35,25	33	9301004	34,25	33	32,8
30	05-05-2009	9301006	36	35,17	9301008	34,75	35,17	32,7
31	07-05-2009	9301027	36,25	34	9301030	32,5	34	32,8
32	07-05-2009	9301015	35,75	33,5	9301020	34,75	33,5	32,3
33	11-05-2009	9301071	33	32,67	9301093	32,75	32,67	32,5
34	11-05-2009	9301106	33,25	33	9301110	36	33	31,8
35	11-05-2009	9301089	35,25	33,17	9301096	33,25	33,17	31,9

Amostra	Data	Nº Cabine	Espessura Frente C1 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Lateral C1 ( $\mu\text{m}$ )	Nº Cabine	Espessura Frente C3 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Lateral C3 ( $\mu\text{m}$ )	Temperatura da Cataforese ( $^{\circ}\text{C}$ )
36	11-05-2009	9301097	36	33,5	9301104	34,25	33,5	32
37	11-05-2009	9301113	35,75	33,5	9301105	34,25	33,5	32,3
38	11-05-2009	9301122	34,5	33,83	9301103	34,75	33,83	32,2
39	11-05-2009	9301123	34	35,17	9301121	33,25	35,17	32,6
40	11-05-2009	9301126	36,25	34,33	9301119	35	34,33	32,1
41	11-05-2009	9301145	34,25	33	9301116	33,25	33	32,5
42	11-05-2009	9301162	33,25	33,83	9301127	34,75	33,83	32,6
43	13-05-2009	9301150	36	33,5	9301146	34	33,5	31,9
44	13-05-2009	9301154	35,75	33,5	9301166	33,75	33,5	32
45	13-05-2009	9301142	37	33	9301163	34	33	32,1
46	13-05-2009	9301147	34,75	33,5	9301159	33,25	33,5	32,2
47	13-05-2009	9301198	35,75	33,67	9301153	33	33,67	32,4
48	13-05-2009	9301213	33,75	34	9301158	33,25	34	32,3
49	15-05-2009	9301097	36	35,5	9301200	32,75	35,5	32,8
50	15-05-2009	9301113	35,75	34	9301206	33,5	34	32,9

Nº Observações	Data	Nº Cabine	Espessura Frente C2 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Lado Direito C2 ( $\mu\text{m}$ )
1	30-04-2009	9300900	30,50	32,00
2	30-04-2009	9300900	30,00	32,17
3	30-04-2009	9300886	28,25	32,17
4	30-04-2009	9300877	28,50	32,50
5	30-04-2009	9300894	28,75	32,17
6	30-04-2009	9300896	28,50	33,17
7	30-04-2009	9300916	29,50	33,84
8	30-04-2009	9300914	29,75	34,17
9	30-04-2009	9300913	30,00	34,00
10	30-04-2009	9300912	29,75	33,17
11	05-05-2009	9300958	26,50	30,84
12	05-05-2009	9300953	27,50	31,50
13	05-05-2009	9300945	28,30	31,33

Amostra	Data	Nº Cabine	Espessura Frente C2 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Lateral C2 ( $\mu\text{m}$ )
14	05-05-2009	9300950	27,50	32,50
15	05-05-2009	9300945	29,25	32,17
16	05-05-2009	9300991	27,50	32,00
17	05-05-2009	9300992	29,25	32,67
18	05-05-2009	9301001	29,25	33,34
19	05-05-2009	9301005	29,25	33,17
20	05-05-2009	9301007	30,00	34,00
21	07-05-2009	9301025	28,75	32,83
22	07-05-2009	9301028	29,00	31,67
23	11-05-2009	9301087	26,75	31,34
24	11-05-2009	9301109	26,25	30,17
25	11-05-2009	9301095	28,00	30,67
26	11-05-2009	9301102	26,75	31,00
27	11-05-2009	9301100	26,25	31,00
28	11-05-2009	9301101	27,00	30,50
29	11-05-2009	9301112	25,75	31,50
30	11-05-2009	9301115	27,00	31,67
31	11-05-2009	9301124	28,00	32,67
32	11-05-2009	9301128	28,75	33,17
33	13-05-2009	9301157	25,50	32,33
34	13-05-2009	9301152	25,75	30,67
35	13-05-2009	9301156	26,00	30,83
36	13-05-2009	9301149	27,50	31,50
37	13-05-2009	9301155	26,25	31,17
38	15-05-2009	9301199	30,00	31,67
39	15-05-2009	9301214	29,50	32,33
40	15-05-2009	9301211	29,75	33,33
41	15-05-2009	9301212	29,75	33,67
42	15-05-2009	9301218	29,75	32,67
43	15-05-2009	9301254	30,00	32,50
44	15-05-2009	9301209	30,75	33,33
45	15-05-2009	9301217	29,50	33,33
46	15-05-2009	9301249	28,75	31,67
47	15-05-2009	9301262	30,25	32,33
48	19-05-2009	9301284	28,00	33,67
49	19-05-2009	9300968	30,00	34,33
50	19-05-2009	9301229	28,75	32,67

# ANEXO V: Fase I na Linha de ED

- Cartas  $\bar{e} - R$  ou  $e - MR$  univariadas aplicadas aos resíduos
- Análise de capacidade



## Anexo V: Fase I na Linha de ED

### V.1 Espessura Frente Cabine C1 e C3

#### a. Carta $\bar{e} - R$

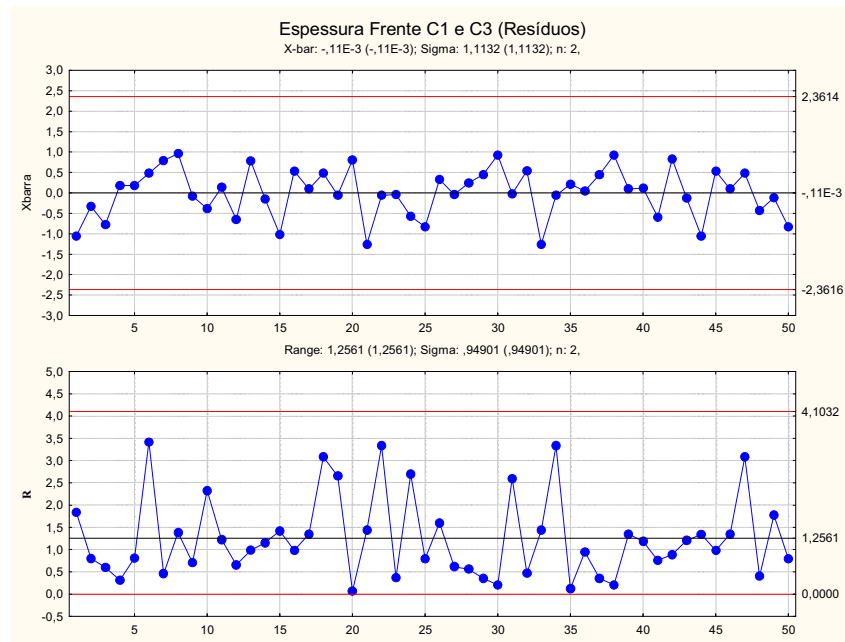


Figura V.1 Carta de Controle  $\bar{e} - R$  dos resíduos da característica Espessura Lateral C1 e C3

Analisando a Figura V.1 verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controle, nem padrões não aleatórios e constata-se que o processo está sob controle estatístico.

#### b. Verificação da Normalidade

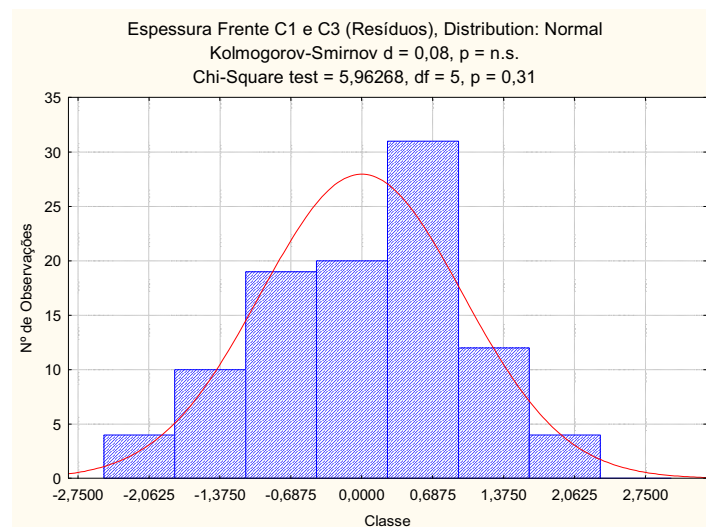


Figura V.2 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Frente C1 e C3



Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura V.2, é possível aferir que os resíduos da característica Espessura Frente C1 e C3 seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depreende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

Quadro V.1 Testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov

Qui-Quadrado	$p > 0,05$ , para $\alpha = 5\%$
Kolmogorov-Smirnov	$d < D_{\text{Crítico}}$ ; $D_{\text{Crítico}} = 0,886/\sqrt{N}$ , para $\alpha = 5\%$

### c. Estimação dos Parâmetros

São calculados os parâmetros do processo para as características Espessura Frente C1 e Espessura Frente C3 isoladamente, apresentados no Quadro V.2 e no Quadro V.3, e posteriormente é feita uma aproximação dos mesmos para o cálculo dos parâmetros do processo da característica Espessura Frente C1 e C3, apresentado no Quadro V.4.

Quadro V.2 Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C1

$\bar{X}$	$\bar{R}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
34,975	1,256	34,975	1,1136

Quadro V.3 Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C3

	Modelo			Carta de Controle	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	33,892	0,307	0,297	1,1136	33,892	1,6805

Quadro V.4 Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C1 e C3

	Processo	
Parâmetro	$\mu$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	34,433	1,1411

### d. Análise da capacidade do processo

Quadro V.5 Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Frente C1 e C3

	LIE	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
Espessura Frente C1 e C3	30	34,433	1,1411	1,2950

No Quadro V.5 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à característica Espessura Frente C1 e C3, depreendendo-se da sua análise que o processo demonstra produzir segundo a respectiva especificação técnica exigida.

## V.2 Espessura Lateral C1 e C3

### a. Carta $\bar{x} - R$

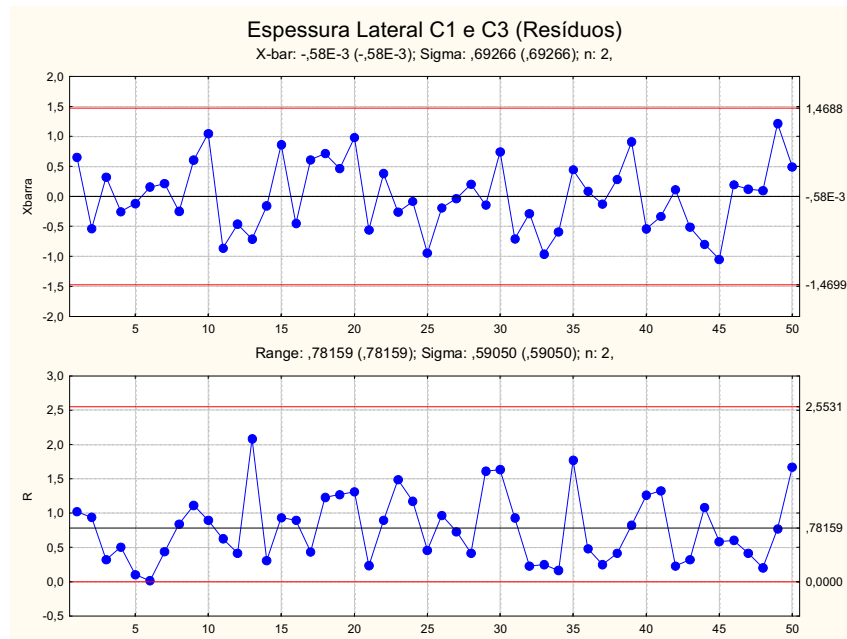


Figura V.3 Carta de Controle  $\bar{x}$ - $R$  dos resíduos da característica Espessura Lateral C1 e C3

Analisando a Figura V.3 verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controle, nem padrões não aleatórios, constata-se que o processo está sob controle estatístico.

### b. Verificação da Normalidade

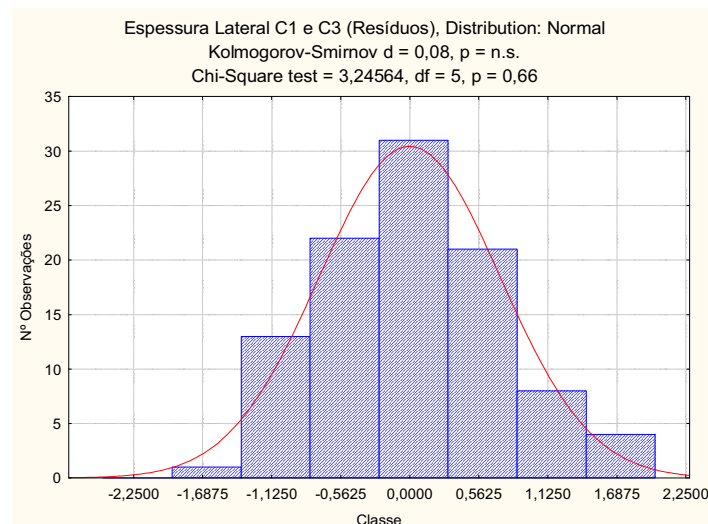


Figura V.4 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Lateral C1 e C3

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura V.4, é possível aferir que os resíduos referentes à Espessura Lateral C1 e C3 seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

### c. Estimação dos Parâmetros

São calculados os parâmetros do processo para a Espessura Lateral C1 e Espessura Lateral C3 isoladamente, apresentados no Quadro V.6 e no Quadro V.7, e posteriormente é feita uma aproximação dos mesmos para o cálculo dos parâmetros do processo da Espessura Lateral C1 e C3, apresentados no Quadro V.8.

Quadro V.6 Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C1

$\bar{X}$	$\bar{R}$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
33,672	0,782	33,672	0,6929

Quadro V.7 Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C3

	Modelo			Carta de Controle	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_2$	$\hat{\rho}_2$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	33,860	0,294	0,294	0,6929	33,860	0,7249

Quadro V.8 Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C1 e C3

	Processo	
Parâmetro	$\mu$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	33,766	0,7091

### d. Análise da capacidade do processo

Quadro V.9 Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Lateral C1 e C3

	LIE	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
Espessura Lateral C1 e C3	30	33,766	0,7091	1,7703

No Quadro V.9 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à característica Espessura Lateral C1 e C3, dependendo-se da sua análise que o processo demonstra produzir segundo a respectiva especificação técnica exigida.

### V.3 Espessura Frente C2

#### a. Carta $e - MR$

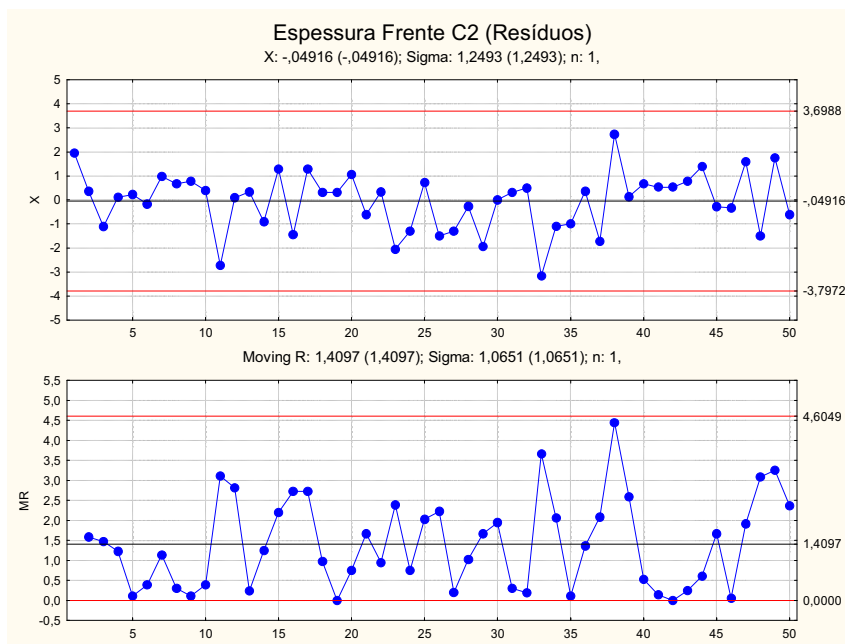


Figura V.5 Carta de Controle  $e - MR$  dos resíduos da característica Espessura Frente C2

Analisando a Figura V.5 verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controle, nem padrões não aleatórios e constata-se que o processo está sob controle estatístico.

#### b. Verificação da Normalidade

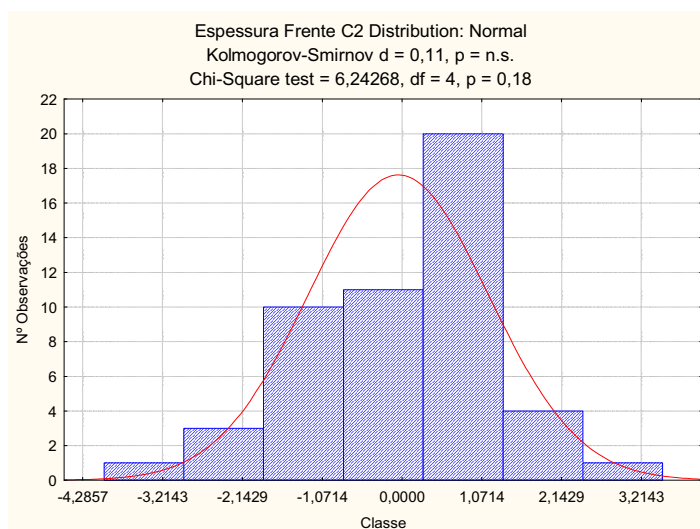


Figura V.6 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Frente C2

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura V.6, é possível aferir que os resíduos da característica Espessura Frente C2 seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

### c. Estimação dos Parâmetros

Verificada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Espessura Frente C2, que são apresentados no Quadro V.10.

Quadro V.10 Parâmetros referentes à característica Espessura Frente C2

	Modelo			Carta de Controle	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	28,552	0,558	0,552	1,2498	28,552	1,5025

### d. Análise da capacidade do processo

Quadro V.11 Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Frente C2

	$LIE$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
Espessura Frente C2	30	28,552	1,5025	-0,3212

No Quadro V.11 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à característica Espessura Frente C2, depreendendo-se da sua análise que esta característica não possui capacidade para produzir segundo a especificação técnica exigida.

## V.4 Espessura Lateral C2

### a. Carta $e - MR$

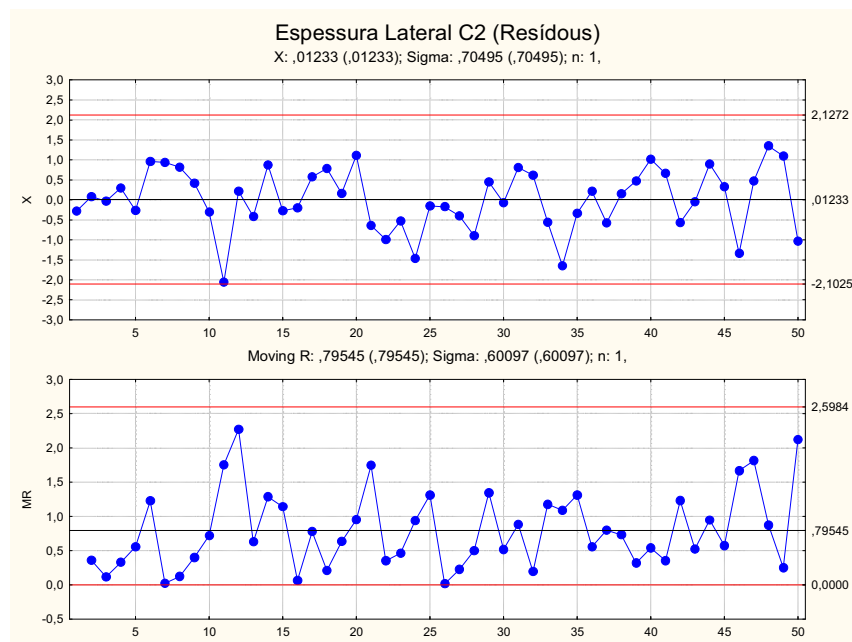


Figura V.7 Carta de Controle  $e - MR$  dos resíduos da característica Espessura Lateral C2

Analisando a Figura V.7 verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controle, nem padrões não aleatórios e constata-se que o processo está sob controle estatístico.

## b. Verificação da Normalidade

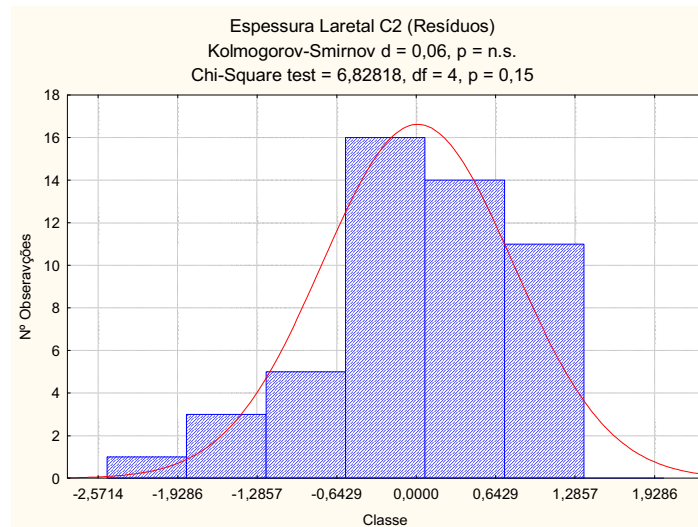


Figura V.8 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Lateral C2

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado da Figura V.8, é possível aferir que os resíduos referentes à característica Espessura Lateral C2 seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

## c. Estimação dos Parâmetros

Verificada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Espessura Lateral C2, que são apresentados no Quadro V.12.

Quadro V.12 Parâmetros referentes à característica Espessura Lateral C2

Parâmetro	Modelo			Carta de Controle	Processo	
	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\sigma_\epsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	33,278	0,689	0,687	0,7052	32,278	0,9723

## d. Análise da capacidade do processo

Quadro V.13 Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Lateral C2

	$LIE$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
Espessura Lateral C2	30	32,278	0,9723	0,7809

No Quadro V.13 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à característica Espessura Lateral C2, dependendo-se da sua análise que esta característica não possui capacidade para produzir segundo a especificação técnica exigida.

## V.5 Temperatura da Cataforese

### a. Carta $e - MR$

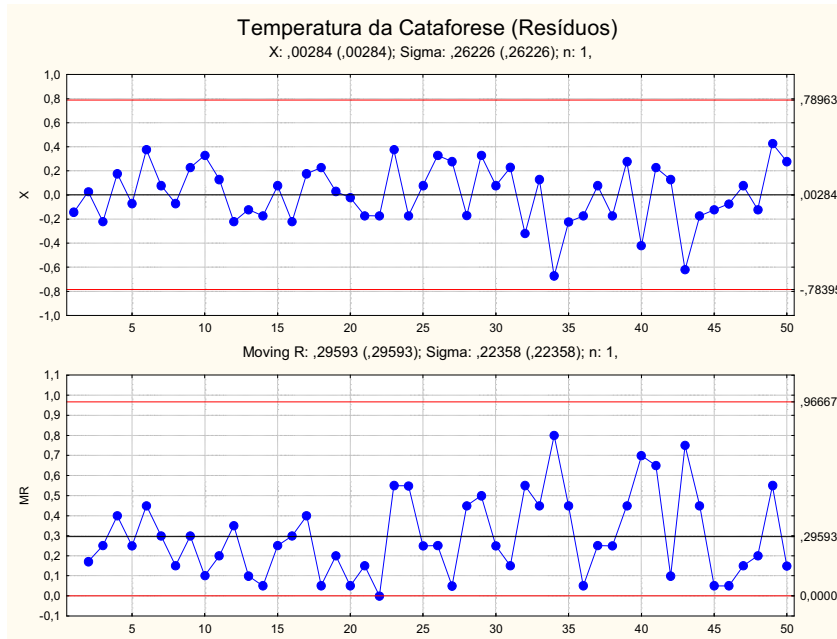


Figura V.9 Carta de Controlo  $e - MR$  dos resíduos da característica Temperatura da Cataforese

Analisando a Figura V.9 verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios, constatando-se assim que o processo está sob controlo estatístico.

### b. Verificação da Normalidade

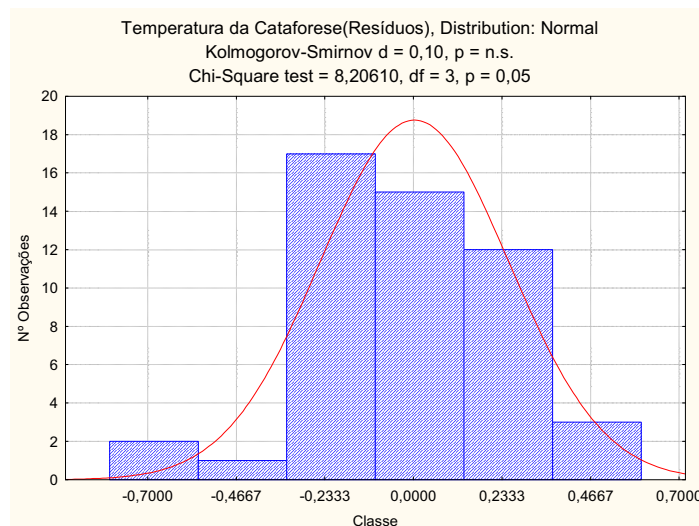


Figura V.10 Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura da Cataforese

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura V.10, é possível aferir que os resíduos dos referentes à Temperatura da Cataforese seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

### c. Estimação dos Parâmetros

Verificada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Temperatura da Cataforese, que são apresentados no Quadro V.14.

Quadro V.14 Parâmetros referentes à característica Temperatura da Cataforese

	Modelo			Carta de Controlo	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	32,443	0,497	0,471	0,2624	32,443	0,2998

### d. Análise da capacidade do processo

Quadro V.15 Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura da Cataforese

	LIE	LSE	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_p$	$C_{pk}$	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Espessura Frente C2	30	34	32,443	0,2998	2,2239	1,7309	2,7170	1,7309

No Quadro V.15 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à Temperatura da Cataforese, concluindo-se da sua análise que a característica Temperatura da Cataforese possui uma boa capacidade.

Para avaliar se o processo está centrado, aplica-se o método empírico demonstrado no Quadro V.16 e verifica-se que o processo não está centrado na ordem dos 57%.

Quadro V.16 Método empírico

$\Delta C_{PK}$	$(\Delta C_{PK}/C_{pk})\%$	Critério de Aceitação
0,9861	57%	$\leq 10\%$



**Dados**

Nº Observações	Espessura Frente Cabine C1 ( $\mu m$ )	Espessura Frente Cabine C3 ( $\mu m$ )	Espessura Lateral C1 ( $\mu m$ )	Espessura Lateral C3 ( $\mu m$ )	Espessura Frente C2 ( $\mu m$ )	Espessura Lateral C2 ( $\mu m$ )	Temperatura da cataforese (°C)
1	-1,975	-0,142	1,161	0,140	1,948	-0,278	-0,143
2	-0,725	0,079	-1,005	-0,068	0,361	0,084	0,028
3	-0,475	-1,076	0,161	0,481	-1,110	-0,033	-0,222
4	0,025	0,339	-0,505	0,001	0,116	0,297	0,178
5	-0,225	0,585	-0,172	-0,068	0,227	-0,261	-0,072
6	-1,225	2,194	0,161	0,148	-0,163	0,967	0,378
7	1,025	0,564	-0,005	0,432	0,977	0,942	0,079
8	0,275	1,657	-0,672	0,171	0,669	0,819	-0,071
9	0,275	-0,436	1,161	0,049	0,780	0,418	0,228
10	0,775	-1,550	1,495	0,599	0,390	-0,300	0,329
11	-0,475	0,749	-1,172	-0,548	-2,720	-2,054	0,130
12	-0,975	-0,319	-0,672	-0,254	0,093	0,217	-0,221
13	1,275	0,289	0,328	-1,754	0,335	-0,412	-0,122
14	-0,725	0,431	-0,005	-0,313	-0,911	0,876	-0,172
15	-1,725	-0,306	1,328	0,393	1,285	-0,266	0,078
16	1,025	0,046	-0,005	-0,901	-1,441	-0,200	-0,222
17	0,775	-0,576	0,828	0,393	1,285	0,579	0,178
18	2,025	-1,058	1,328	0,099	0,309	0,790	0,228
19	1,275	-1,379	-0,172	1,099	0,309	0,158	0,029
20	0,775	0,844	0,328	1,639	1,059	1,111	-0,021
21	-1,975	-0,537	-0,672	-0,440	-0,610	-0,635	-0,172
22	-1,725	1,609	0,828	-0,068	0,337	-0,988	-0,172
23	-0,225	0,145	-1,005	0,481	-2,052	-0,524	0,378
24	0,775	-1,921	-0,672	0,501	-1,297	-1,463	-0,171
25	-1,225	-0,431	-1,172	-0,714	0,732	-0,151	0,078
26	-0,475	1,128	-0,672	0,295	-1,494	-0,169	0,328
27	0,275	-0,344	0,328	-0,401	-1,297	-0,397	0,279
28	0,525	-0,038	-0,005	0,413	-0,268	-0,897	-0,170
29	0,275	0,630	0,661	-0,950	-1,936	0,448	0,328
30	1,025	0,823	-0,072	1,560	0,011	-0,072	0,079
31	1,275	-1,324	-1,172	-0,244	0,314	0,811	0,229
32	0,775	0,307	-0,172	-0,401	0,506	0,617	-0,321
33	-1,975	-0,537	-0,839	-1,087	-3,163	-0,559	0,128
34	-1,725	1,609	-0,672	-0,509	-1,099	-1,649	-0,672
35	0,275	0,145	1,328	-0,440	-0,989	-0,336	-0,223
36	0,525	-0,421	0,328	-0,156	0,372	0,220	-0,173
37	0,275	0,630	-0,005	-0,254	-1,715	-0,577	0,077

Nº Observações	Espessura Frente Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Frente Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Lateral C1 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Lateral C3 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Frente C2 ( $\mu\text{m}$ )	Espessura Lateral C2 ( $\mu\text{m}$ )	Temperatura da cataforese (°C)
38	1,025	0,823	0,495	0,079	2,732	0,156	-0,172
39	0,775	-0,574	0,495	1,318	0,140	0,477	0,278
40	-0,475	0,712	-1,172	0,089	0,669	1,017	-0,421
41	-0,975	-0,215	0,328	-0,999	0,530	0,661	0,227
42	1,275	0,385	-0,005	0,226	0,530	-0,569	0,128
43	-0,725	0,483	-0,672	-0,352	0,780	-0,046	-0,621
44	-1,725	-0,383	-1,339	-0,254	1,390	0,902	-0,173
45	1,025	0,046	-1,339	-0,754	-0,278	0,328	-0,123
46	0,775	-0,576	0,495	-0,107	-0,331	-1,339	-0,073
47	2,025	-1,058	0,328	-0,087	1,587	0,477	0,078
48	-0,225	-0,629	-0,005	0,197	-1,499	1,351	-0,122
49	0,775	-1,001	0,828	1,599	1,756	1,098	0,428
50	-1,225	-0,431	1,328	-0,342	-0,610	-1,028	0,279

# ANEXO VI: Fase II na Linha de ED

- Cartas  $\bar{e} - R$  ou  $e - MR$  univariadas aplicadas aos erros de previsão



## Anexo VI: Fase II na Linha de ED

### VI.1 Espessura Frente C1 e C3

#### Carta $\bar{e} - R$ aplicada aos erros de previsão para a Espessura Frente C1 e C3

Tabela VI.1 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Frente C1 e C3.1

Amostra	Nº Cabine	Data	$X_{1i}$	$X_{3i}$	$\hat{\mu}_1$	$X_{3\tau+\tau}$	$e_{1\tau}$	$e_{3\tau}$	$\bar{e}_t$	$R$	$\Psi_3$
1	9301205	15-05-09	35,00	35,00	34,98	33,54	0,02	1,46	0,74	1,43	0,00
2	9301220	15-05-09	35,00	34,25	34,98	33,77	0,02	0,48	0,25	0,45	0,31
3	9301250	15-05-09	35,25	34,75	34,98	33,78	0,27	0,97	0,62	0,69	0,03
4	9301201	15-05-09	35,00	33,50	34,98	33,85	0,02	-0,35	-0,16	0,38	0,01
5	9301204	15-05-09	34,00	35,75	34,98	33,86	-0,98	1,89	0,46	2,87	0,00
6	9301255	15-05-09	34,00	33,50	34,98	33,88	-0,98	-0,38	-0,68	0,59	0,00
7	9301252	15-05-09	35,50	34,00	34,98	33,88	0,52	0,12	0,32	0,41	0,00
8	9301263	15-05-09	34,25	32,75	34,98	33,89	-0,73	-1,14	-0,93	0,41	0,00
9	9301283	19-05-09	33,25	33,75	34,98	33,89	-1,73	-0,14	-0,93	1,59	0,00
10	9301282	19-05-09	35,25	34,75	34,98	33,89	0,27	0,86	0,57	0,58	0,00
11	9301226	19-05-09	33,50	33,75	34,98	33,89	-1,48	-0,14	-0,81	1,33	0,00
12	9301231	20-05-09	34,25	33,75	34,98	33,89	-0,73	-0,14	-0,43	0,58	0,00
13	9301237	20-05-09	34,25	33,50	34,98	33,89	-0,73	-0,39	-0,56	0,33	0,00
14	9301239	20-05-09	34,25	33,50	34,98	33,89	-0,73	-0,39	-0,56	0,33	0,00
15	9300978	20-05-09	33,75	34,00	34,98	33,89	-1,23	0,11	-0,56	1,33	0,00
16	9300967	20-05-09	35,25	35,25	34,98	33,89	0,27	1,36	0,82	1,08	0,00
17	9300965	20-05-09	36,25	34,75	34,98	33,89	1,28	0,86	1,07	0,42	0,00
18	9301244	20-05-09	36,00	35,00	34,98	33,89	1,03	1,11	1,07	0,08	0,00
19	9300979	20-05-09	33,75	34,00	34,98	33,89	-1,23	0,11	-0,56	1,33	0,00
20	9301243	20-05-09	34,75	34,50	34,98	33,89	-0,23	0,61	0,19	0,83	0,00
21	9300976	20-05-09	35,00	34,50	34,98	33,89	0,02	0,61	0,32	0,58	0,00
22	9301262	04-06-09	33,50	34,00	34,98	33,89	-1,48	0,11	-0,68	1,58	0,00
23	9301392	04-06-09	34,50	35,33	34,98	33,89	-0,48	1,44	0,48	1,92	0,00
24	9301395	04-06-09	34,50	34,67	34,98	33,89	-0,48	0,78	0,15	1,25	0,00
25	9301369	04-06-09	33,75	34,67	34,98	33,89	-1,23	0,78	-0,22	2,00	0,00
26	9301391	04-06-09	34,75	34,00	34,98	33,89	-0,23	0,11	-0,06	0,33	0,00
27	9301401	04-06-09	35,75	34,00	34,98	33,89	0,77	0,11	0,44	0,67	0,00
28	9301402	04-06-09	34,25	35,00	34,98	33,89	-0,73	1,11	0,19	1,83	0,00

Tabela VI.2: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Frente C1 e C3.2

Amostra	Nº Cabine	Data	$\sigma_{1T}^2$	$\sigma_{3T}^2$	$\sigma_{pp}^2$	$LIC_e$	$Lc_e$	$LSC_e$	$LIC_R$	$LC_R$	$LSC_R$
1	9301205	15-05-09	1,24	1,24	1,24	-2,36	0,00	2,36	0,00	1,26	4,10
2	9301220	15-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
3	9301250	15-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
4	9301201	15-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
5	9301204	15-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
6	9301255	15-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
7	9301252	15-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
8	9301263	15-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
9	9301283	19-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
10	9301282	19-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
11	9301226	19-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
12	9301231	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
13	9301237	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
14	9301239	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
15	9300978	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
16	9300967	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
17	9300965	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
18	9301244	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
19	9300979	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
20	9301243	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
21	9300976	20-05-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
22	9301262	04-06-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
23	9301392	04-06-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
24	9301395	04-06-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
25	9301369	04-06-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
26	9301391	04-06-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
27	9301401	04-06-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20
28	9301402	04-06-09	1,24	1,36	1,30	-2,42	0,00	2,42	0,00	1,29	4,20

Tabela VI.3 Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Espessura Frente C1 e C3

Parâmetro	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\phi}_2$	$\rho_2$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\hat{X}_{t-2}$	$\hat{X}_{t-1}$	A	D <sub>1</sub>	d <sub>2</sub>	D <sub>2</sub>
Estimativa	34,975	33,892	0,307	0,297	23,492	32,75	33,50	2,121	0	1,128	3,686

Quadro VI.1 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $\bar{e} - R$  baseadas nos erros de previsão para a característica Espessura Frente C1 e C3

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		LIC	LC	LSC
Média ( $\bar{e}$ )	$\bar{e}_t = \sum_{i=1}^2 e_{1\tau}(T) + e_{3\tau}(T) / 2$	$-A\sigma_{ep}$	0	$A\sigma_{ep}$
Amplitude ( R )	$R_t = \max(e_{1\tau}(T), e_{3\tau}(T)) - \min(e_{1\tau}(T), e_{3\tau}(T))$	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$e_{1\tau}(T) = X_{1-T+\tau} - \hat{\mu}_1 \quad (VI.1)$$

$$e_{3\tau}(T) = X_{3-T+\tau} - \hat{X}_{3-T+\tau}(T) \quad (VI.2)$$

$$\hat{X}_{3-T+\tau}(T) = \xi + \phi_2 \cdot \hat{X}_{3-T+\tau-1}(T) \quad ; \text{para um modelo AR}(2) \quad (VI.3)$$

$$\psi_{3-1} = 0 \quad ; \text{para um modelo AR}(2) \quad (VI.4)$$

$$\psi_{3-2} = \phi_2 \quad ; \text{para um modelo AR}(2) \quad (VI.5)$$

$$\psi_{3-j} = \phi_2^j \quad ; \text{para um modelo AR}(2) \quad (VI.6)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (VI.7)$$

$$\sigma_{ep} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sqrt{\sigma_{3\tau}^2}}{2} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sqrt{\text{Var}(e_\tau(T))}}{2} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2}}{2} \quad (VI.8)$$

;onde  $\sigma_{1\tau}^2$  representa a variância obtida na Fase I para a característica Espessura Lateral C1

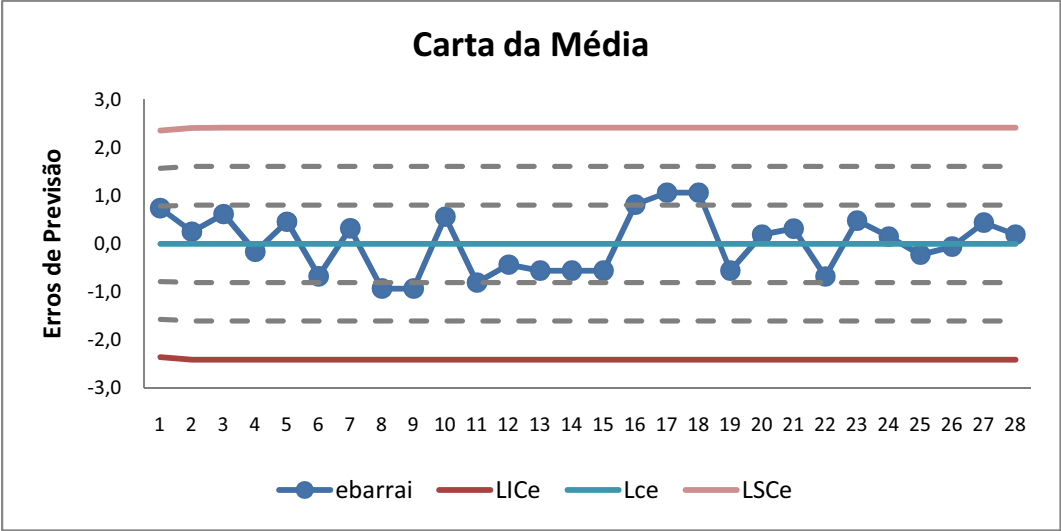


Figura VI.1 Carta de controlo da média para a característica Espessura Frente C1 e C3

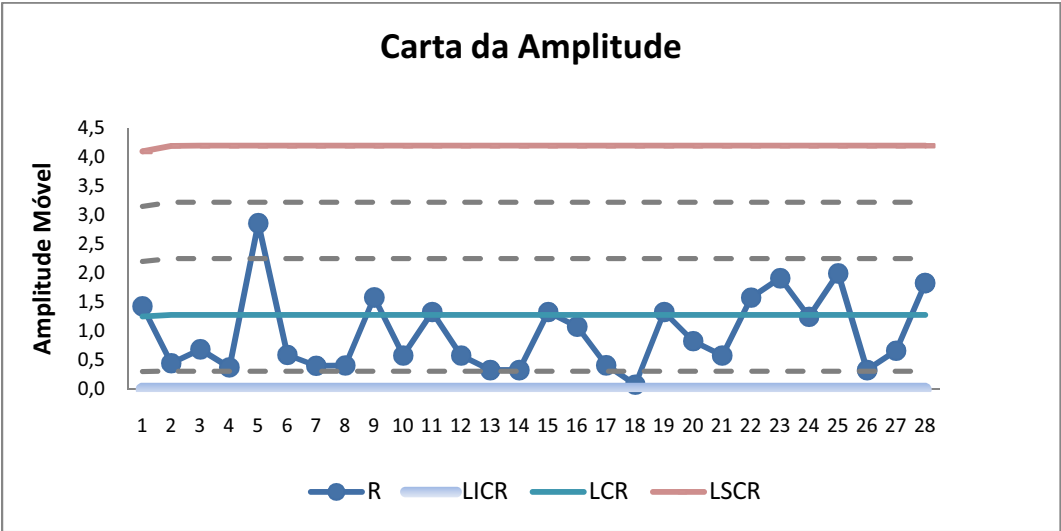


Figura VI.2 Carta de controlo da amplitude para a Espessura Frente C1 e C3



## VI.2 Espessura Lateral C1 e C3

### Carta $\bar{e} - R$ aplicada aos erros de previsão para a Espessura Frente C1 e C3

Tabela VI.4 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Lateral C1 e C3.1

Amostra	Nº Cabine	Data	$X_{1i}$	$X_{3i}$	$\hat{\mu}_1$	$X_{3r+\tau}$	$e_{1\tau}$	$e_{3\tau}$	$\bar{e}_t$	R	$\psi_3$
1	9301205	15-05-09	33,17	33,00	33,67	34,19	-0,51	-1,19	-0,85	0,69	0,29
2	9301220	15-05-09	34,17	33,17	33,67	33,96	0,49	-0,79	-0,15	1,29	0,09
3	9301250	15-05-09	33,67	34,33	33,67	33,89	-0,01	0,44	0,22	0,45	0,03
4	9301201	15-05-09	34,17	34,50	33,67	33,87	0,49	0,63	0,56	0,14	0,01
5	9301204	15-05-09	35,00	34,17	33,67	33,86	1,33	0,30	0,82	1,02	0,00
6	9301255	15-05-09	33,67	34,00	33,67	33,86	-0,01	0,14	0,07	0,14	0,00
7	9301252	15-05-09	33,50	34,83	33,67	33,86	-0,17	0,97	0,40	1,15	0,00
8	9301263	15-05-09	34,00	35,17	33,67	33,86	0,33	1,31	0,82	0,98	0,00
9	9301283	19-05-09	33,33	32,33	33,67	33,86	-0,34	-1,53	-0,93	1,19	0,00
10	9301282	19-05-09	32,50	32,83	33,67	33,86	-1,17	-1,03	-1,10	0,15	0,00
11	9301226	19-05-09	33,50	33,00	33,67	33,86	-0,17	-0,86	-0,52	0,69	0,00
12	9301231	20-05-09	34,33	33,50	33,67	33,86	0,66	-0,36	0,15	1,02	0,00
13	9301237	20-05-09	33,67	34,17	33,67	33,86	-0,01	0,31	0,15	0,31	0,00
14	9301239	20-05-09	32,83	33,50	33,67	33,86	-0,84	-0,36	-0,60	0,48	0,00
15	9300978	20-05-09	34,67	33,00	33,67	33,86	0,99	-0,86	0,07	1,85	0,00
16	9300967	20-05-09	33,67	34,00	33,67	33,86	-0,01	0,14	0,07	0,15	0,00
17	9300965	20-05-09	34,67	34,50	33,67	33,86	0,99	0,64	0,82	0,35	0,00
18	9301244	20-05-09	33,00	33,67	33,67	33,86	-0,67	-0,19	-0,43	0,48	0,00
19	9300979	20-05-09	33,33	33,50	33,67	33,86	-0,34	-0,36	-0,35	0,02	0,00
20	9301243	20-05-09	34,00	35,00	33,67	33,86	0,33	1,14	0,73	0,81	0,00
21	9300976	20-05-09	33,83	34,50	33,67	33,86	0,16	0,64	0,40	0,48	0,00
22	9301262	04-06-09	33,39	33,15	33,67	33,86	-0,28	-0,71	-0,49	0,42	0,00
23	9301392	04-06-09	34,83	34,44	33,67	33,86	1,16	0,58	0,87	0,58	0,00
24	9301395	04-06-09	34,06	34,40	33,67	33,86	0,38	0,54	0,46	0,16	0,00
25	9301369	04-06-09	31,25	33,76	33,67	33,86	-2,42	-0,10	-1,26	2,33	0,00
26	9301391	04-06-09	34,14	35,08	33,67	33,86	0,47	1,22	0,85	0,76	0,00
27	9301401	04-06-09	33,92	33,93	33,67	33,86	0,24	0,07	0,16	0,17	0,00
28	9301402	04-06-09	34,64	34,85	33,67	33,86	0,97	0,99	0,98	0,02	0,00

Tabela VI.5: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Lateral C1 e C3.2

Amostra	Nº Cabine	Data	$\sigma_{1T}^2$	$\sigma_{3T}^2$	$\sigma_{pp}^2$	LIC <sub>e</sub>	Lc <sub>e</sub>	LSC <sub>e</sub>	LIC <sub>R</sub>	LC <sub>R</sub>	LSC <sub>R</sub>
1	9301205	15-05-09	0,48	0,72	0,52	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
2	9301220	15-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
3	9301250	15-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
4	9301201	15-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
5	9301204	15-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
6	9301255	15-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
7	9301252	15-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
8	9301263	15-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
9	9301283	19-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
10	9301282	19-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
11	9301226	19-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
12	9301231	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
13	9301237	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
14	9301239	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
15	9300978	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
16	9300967	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
17	9300965	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
18	9301244	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
19	9300979	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
20	9301243	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
21	9300976	20-05-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
22	9301262	04-06-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
23	9301392	04-06-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
24	9301395	04-06-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
25	9301369	04-06-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
26	9301391	04-06-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
27	9301401	04-06-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61
28	9301402	04-06-09	0,48	0,72	0,53	-1,50	0,00	1,50	0,00	0,80	2,61

Tabela VI.6: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Espessura Lateral C1 e C3

Parâmetro	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\phi}_1$	$\rho_1$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\hat{X}_{t-1}$	A	$D_1$	$d_2$	$D_2$
Estimativa	33,672	33,860	0,294	0,294	0,699	35,00	2,121	0	1,128	3,686

Quadro VI.2 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $\bar{e} - R$  nos erros de previsão para a característica Espessura Lateral C1 e C3

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		LIC	LC	LSC
Média ( $\bar{e}$ )	$\bar{e}_t = \sum_{i=1}^2 e_{i\tau}(T) / 2$	$-A\sigma_{ep}$	0	$A\sigma_{ep}$
Amplitude ( R )	$R_t = \max(e_{1\tau}(T), e_{3\tau}(T)) - \min(e_{1\tau}(T), e_{3\tau}(T))$	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$e_{1\tau}(T) = X_{1_{T+\tau}} - \hat{\mu}_1 \quad (VI.9)$$

$$e_{3\tau}(T) = X_{3_{T+\tau}} - \hat{X}_{3_{T+\tau}}(T) \quad (VI.10)$$

$$\hat{X}_{3_{T+\tau}} = \xi + \phi_1 \cdot X_{3_{t-1}} \text{ ; para um modelo AR(1)} \quad (VI.11)$$

$$\psi_{3_j} = \phi_1^j \text{ ; para um modelo AR(1)} \quad (VI.12)$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\bar{R}}{d_2} \quad (VI.13)$$

$$\sigma_{ep} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sqrt{\sigma_{3\tau}^2}}{2} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sqrt{Var(e_\tau(T))}}{2} = \frac{\sqrt{\sigma_{1\tau}^2} + \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2}}{2} \quad (VI.14)$$

;onde  $\sigma_{1\tau}^2$  representa a variância obtida na Fase I para a característica Espessura Lateral C1

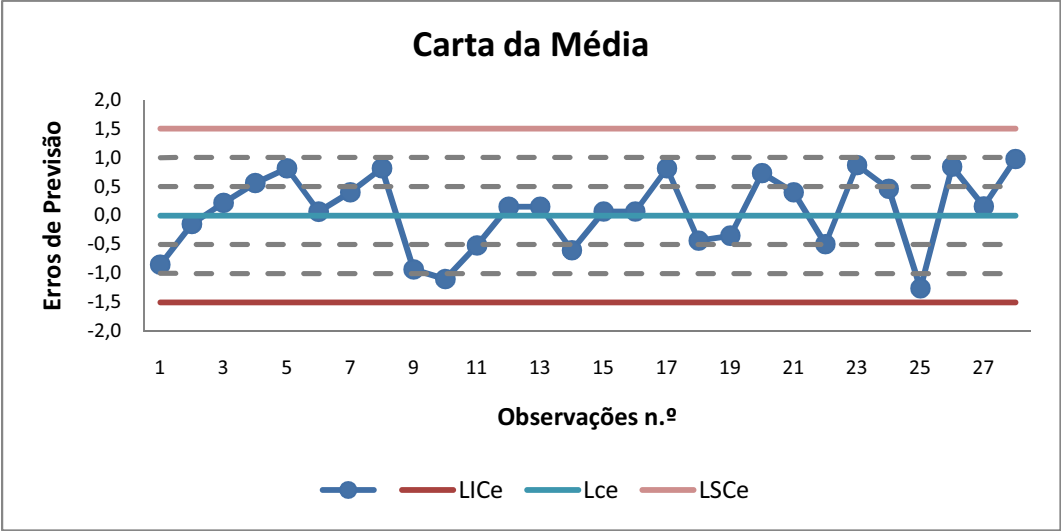


Figura VI.3 Carta de controlo da média para a característica Espessura Lateral C1 e C3

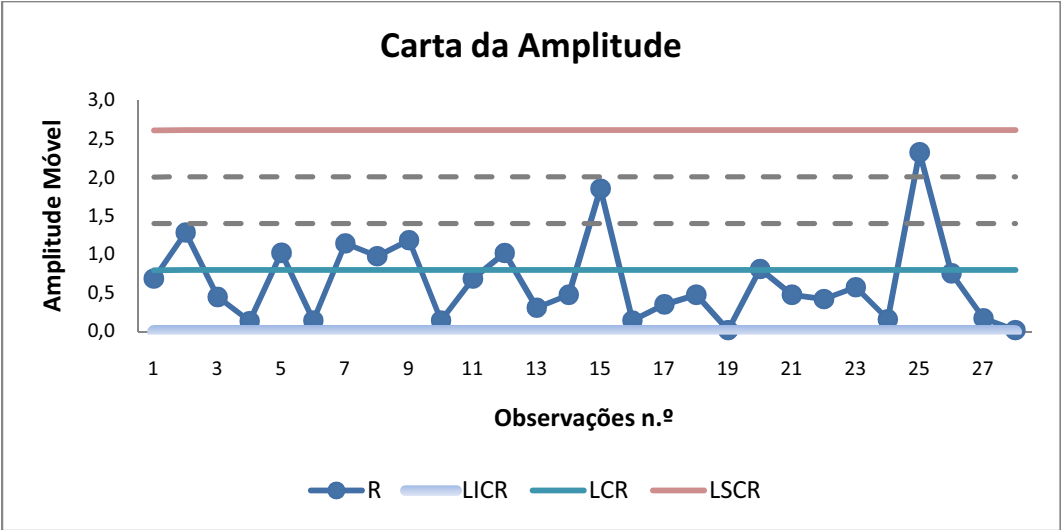


Figura VI.4 Carta de controlo da amplitude para a característica Espessura Lateral C1 e C3

### VI.3 Temperatura da Cataforese

#### Carta $\bar{e} - R$ aplicada aos erros de previsão para a Temperatura da Cataforese

Tabela VI.7 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura da Cataforese.1

Amostra	Nº Cabine	Data	$X_i$	$X_{T+\tau}$	$e_\tau$	MR	$\Psi_J$	$\sigma_{ep}$
1	9301205	15-05-09	32,60	32,67	-0,07		0,50	0,29
2	9301220	15-05-09	32,70	32,56	0,14	0,21	0,25	0,30
3	9301250	15-05-09	33,00	32,50	0,50	0,36	0,12	0,30
4	9301201	15-05-09	33,10	32,47	0,63	0,13	0,06	0,30
5	9301204	15-05-09	32,30	32,46	-0,16	0,79	0,03	0,30
6	9301255	15-05-09	32,50	32,45	0,05	0,21	0,02	0,30
7	9301252	15-05-09	32,60	32,45	0,15	0,10	0,01	0,30
8	9301263	15-05-09	32,90	32,45	0,45	0,30	0,00	0,30
9	9301283	19-05-09	32,10	32,44	-0,34	0,80	0,00	0,30
10	9301282	19-05-09	31,90	32,44	-0,54	0,20	0,00	0,30
11	9301226	19-05-09	32,50	32,44	0,06	0,60	0,00	0,30
12	9301231	20-05-09	31,80	32,44	-0,64	0,70	0,00	0,30
13	9301237	20-05-09	32,70	32,44	0,26	0,90	0,00	0,30
14	9301239	20-05-09	32,10	32,44	-0,34	0,60	0,00	0,30
15	9300978	20-05-09	32,20	32,44	-0,24	0,10	0,00	0,30
16	9300967	20-05-09	32,40	32,44	-0,04	0,20	0,00	0,30
17	9300965	20-05-09	32,60	32,44	0,16	0,20	0,00	0,30
18	9301244	20-05-09	32,90	32,44	0,46	0,30	0,00	0,30
19	9300979	20-05-09	32,80	32,44	0,36	0,10	0,00	0,30
20	9301243	20-05-09	32,70	32,44	0,26	0,10	0,00	0,30
21	9300976	20-05-09	33,10	32,44	0,66	0,40	0,00	0,30

Tabela VI.8: Dados para construção das cartas de controlo Fase II característica Temperatura da Cataforese.2

Amostra	Nº Cabine	Data	LIC <sub>e</sub>	LC <sub>e</sub>	LSC <sub>e</sub>	LIC <sub>R</sub>	LC <sub>R</sub>	LSC <sub>R</sub>
1	9301205	15-05-09	-0,88	0,00	0,88	0,00	0,33	1,08
2	9301220	15-05-09	-0,90	0,00	0,90	0,00	0,34	1,11
3	9301250	15-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
4	9301201	15-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
5	9301204	15-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
6	9301255	15-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
7	9301252	15-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
8	9301263	15-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
9	9301283	19-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
10	9301282	19-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
11	9301226	19-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
12	9301231	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
13	9301237	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
14	9301239	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
15	9300978	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
16	9300967	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
17	9300965	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
18	9301244	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
19	9300979	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
20	9301243	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11
21	9300976	20-05-09	-0,91	0,00	0,91	0,00	0,34	1,11

Tabela VI.9: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Temperatura da Cataforese

Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\hat{X}_{t-1}$	$D_1$	$d_2$	$D_2$
Estimativa	32,443	0,497	0,471	0,262	32,900	0,000	1,128	3,686

Quadro VI.3 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão para a característica Temperatura da Cataforese

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		LIC	LC	LSC
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( $MR$ )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

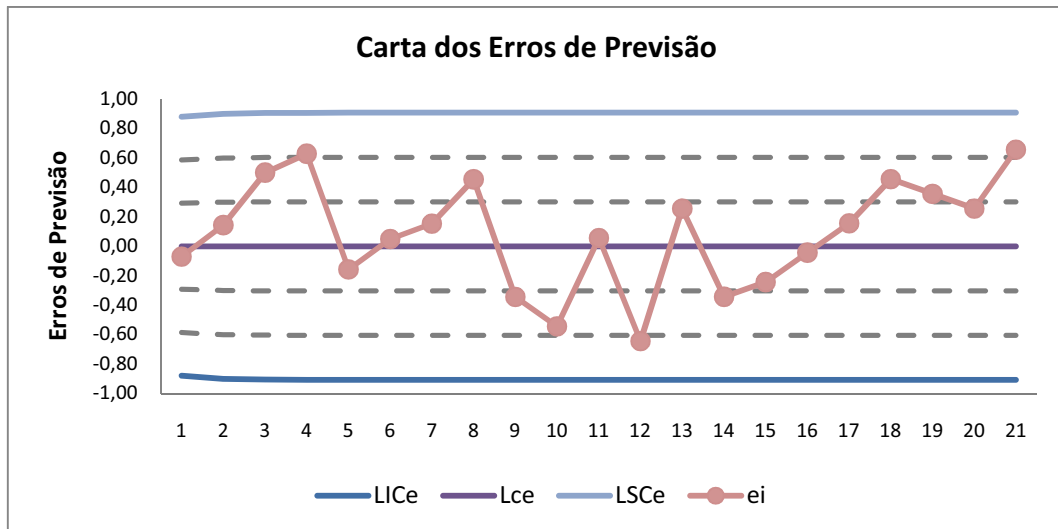


Figura VI.5 Carta de controlo da média para a característica Temperatura da Cataforese

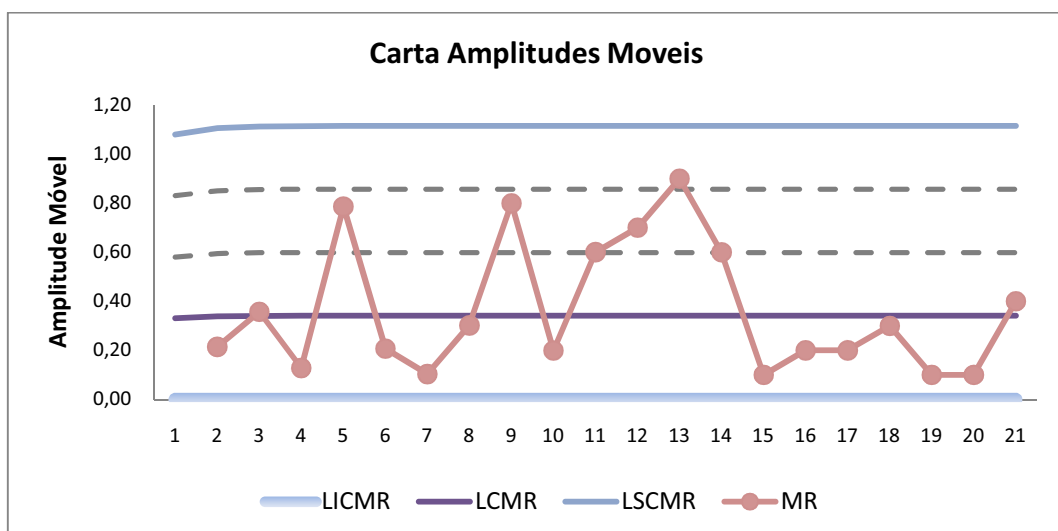


Figura VI.6 Carta de controlo da amplitude para a característica Temperatura da Cataforese

# ANEXO VII: Análise Preliminar das Características da Linha de Pintura

- Definição das características da Espessura Total
- Verificação da auto-correlação dos dado





## Anexo VII: Análise Preliminar das Características da Linha de Pintura

### VII.1 Definição da Característica Espessura Total

Tabela VII.1 Observações dos dados da característica Espessura Total

Observações	Lados ( $\mu m$ )			Observações	Lados ( $\mu m$ )		
	Frente	Lado Direito	Lado Esquerdo		Frente	Lado Direito	Lado Esquerdo
1	80,0	80,3	81,7	21	79,0	82,0	80,3
2	83,0	84,0	84,3	22	80,8	85,0	80,0
3	82,3	82,7	81,7	23	78,3	82,3	81,0
4	82,8	83,3	84,3	24	82,5	84,0	79,0
5	81,0	81,0	83,7	25	86,3	81,7	80,7
6	82,8	84,0	82,7	26	84,3	81,3	80,7
7	87,8	87,3	81,0	27	81,5	84,0	82,7
8	85,5	87,0	84,3	28	82,5	83,3	81,0
9	83,0	83,0	88,3	29	81,5	84,0	81,7
10	83,0	83,0	87,0	30	83,8	83,3	82,0
11	74,5	77,7	83,3	31	82,5	83,7	80,3
12	71,3	76,7	83,3	32	83,5	84,3	82,3
13	75,5	77,0	78,0	33	82,0	85,0	81,3
14	76,0	78,7	74,7	34	86,5	86,3	84,0
15	80,3	81,3	76,7	35	84,0	85,7	82,7
16	79,5	82,0	76,7	36	84,5	84,7	85,0
17	79,5	82,3	78,7	37	82,5	86,0	83,3
18	80,8	81,7	80,0	$Y_i$	3014,50	3066,33	3017,67
19	79,3	83,3	78,0	$\bar{Y}_i$	81,47	82,87	81,56
20	81,3	83,3	81,3	$S^2$	11,24	6,29	7,80

Tabela VII.2 Resíduos e valores previstos dos dados para a característica Espessura Total

Resíduos da Cabine C1	Valor previsto da Cabine C1 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C2 ( $\mu\text{m}$ )	Resíduos da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )	Valor previsto da Cabine C3 ( $\mu\text{m}$ )
-1,473	81,473	-2,541	82,874	0,108	81,559
1,527	81,473	1,126	82,874	2,775	81,559
0,777	81,473	-0,207	82,874	0,108	81,559
1,277	81,473	0,459	82,874	2,775	81,559
-0,473	81,473	-1,874	82,874	2,108	81,559
1,277	81,473	1,126	82,874	1,108	81,559
6,277	81,473	4,459	82,874	-0,559	81,559
4,027	81,473	4,126	82,874	2,775	81,559
1,527	81,473	0,126	82,874	6,775	81,559
1,527	81,473	0,126	82,874	5,441	81,559
-6,973	81,473	-5,207	82,874	1,775	81,559
-10,223	81,473	-6,207	82,874	1,775	81,559
-5,973	81,473	-5,874	82,874	-3,559	81,559
-5,473	81,473	-4,207	82,874	-6,892	81,559
-1,223	81,473	-1,541	82,874	-4,892	81,559
-1,973	81,473	-0,874	82,874	-4,892	81,559
-1,973	81,473	-0,541	82,874	-2,892	81,559
-0,723	81,473	-1,207	82,874	-1,559	81,559
-2,223	81,473	0,459	82,874	-3,559	81,559
-0,223	81,473	0,459	82,874	-0,225	81,559
-2,473	81,473	-0,874	82,874	-1,225	81,559
-0,723	81,473	2,126	82,874	-1,559	81,559
-3,223	81,473	-0,541	82,874	-0,559	81,559
1,027	81,473	1,126	82,874	-2,559	81,559
4,777	81,473	-1,207	82,874	-0,892	81,559
2,777	81,473	-1,541	82,874	-0,892	81,559
0,027	81,473	1,126	82,874	1,108	81,559
1,027	81,473	0,459	82,874	-0,559	81,559
0,027	81,473	1,126	82,874	0,108	81,559
2,277	81,473	0,459	82,874	0,441	81,559
1,027	81,473	0,793	82,874	-1,225	81,559
2,027	81,473	1,459	82,874	0,775	81,559
0,527	81,473	2,126	82,874	-0,225	81,559
5,027	81,473	3,459	82,874	2,441	81,559
2,527	81,473	2,793	82,874	1,108	81,559
3,027	81,473	1,793	82,874	3,441	81,559
1,027	81,473	3,126	82,874	1,775	81,559

Quadro VII.1 Desenho com um factor a vários níveis dos dados da característica Espessura Total

Tabela ANOVA				
Fonte de Variação	SS	g.l.	MS	F <sub>0</sub>
Entre Posições (Frente, Lado Direito e Lado Esquerdo)	45,63	2	22,82	2,70
Erro (interior)	912,02	108	8,44	
Total	957,65	110		

Conclui-se que não há diferenças significativas entre os níveis de Espessura Total na frente, lado direito e lado esquerdo das cabines.

$$n = 37$$

$$MS_{ERRO} = 8,44$$

$$\alpha = 5\%$$

$$F_{5\%;(2);(108)g.l.} = 3,08$$

### Verificação dos Pressupostos da Análise de Variância

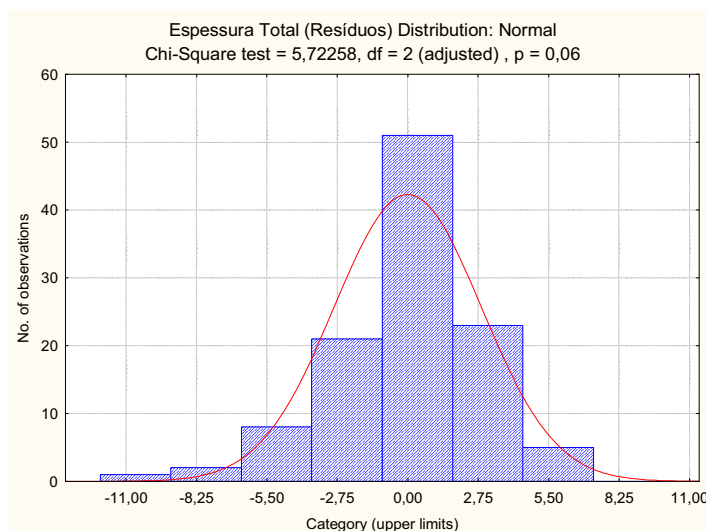


Figura VII.1 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Total

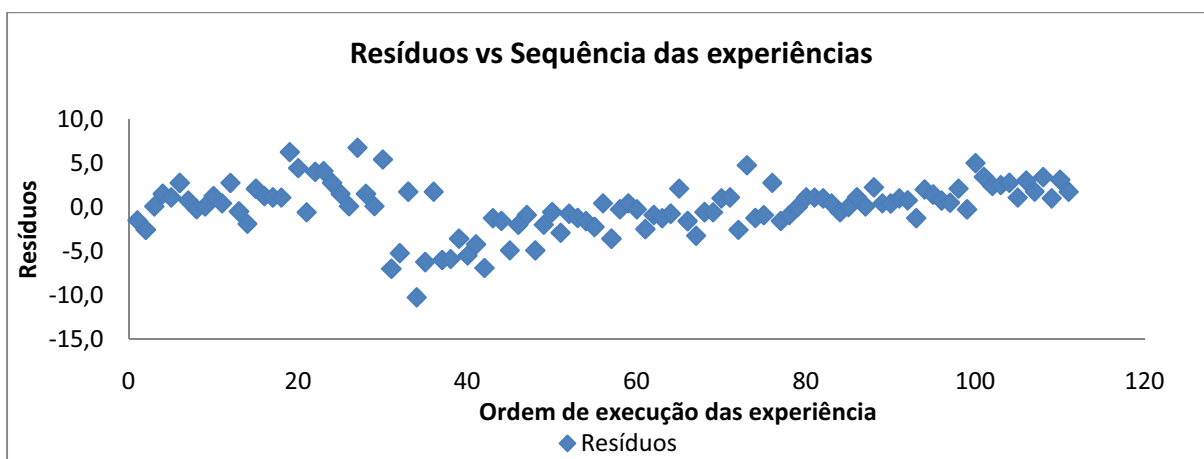


Figura VII.2 Verificação da independência dos resíduos dos dados da característica Espessura Total



Figura VII.3 Verificação da homogeneidade da variância dos dados da característica Espessura Total

Quadro VII.2 Teste de Bartlett para testar a variância dos dados frente da cabine da característica Espessura Total

$\alpha$	$n_i$	$m$	$\nu_i$	$\nu$	$S^2$	$C$	$\chi_B^2$	$\chi_{\alpha;m-1}^2$
5%	37	3	36	108	8,445	1,012	1,350	5,991

Não existem diferenças significativas na característica Espessura Total entre as variâncias dos diferentes lados e frentes das cabines.

## VII.2 Verificação da Auto-correlação dos dados Linha de pintura

### VII.2.1 Espessura Total

Analisando a Figura VII.4 e a Figura VII.5, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado “lag” 1 (0,674) não pertence ao seu intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11 verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

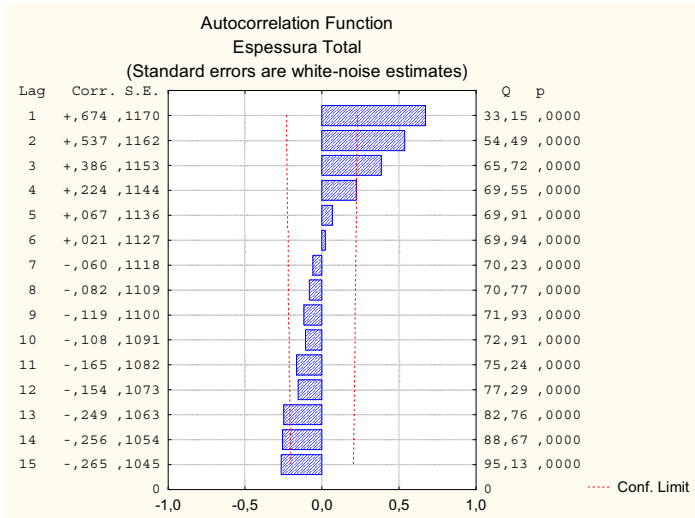


Figura VII.4 *FACE* referente à característica Espessura Total

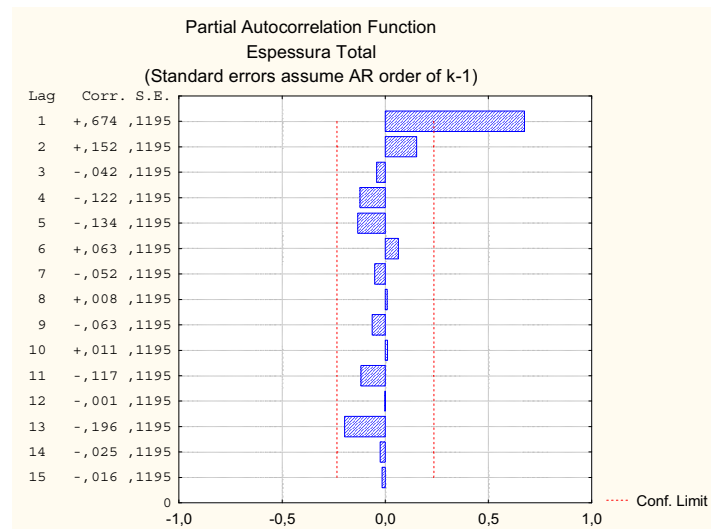


Figura VII.5 FACPE referente à característica Espessura Total

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e encontram-se no Quadro VII.3.

Quadro VII.3 Parâmetros do modelo  $AR(1)$  referentes à característica Espessura Total

Espessura Total						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 2,0670						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	82,04491	0,509599	160,9990	0,000000	81,02802	83,06180
$\phi_1$	0,67634	0,090994	7,4328	0,000000	0,49476	0,85792

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura VII.6 e na Figura VII.7.

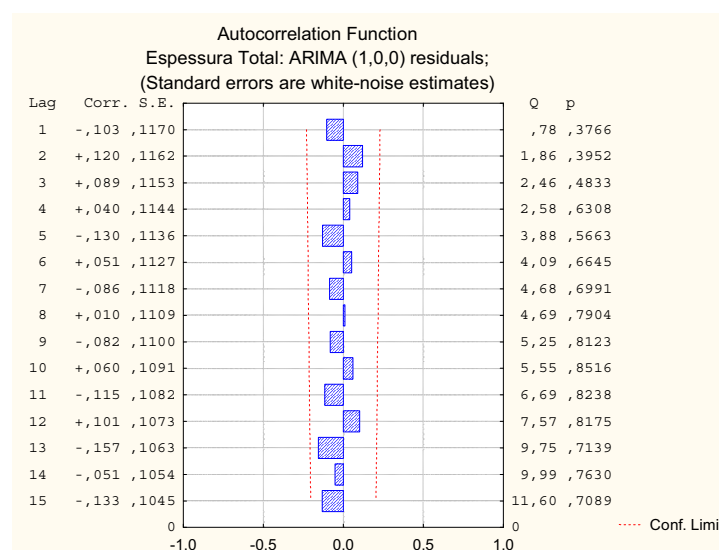


Figura VII.6 FACE dos resíduos referente à característica Espessura Total

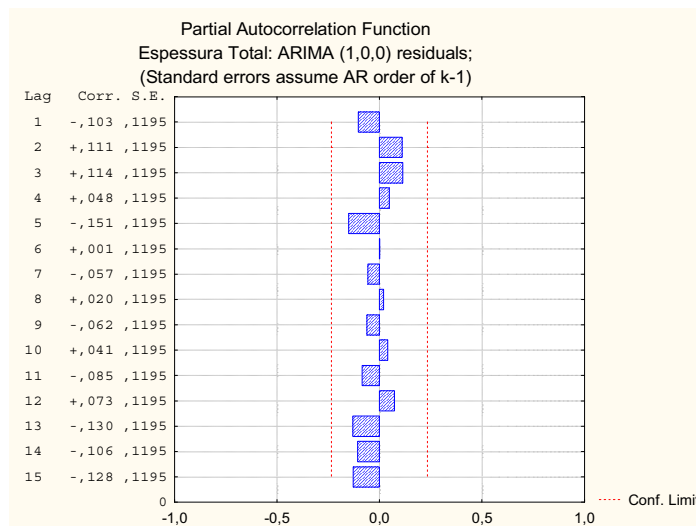


Figura VII.7 FACPE dos resíduos referente à característica Espessura Total

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Espessura Total, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

## VII.2.2 Temperatura de aplicação

Analisando a Figura VII.8 e a Figura VII.9, verificar-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado "lag" 1 (0,453) e "lag" 2(0,221) não pertencem ao seu intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *MA*(2).

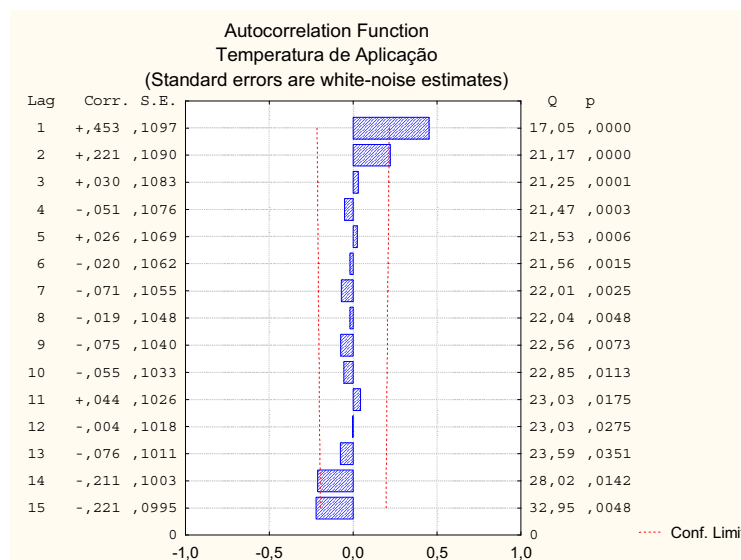


Figura VII.8 FACE referente à característica Temperatura de Aplicação

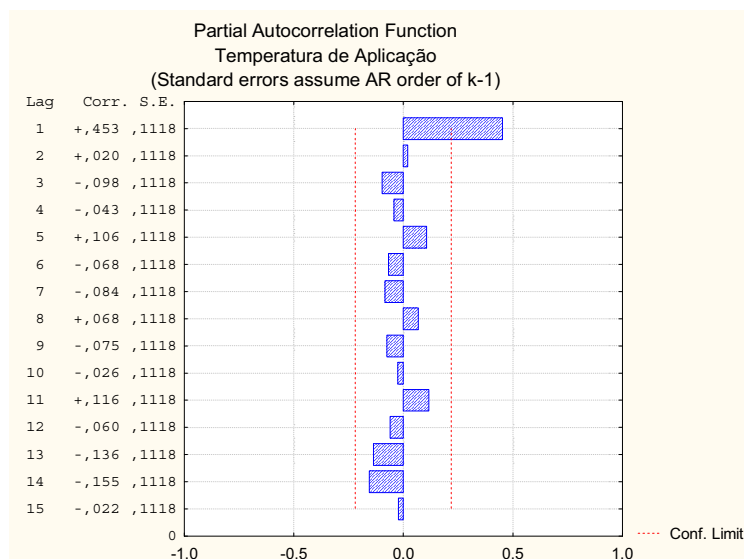


Figura VII.9 *FACPE* referente à característica Temperatura de Aplicação

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e os mesmos apresentam-se no Quadro VII.4.

Quadro VII.4 Parâmetros do modelo *MA(2)* referentes à característica Temperatura de Aplicação

Temperatura de Aplicação						
Transformação: Não						
Modelo (0,0,2) MS Residual = 0,21060						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	25,47211	0,086533	294,3636	0,000000	25,29980	25,64442
$\theta_1$	-0,41140	0,104293	-3,9447	0,000175	-0,61907	-0,20373
$\theta_2$	-0,28102	0,135896	-2,0679	0,042011	-0,55162	-0,01041

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura VII.10 e na Figura VII.11.

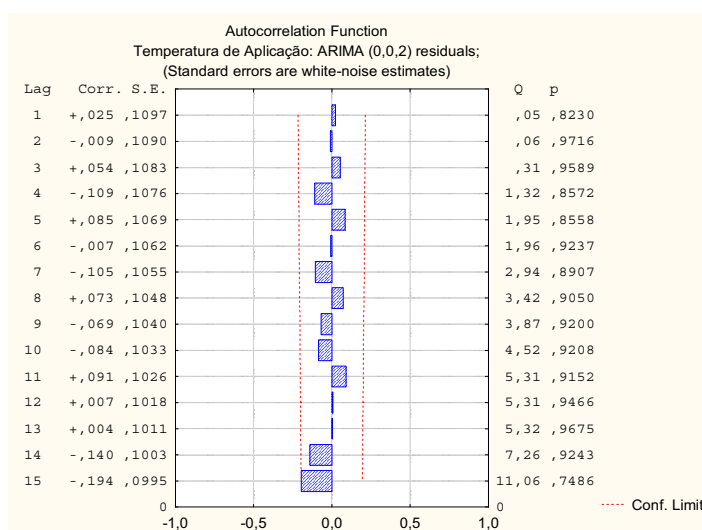


Figura VII.10: *FACE* dos resíduos referente à característica Temperatura de Aplicação



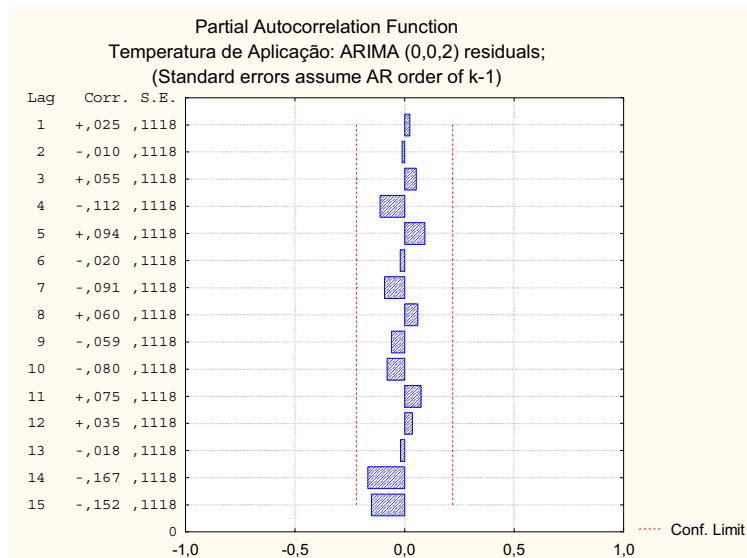


Figura VII.11: *FACPE* dos resíduos referente à característica Temperatura de Aplicação

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Temperatura de Aplicação, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

### VII.2.3 Temperatura da Câmara

Analisando a Figura VII.12 e a Figura VII.13, verificar-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado "lag" 1 (0,476) não pertence ao seu intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11 verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *AR*(1).

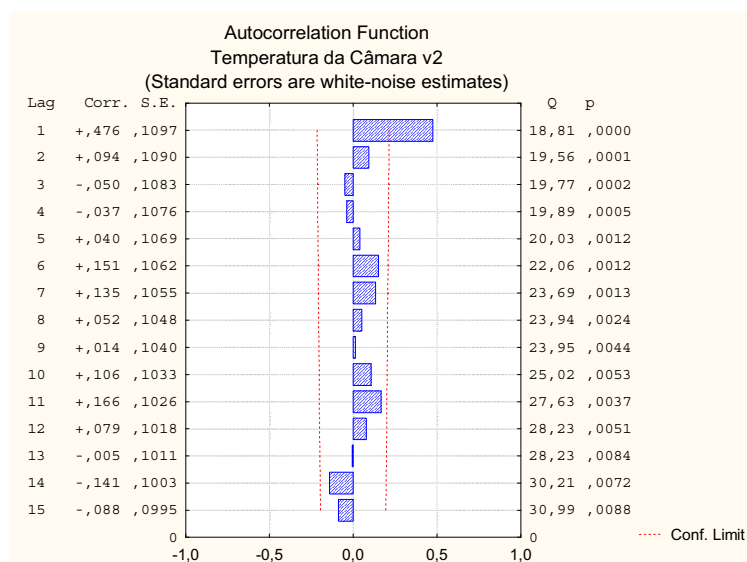


Figura VII.12 *FACE* referente à característica Temperatura da Câmara

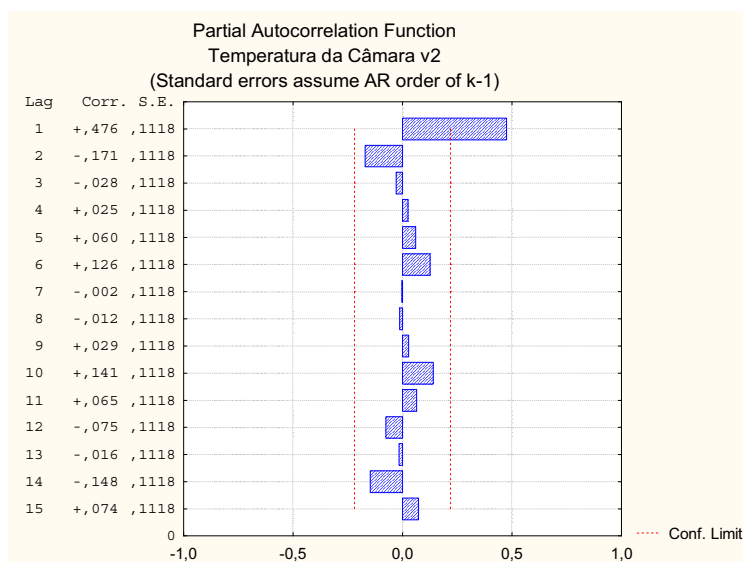


Figura VII.13 FACPE referente à característica Temperatura da Câmara

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e o valor dos mesmos encontram-se no Quadro VII.5.

Quadro VII.5 Parâmetros do modelo AR(1) referentes à característica Temperatura da Câmara

Temperatura da Câmara						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual =0,04384						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	23,54389	0,044401	530,2583	0,000000	23,45549	23,63228
$\phi_1$	0,47689	0,100398	4,7500	0,000009	0,27701	0,67676

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da FACE e FACPE dos resíduos, apresentadas na Figura VII.14 e na Figura VII.15.

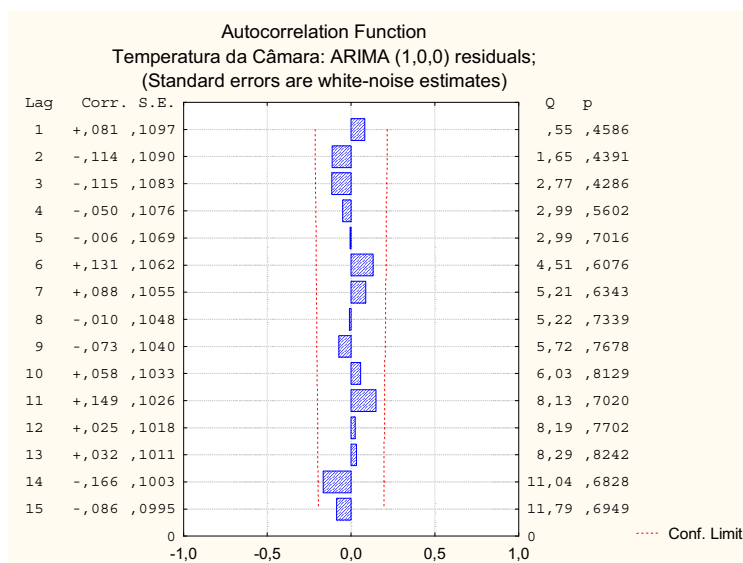


Figura VII.14: FACE dos resíduos referente à característica Temperatura da Câmara

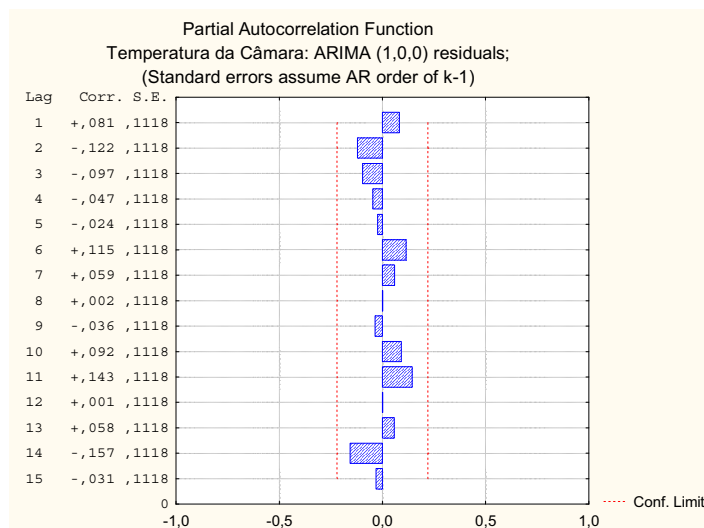


Figura VII.15: *FACPE* dos resíduos referente à característica Temperatura da Câmara

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Temperatura da Câmara, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

#### VII.2.4 Humidade da Câmara

Analisando a Figura VII.16 e a Figura VII.17, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado "lag" 1 (0,381) não pertence ao seu intervalo de confiança.

Comparando o perfil da *FACE* e da *FACPE* com a *FAC* e a *FACE* descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá ser realizada através de um modelo *MA*(1).

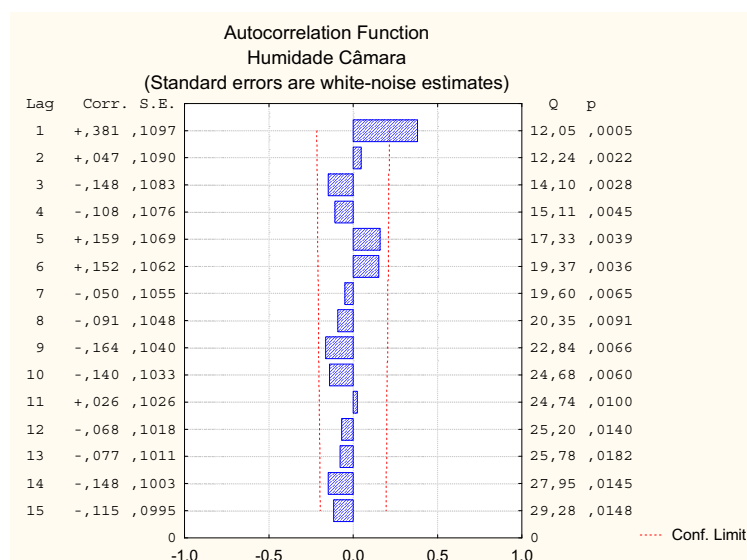


Figura VII.16 *FACE* referente à característica Humidade da Câmara

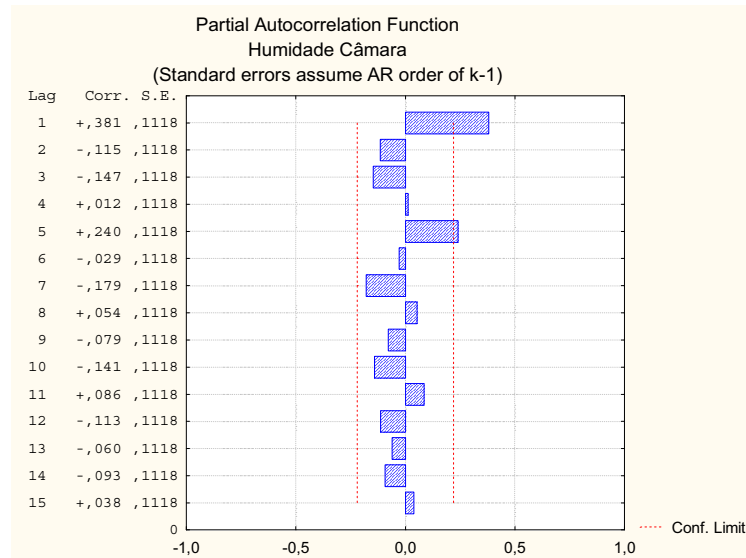


Figura VII.17 FACPE referente à característica Humidade da Câmara

A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e encontram-se no Quadro VII.6.

Quadro VII.6 Parâmetros do modelo  $MA(1)$  referente à característica Humidade da Câmara

Humidade da Câmara						
Transformação: Não						
Modelo (0,0,1) MS Residual = 0,13981						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	59,73281	0,057394	1040,755	0,000000	59,61854	59,84707
$\theta_1$	-0,36946	0,096750	-3,819	0,000268	-0,56208	-0,17685

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura VII.18 e na Figura VII.19.

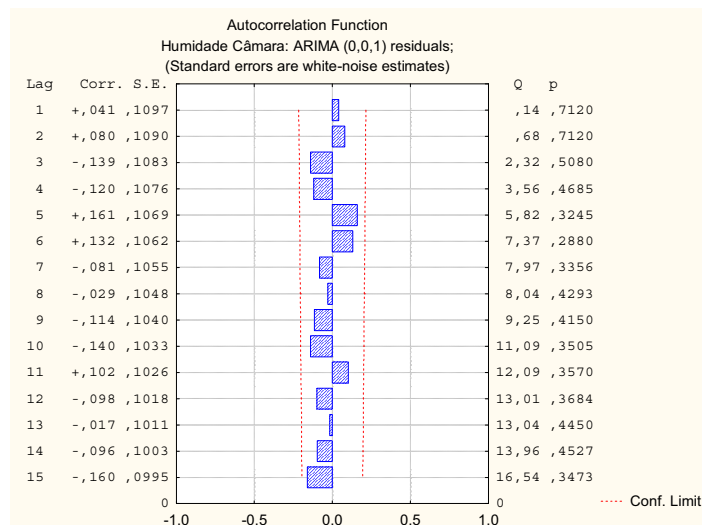


Figura VII.18: *FACE* dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara

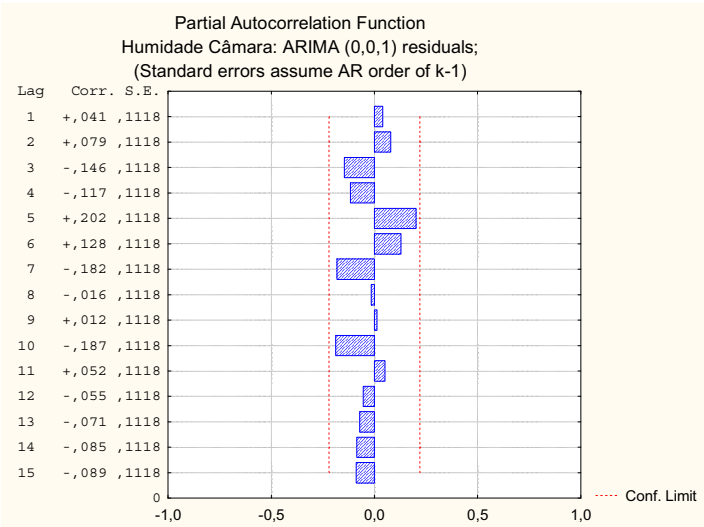


Figura VII.19: *FACPE* dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara

Através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Humidade da Câmara, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes

**Dados**

Amostra	Data	Nº Cabine	Espessura Total ( $\mu\text{m}$ )
1	30-04-2009	9300763	80,67
2	30-04-2009	9300783	83,78
3	30-04-2009	9300781	82,86
4	30-04-2009	9300759	81,00
5	30-04-2009	9300762	82,92
6	30-04-2009	9300749	83,69
7	30-04-2009	9300771	84,22
8	30-04-2009	9300756	86,50
9	30-04-2009	9300770	87,81
10	30-04-2009	9300776	83,11
11	30-04-2009	9300870	82,11
12	04-05-2009	9300893	79,72
13	04-05-2009	9300905	78,19
14	04-05-2009	9300901	78,39
15	04-05-2009	9300888	80,08
16	04-05-2009	9300902	77,11
17	04-05-2009	9300903	80,00
18	04-05-2009	9300897	79,94
19	04-05-2009	9300895	80,97
20	05-05-2009	9300904	81,25
21	05-05-2009	9300890	81,53
22	05-05-2009	9300889	80,67
23	05-05-2009	9300919	81,58
24	05-05-2009	9300915	80,42
25	05-05-2009	9300918	83,39
26	05-05-2009	9300923	83,53
27	05-05-2009	9300926	82,19
28	06-05-2009	9300946	82,39
29	06-05-2009	9300959	82,61
30	06-05-2009	9300940	82,83
31	06-05-2009	9300956	83,36
32	06-05-2009	9300957	81,70
33	07-05-2009	9300948	83,39
34	07-05-2009	9300962	82,78
35	07-05-2009	9300993	85,61
36	07-05-2009	9301000	84,11
37	07-05-2009	9301004	83,94
38	07-05-2009	9300999	84,72

Anexo VII: Análise Preliminar das Características da Linha de Pintura

Amostra	Data	Nº Cabine	Espessura Total ( $\mu\text{m}$ )
39	07-05-2009	9301006	85,86
40	07-05-2009	9300990	82,81
41	07-05-2009	9300997	84,08
42	07-05-2009	9300996	84,75
43	08-05-2009	9301008	85,56
44	08-05-2009	9301015	82,89
45	08-05-2009	9301030	81,47
46	08-05-2009	9301020	82,56
47	08-05-2009	9301027	80,78
48	08-05-2009	9301093	80,36
49	08-05-2009	9301096	80,28
50	08-05-2009	9301105	80,94
51	13-05-2009	9301104	82,22
52	13-05-2009	9301098	80,56
53	13-05-2009	9301121	82,83
54	13-05-2009	9301116	81,33
55	14-05-2009	9301146	79,75
56	14-05-2009	9301145	80,50
57	14-05-2009	9301150	79,86
58	14-05-2009	9301163	80,56
59	14-05-2009	9301162	80,75
60	14-05-2009	9301154	82,11
61	14-05-2009	9301159	80,97
62	18-05-2009	9301206	81,53
63	18-05-2009	9301213	83,36
64	18-05-2009	9301198	82,44
65	18-05-2009	9301195	83,11
66	18-05-2009	9301205	81,06
67	18-05-2009	9301215	82,17
68	18-05-2009	9301220	82,50
69	19-05-2009	9301207	82,69
70	19-05-2009	9301250	82,78

*Anexo VII: Análise Preliminar das Características da Linha de Pintura*

Amostra	Data	Nº Cabine	Temperatura da câmara (°C)	Humidade da câmara (r.h)	Temperatura de aplicação (°C)
1	30-04-2009	9300763	23,30	59,20	25,60
2	30-04-2009	9300783	23,40	60,10	24,70
3	30-04-2009	9300781	23,50	59,80	24,80
4	30-04-2009	9300759	23,40	59,90	24,60
5	30-04-2009	9300762	23,50	60,00	25,10
6	30-04-2009	9300749	23,40	60,10	25,30
7	30-04-2009	9300771	23,30	59,90	25,30
8	30-04-2009	9300756	23,50	59,70	25,40
9	30-04-2009	9300770	23,50	59,50	25,50
10	30-04-2009	9300776	23,50	60,20	26,30
11	30-04-2009	9300868	23,30	59,40	26,00
12	30-04-2009	9300870	23,30	59,60	26,10
13	04-05-2009	9300893	23,50	60,10	25,30
14	04-05-2009	9300903	24,00	59,60	24,90
15	04-05-2009	9300897	23,90	59,60	26,00
16	04-05-2009	9300895	23,90	59,40	25,90
17	05-05-2009	9300904	23,20	59,80	25,50
18	05-05-2009	9300898	23,40	60,40	25,60
19	05-05-2009	9300890	23,30	60,80	25,90
20	05-05-2009	9300889	23,40	60,20	25,80
21	05-05-2009	9300909	23,60	60,06	26,10
22	05-05-2009	9300919	23,60	59,50	26,00
23	05-05-2009	9300920	23,50	60,40	26,30
24	05-05-2009	9300910	23,40	60,50	25,60
25	05-05-2009	9300915	23,60	59,40	25,80
26	05-05-2009	9300918	23,60	59,30	25,00
27	05-05-2009	9300926	23,70	59,20	25,80
28	06-05-2009	9300928	23,50	59,10	25,60
29	06-05-2009	9300946	23,70	60,00	25,00
30	06-05-2009	9300959	23,80	59,80	24,70
31	06-05-2009	9300940	23,90	59,30	25,00
32	06-05-2009	9300956	24,20	58,90	25,10
33	06-05-2009	9300957	24,00	59,00	25,30
34	07-05-2009	9300947	23,60	59,80	24,70
35	07-05-2009	9300955	23,70	60,00	24,80
36	07-05-2009	9300948	23,50	59,60	24,90
37	07-05-2009	9300962	23,60	59,90	25,40
38	07-05-2009	9300993	23,90	59,30	25,80



## Anexo VII: Análise Preliminar das Características da Linha de Pintura

Amostra	Data	Nº Cabine	Temperatura da câmara (°C)	Humidade da câmara (r.h)	Temperatura de aplicação (°C)
39	07-05-2009	9301000	24,00	59,70	25,80
40	07-05-2009	9301004	23,40	59,50	25,60
41	07-05-2009	9300999	23,70	59,40	25,80
42	07-05-2009	9300990	23,80	59,60	25,70
43	07-05-2009	9301006	23,90	59,80	25,20
44	07-05-2009	9300997	24,00	59,20	26,00
45	07-05-2009	9300996	23,90	59,60	25,40
46	08-05-2009	9301008	23,20	59,90	24,70
47	08-05-2009	9301015	23,20	59,70	24,80
48	08-05-2009	9301030	23,60	59,90	25,40
49	08-05-2009	9301020	23,40	58,60	26,40
50	08-05-2009	9301027	23,50	59,20	26,60
51	12-05-2009	9301110	23,60	60,20	25,40
52	12-05-2009	9301071	23,70	60,20	25,60
53	12-05-2009	9301106	23,50	60,60	25,10
54	12-05-2009	9301089	23,20	60,00	24,60
55	12-05-2009	9301103	23,40	60,00	25,90
56	12-05-2009	9301097	23,60	59,80	25,40
57	12-05-2009	9301093	23,10	59,60	26,70
58	12-05-2009	9301096	23,40	59,40	26,60
59	13-05-2009	9301104	23,70	60,20	25,60
60	13-05-2009	9301098	23,80	60,00	25,40
61	13-05-2009	9301116	23,90	59,90	25,80
62	13-05-2009	9301119	23,50	60,00	25,60
63	13-05-2009	9301121	23,70	59,70	25,40
64	14-05-2009	9301146	23,10	59,60	25,20
65	14-05-2009	9301145	23,20	59,40	25,60
66	14-05-2009	9301150	23,30	59,40	25,40
67	14-05-2009	9301163	23,40	59,20	25,60
68	14-05-2009	9301166	23,30	59,60	26,00
69	14-05-2009	9301162	23,50	59,80	26,10
70	14-05-2009	9301158	23,60	59,40	25,40
71	14-05-2009	9301154	23,60	59,60	25,40
72	14-05-2009	9301159	23,40	59,60	25,60
73	18-05-2009	9301206	23,50	59,90	25,00
74	18-05-2009	9301213	23,60	60,40	25,60
75	18-05-2009	9301200	23,80	60,20	24,20
76	18-05-2009	9301198	23,60	60,00	25,10
77	18-05-2009	9301195	23,20	59,40	24,90
78	18-05-2009	9301205	23,40	59,70	24,80
79	18-05-2009	9301215	23,60	59,80	25,20
80	18-05-2009	9301220	23,50	59,90	25,40

# ANEXO VIII: Fase I na Linha de Pintura

- Cartas  $\bar{x}$  –  $MR$  Univariadas aplicadas aos resíduos
- Análise de Capacidade



## Anexo VIII: Fase I na Linha de Pintura

### VIII.1 Espessura Total

#### a. Carta $e - MR$

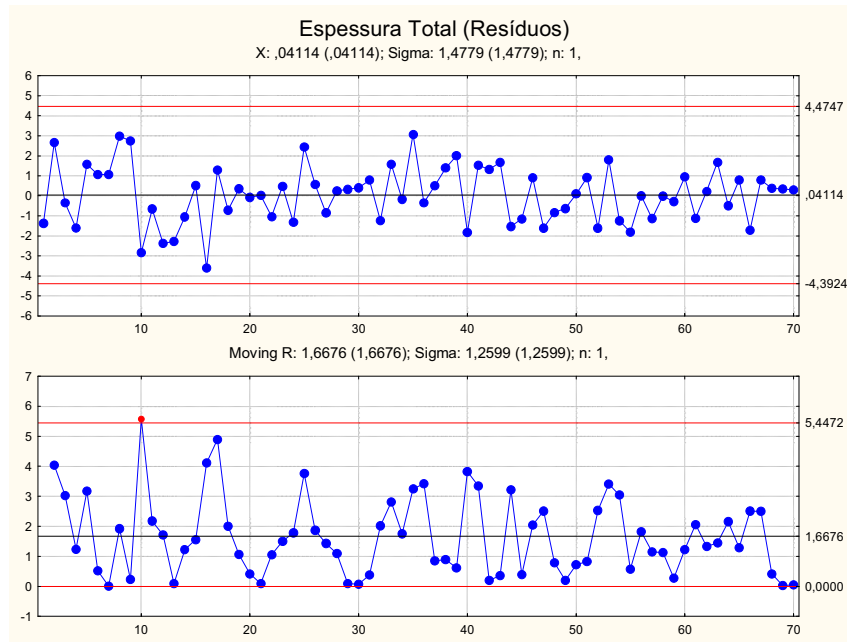


Figura VIII.1 Carta de eontrolo  $e - MR$  dos resíduos da característica Espessura Total

Analisando a Figura VIII.1 verifica-se que existe um ponto fora dos limites de controlo. Como estamos perante cartas tradicionais para controlo de resíduos, quando os pontos denotam a ocorrência de causa especial de variação, não devem ser eliminados, mas sim, substituídos pelos valores esperados para esses instantes.

No ponto 10, ocorre uma causa especial de variação. Para este ponto é calculado o valor esperado nesse instante, com base no modelo seleccionado. Como o modelo adequado é um  $AR(1)$ , o valor esperado é dado pelas equações (VIII.1) e (VIII.2).

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = \xi + \phi_1 \hat{X}_{T+\tau-1} \quad (\text{VIII.1})$$

$$\xi = \mu(1 - \phi_1) \quad (\text{VIII.2})$$

O valor esperado no instante 10, terá o valor  $\hat{X}_{10} = 85,94$ . Este valor é substituído pelo valor do ponto 10, e é feito o ajuste do modelo  $ARIMA$  adequado aos dados.

Analisando a Figura VIII.2 e a Figura VIII.3, verificar-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado "lag" 1 (0,699) não pertence ao seu intervalo de confiança. Comparando o perfil da  $FACE$  e da  $FACPE$  com a  $FAC$  e a  $FACE$  descritas no Quadro 2.11, verifica -se que a modelação do processo poderá continuar a ser realizada através de um modelo  $AR(1)$ .

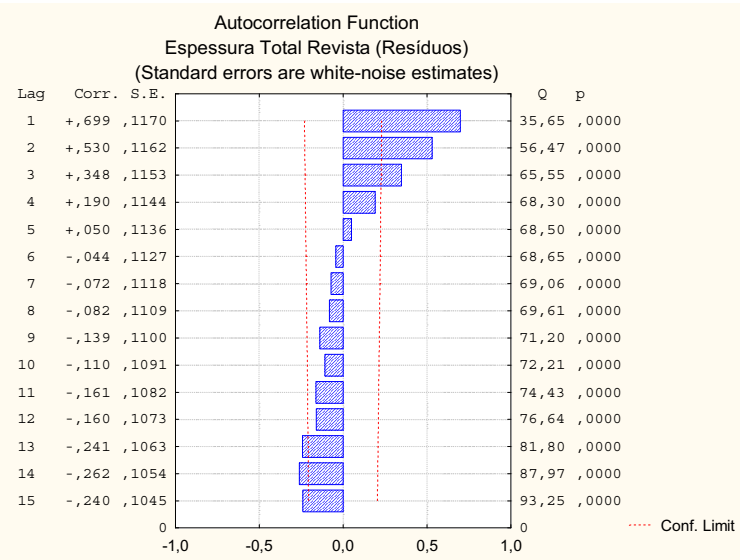


Figura VIII.2 FACE referente à característica Espessura Total revista

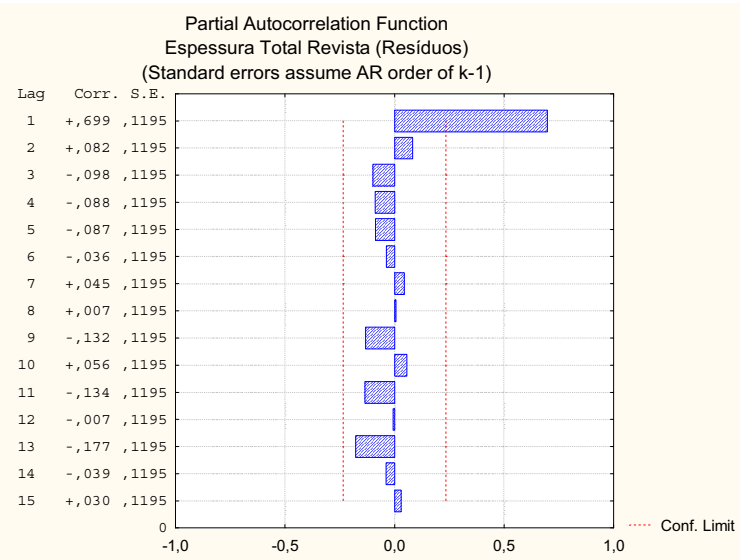


Figura VIII.3 FACPE referente à característica Espessura Total revista

Com o valor dos resíduos revistos é realizada a nova carta apresentada na Figura VIII.4.

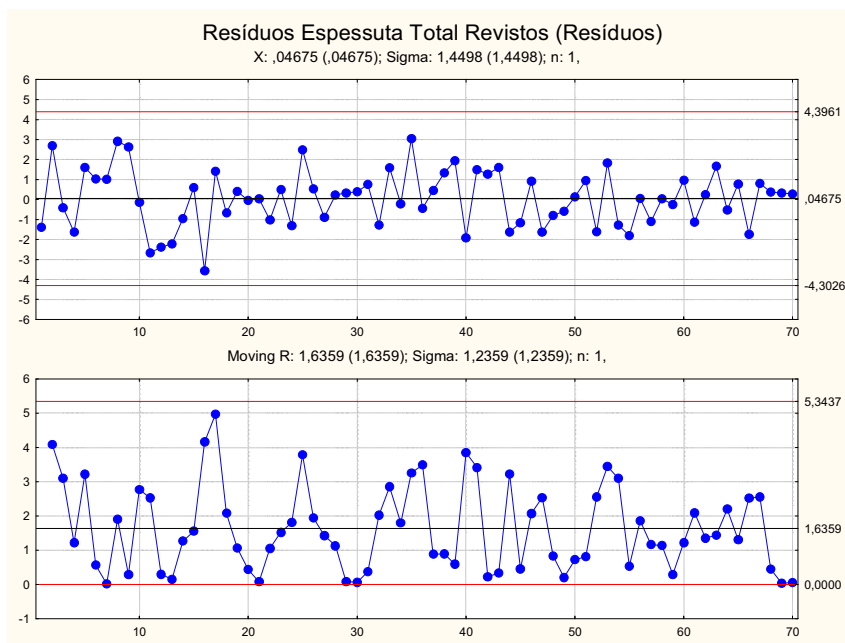


Figura VIII.4 Carta de Controle  $e - MR$  dos resíduos revistos da característica Espessura Total

Não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios, verificando-se que o processo está sob controlo estatístico. A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e encontram-se no Quadro VIII.1.

Quadro VIII.1 Parâmetros do modelo  $AR(1)$  referentes à característica Espessura Total revista

Espessura de Esmalte Revisto						
Transformação: Não						
Modelo (1,0,0) MS Residual = 2,0374						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	82,05809	0,545145	150,5252	0,000000	80,97027	83,14591
$\phi_1$	0,70168	0,088346	7,9424	0,000000	0,52538	0,87797

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da  $FACE$  e  $FACPE$  dos resíduos, apresentadas na Figura VIII.5 e na Figura VIII.6.

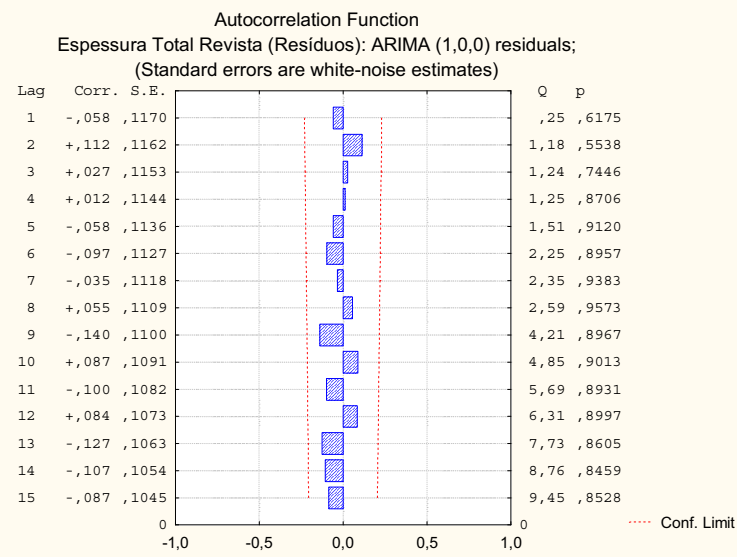


Figura VIII.5: *FACE* dos resíduos referente à característica Espeçura Total revista

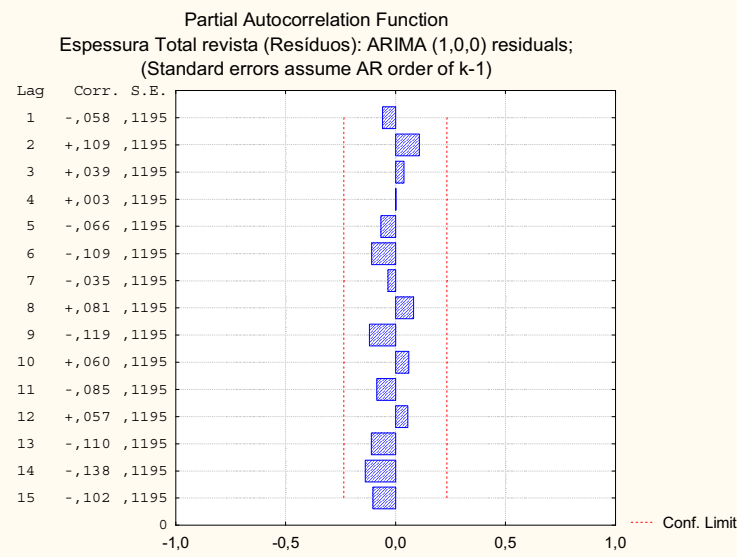


Figura VIII.6: *FACPE* dos resíduos referente à característica Espeçura Total revista

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a Espeçura Total, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os lag's pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.

## b. Verificação da Normalidade

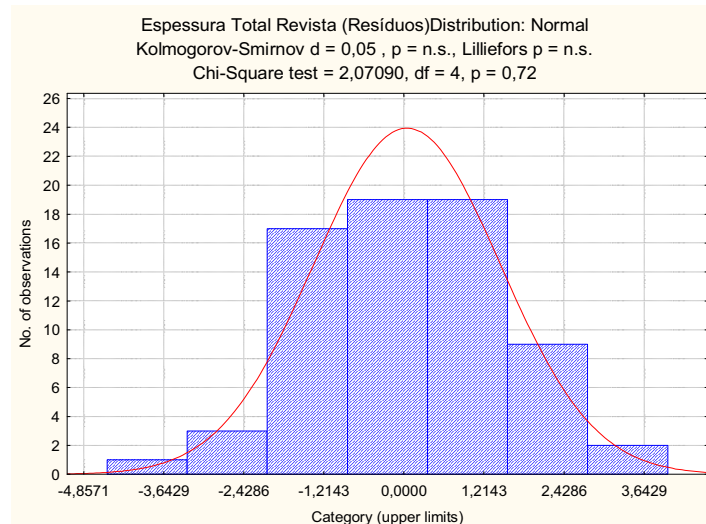


Figura VIII.7 Verificação da Normalidade dos dados da característica Espessura Total revista (resíduos)

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura VIII.7, é possível aferir que os resíduos referentes à característica Espessura Total revista seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depreende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

## c. Estimação dos Parâmetros

São calculados os parâmetros do processo para a característica Espessura Total revista e apresentados no Quadro VIII.2.

Quadro VIII.2 Parâmetros referentes à característica Espessura Total revista

	Modelo			Carta de Controle	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	82,058	0,702	0,699	1,4503	82,058	2,0311

## d. Análise da capacidade do processo

Quadro VIII.3 Estudo da capacidade do processo para a característica Espessura Total revista

	$LIE$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_{pk}$
Espessura Total	70	82,058	2,0311	1,9789

No Quadro VIII.3 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à característica Espessura Total revista, depreendendo-se da sua análise que o processo demonstra produzir segundo a sua especificação técnica.



## VIII.2 Temperatura de Aplicação

### a. Carta $e - MR$

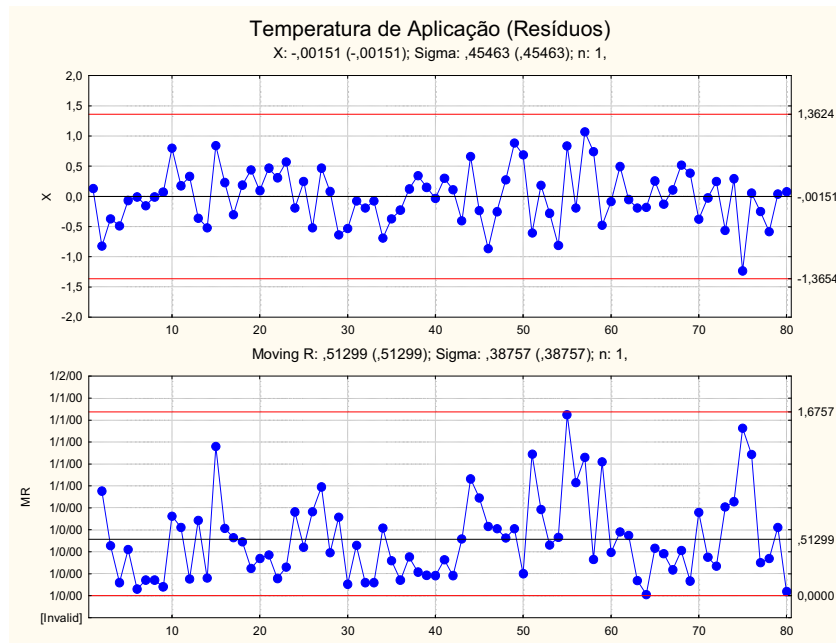


Figura VIII.8 Carta de Controlo  $e - MR$  dos resíduos da característica Temperatura de Aplicação

Analisando a Figura VIII.8 verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios e constata-se que o processo está sob controlo estatístico.

### b. Verificação da Normalidade

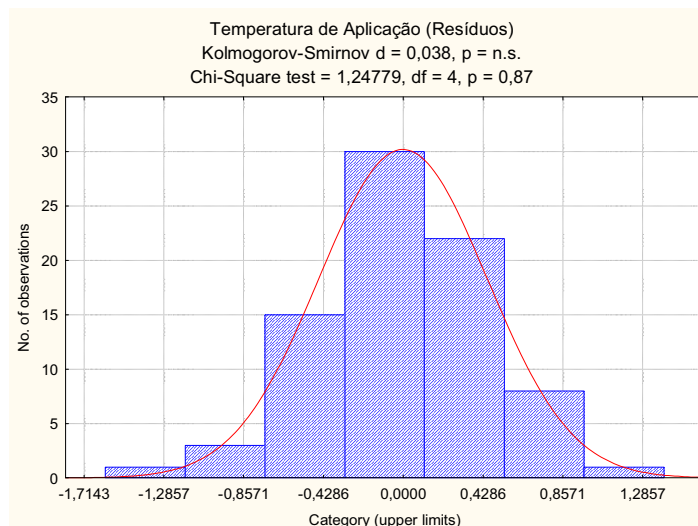


Figura VIII.9 Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura de Aplicação

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura VIII.9, é possível aferir que os resíduos dos referentes à característica Temperatura de Aplicação, seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

### c. Estimação dos Parâmetros

Verificada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Temperatura de Aplicação, calculados com base no modelo  $MA(2)$  e apresentados no Quadro VIII.4.

Quadro VIII.4 Parâmetros referentes à característica Temperatura de Aplicação

	Modelo			Carta de Controlo	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	25,472	-0,411	-0,281	0,4548	25,472	0,5081

### d. Análise da capacidade do processo

Quadro VIII.5 Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura de Aplicação

	$LIE$	$LSE$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_p$	$C_{pk}$	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Temperatura de Aplicação	20	30	25,472	0,5081	3,2802	2,9705	3,5899	2,9705

No Quadro VIII.5 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à Temperatura de Aplicação, depreendendo-se da sua análise que a característica possui uma boa capacidade.

Para avaliar se o processo está centrado, aplica-se o método empírico demonstrado no Quadro VIII.6. Verifica-se que o processo não está centrado na ordem dos 21%.

Quadro VIII.6 Método empírico

$\Delta C_{PK}$	$(\Delta C_{PK}/C_{pk})\%$	Critério de Aceitação
0,6195	21%	$\leq 10\%$

### VIII.3 Temperatura da Câmara

#### a. Carta $e - MR$

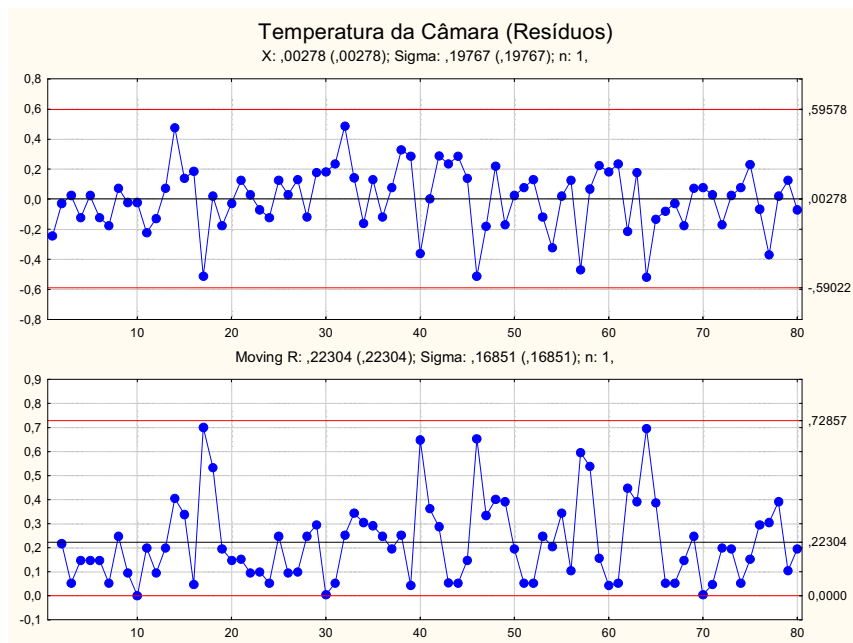


Figura VIII.10 Carta de Controlo  $e - MR$  dos resíduos Temperatura da Câmara

Analisando a Figura VIII.10 verifica-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios e constata-se que o processo está sob controlo estatístico.

#### b. Verificação da Normalidade

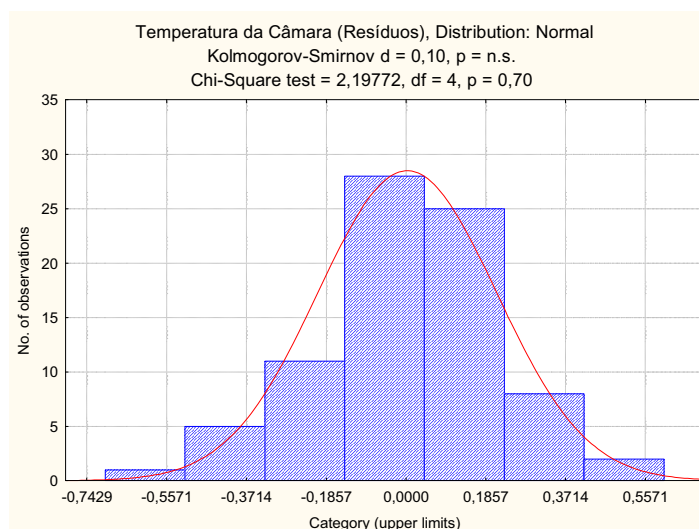


Figura VIII.11 Verificação da Normalidade dos dados da característica Temperatura da Câmara

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura VIII.11, é possível aferir que os resíduos referentes à característica Temperatura da Câmara, seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

### c. Estimação dos Parâmetros

Verificada a estabilidade do processo estimam-se os parâmetros da característica Temperatura da Câmara, calculados com base no modelo  $AR(1)$  e apresentados no Quadro VIII.7.

Quadro VIII.7 Parâmetros referentes à característica Temperatura da Câmara

	Modelo			Carta de Controlo	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	23,544	0,477	0,476	0,1977	23,544	0,2249

### d. Análise da capacidade do processo

Quadro VIII.8 Estudo da capacidade do processo para a característica Temperatura da Câmara

	$LIE$	$LSE$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_p$	$C_{pk}$	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Temperatura da Câmara	21	25	23,544	0,2249	2,9643	2,1582	3,7705	2,1582

No Quadro VIII.8 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à característica Temperatura da Câmara, depreendendo-se da sua análise que a característica possui uma boa capacidade.

Para avaliar se o processo está centrado, aplica-se o método empírico demonstrado no Quadro VIII.9. Verifica-se que o processo não está centrado na ordem dos 75%.

Quadro VIII.9 Método empírico

$\Delta C_{pk}$	$(\Delta C_{pk}/C_{pk})\%$	Critério de Aceitação
1,6123	75%	$\leq 10\%$

## VIII.4 Humidade da Câmara

### a. Carta $e - MR$

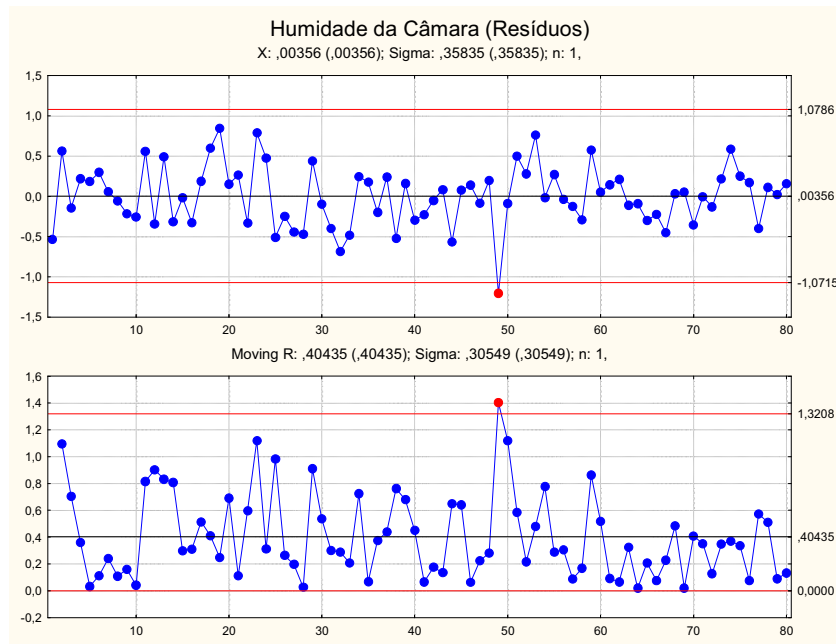


Figura VIII.12 Carta de controlo  $e - MR$  dos resíduos da característica Humidade da Câmara

Analisando a Figura VIII.12 verifica-se que o ponto nº 49 ultrapassa o limites de controlo, tanto na carta  $e$ , como na Carta  $MR$ . Como estamos perante cartas tradicionais para controlo de resíduos, este ponto é substituído pelo valor esperado para esse instante. O valor esperado é calculado com base no modelo seleccionado, como o modelo adequado é um  $MA(1)$ , o valor esperado é dado por:

$$\hat{X}_{T+\tau}(T) = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{T+\tau-1}(T) \quad (\text{VIII.3})$$

O valor esperado para o instante 49 terá o valor  $\hat{X}_{49} = 59,81$ . Este valor é substituído e volta a ajustar-se o modelo  $ARIMA$  adequado. Analisando a Figura VIII.13 e a Figura VIII.14, verifica-se que existe auto-correlação significativa dos dados, isto porque o coeficiente de auto-correlação estimado “lag” 1 (0,383) não pertence ao seu intervalo de confiança. Comparando o perfil da  $FACE$  e da  $FACPE$  com a  $FAC$  e a  $FACE$  descritas no Quadro 2.11, verifica-se que a modelação do processo poderá continuar a ser realizada através de um modelo  $MA(1)$ .

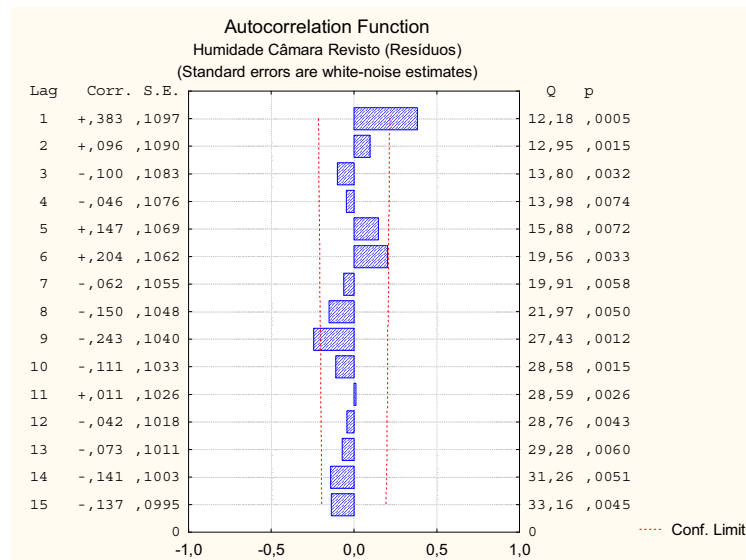


Figura VIII.13 *FACE* referente à característica Humidade da Câmara revista

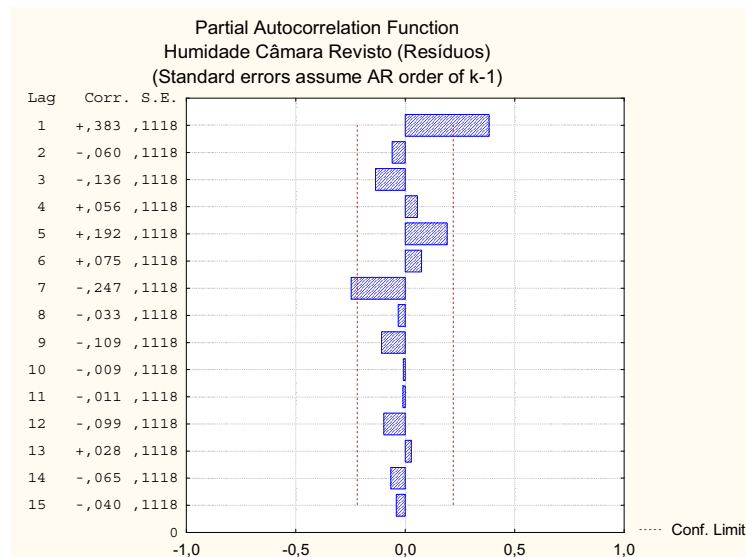


Figura VIII.14 *FACPE* referente à característica Humidade da Câmara revista

Com o valor dos resíduos revistos é realizada a nova carta apresentada na Figura VIII.15.

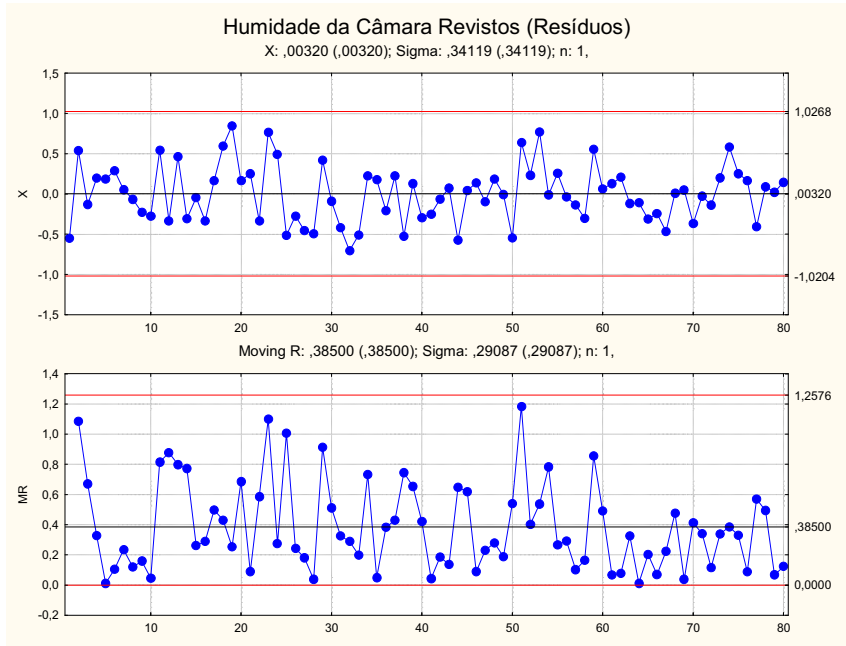


Figura VIII.15 Carta de Controlo  $\bar{x}$  – MR dos resíduos revistos da característica Humidade da Câmara

Analisou-se a carta recorrendo ao software “Statistica” e verificou-se que não existem pontos fora dos limites de controlo, nem padrões não aleatórios. Verifica-se que o processo está sob controlo estatístico. A determinação dos parâmetros do modelo foi realizada recorrendo ao software “Statistica” e encontram-se no Quadro VIII.10.

Quadro VIII.10 Parâmetros do modelo  $MA(1)$  referentes à característica Humidade da Câmara revista

Humidade da Câmara						
Transformação: Não						
Modelo (0,0,1) MS Residual = 0,12695						
	Parâmetro	Desvio Padrão	$t_0$	Valor p	Intervalo de Confiança a 95%	
					Limite Inferior	Limite Superior
Constante	59,74834	0,053536	1116,037	0,000000	59,64176	59,85493
$\theta_1$	-0,34019	0,092411	-3,681	0,000426	-0,52416	-0,15621

Depois da modelação do processo é necessário verificar a independência dos resíduos. Esta verificação é realizada através da *FACE* e *FACPE* dos resíduos, apresentadas na Figura VIII.16 e na Figura VIII.17.

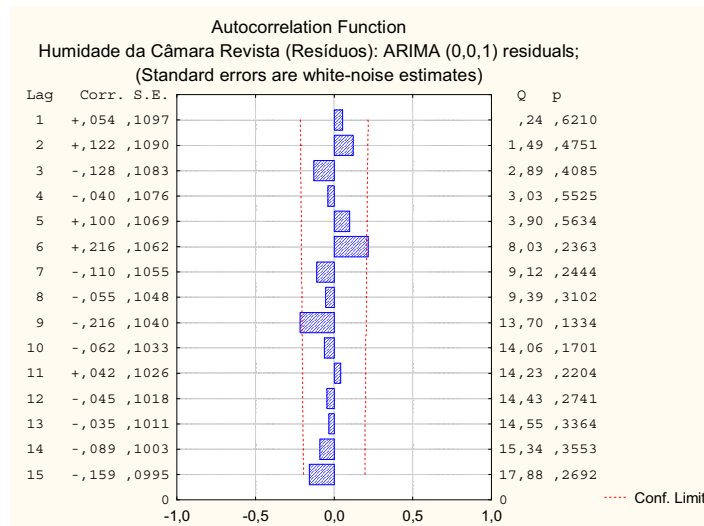


Figura VIII.16: *FACE* dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara revista

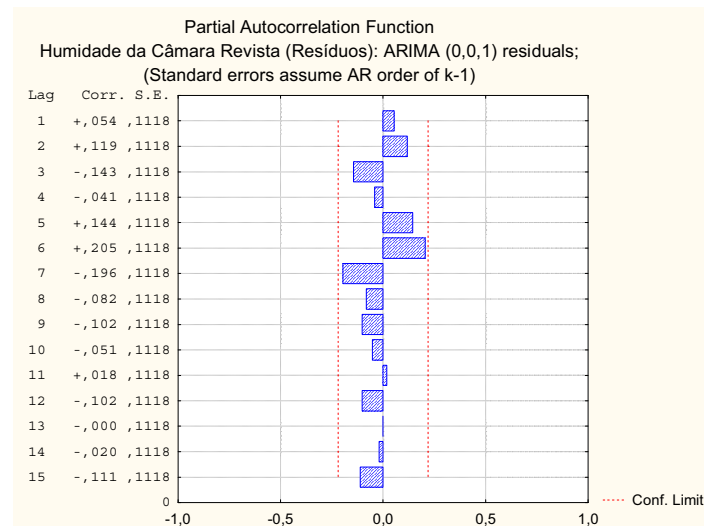


Figura VIII.17: *FACPE* dos resíduos referente à característica Humidade da Câmara revista

Ao realizar-se a *FACE* e *FACPE* dos resíduos para a característica Humidade da Câmara, verifica-se que os valores de  $r_k$  de todos os *lag*'s pertencem ao intervalo de confiança e desta forma conclui-se que os resíduos são independentes.



## b. Verificação da Normalidade

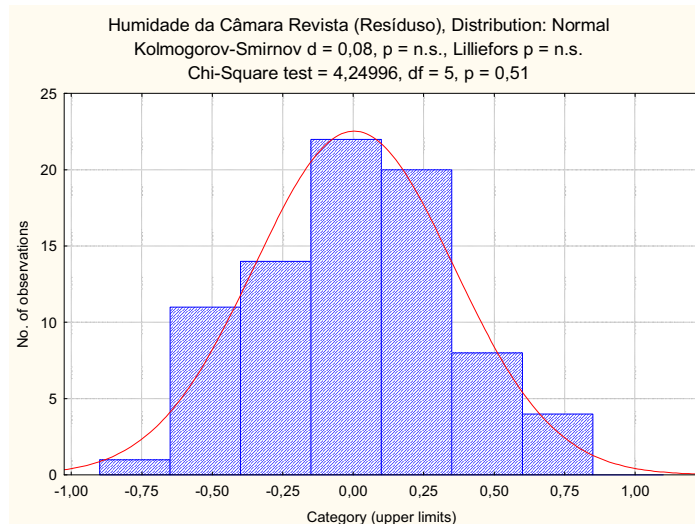


Figura VIII.18 Verificação da Normalidade dos dados da característica Humidade da Câmara revista (resíduos)

Através dos dados fornecidos pelo histograma representado na Figura VIII.18, é possível aferir que os resíduos referentes à característica Humidade da Câmara revista seguem uma distribuição aproximadamente Normal. Esta constatação depreende-se a partir da aplicação dos testes Qui-Quadrado e Kolmogorov-Smirnov, apresentados no Quadro V.1

## c. Estimação dos Parâmetros

São calculados os parâmetros do processo para a característica Humidade da Câmara revista e apresentados no Quadro VIII.11.

Quadro VIII.11 Parâmetros referentes Humidade da Câmara revista

	Modelo		Carta de Controlo	Processo	
Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\theta_1$	$\sigma_\varepsilon$	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$
Estimativa	59,748	-0,340	0,3413	59,748	0,3605

## d. Análise da capacidade do processo

Quadro VIII.12 Estudo da capacidade do processo para a característica Humidade da Câmara revista

	LIE	LSE	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$C_p$	$C_{pk}$	$(C_{pk})_I$	$(C_{pk})_S$
Humidade da Câmara	55	65	59,748	0,3605	4,6230	4,39029	4,3903	4,8557

No Quadro VIII.12 apresenta-se o índice de capacidade do processo referente à característica Humidade da Câmara, depreendendo-se da sua análise que a característica possui uma boa capacidade. Para avaliar se o processo está centrado, aplica-se o método empírico demonstrado no Quadro VIII.13. Verifica-se que o processo não está centrado na ordem dos 11%.

Quadro VIII.13 Método empírico

$\Delta C_{pk}$	$(\Delta C_{pk}/C_{pk})\%$	Critério de Aceitação
0,4654	11%	$\leq 10\%$

**Dados**

Amostra	Espessura Total ( $\mu\text{m}$ )	Amostra	Espessura Total ( $\mu\text{m}$ )	Amostra	Espessura Total Revista ( $\mu\text{m}$ )	Amostra	Espessura Total Revista ( $\mu\text{m}$ )
1	-1,378	36	-0,346	1	-1,391	36	-0,440
2	2,665	37	0,502	2	2,696	37	0,446
3	-0,356	38	1,393	3	-0,404	38	1,341
4	-1,597	39	2,005	4	-1,622	39	1,934
5	1,578	40	-1,820	5	1,601	40	-1,921
6	1,060	41	1,524	6	1,034	41	1,501
7	1,062	42	1,326	7	1,016	42	1,271
8	2,982	43	1,681	8	2,923	43	1,609
9	2,747	44	-1,530	9	2,631	44	-1,623
10	-2,830	45	-1,144	10	-0,147	45	-1,169
11	-0,655	46	0,898	11	-2,674	46	0,909
12	-2,367	47	-1,613	12	-2,373	47	-1,629
13	-2,280	48	-0,827	13	-2,225	48	-0,799
14	-1,052	49	-0,628	14	-0,958	49	-0,590
15	0,511	50	0,095	15	0,600	50	0,136
16	-3,607	51	0,922	16	-3,561	51	0,946
17	1,292	52	-1,609	17	1,413	52	-1,618
18	-0,717	53	1,796	18	-0,670	53	1,830
19	0,348	54	-1,245	19	0,397	54	-1,269
20	-0,069	55	-1,814	20	-0,046	55	-1,800
21	0,020	56	0,007	21	0,037	56	0,061
22	-1,028	57	-1,139	22	-1,019	57	-1,104
23	0,471	58	-0,012	23	0,502	58	0,039
24	-1,316	59	-0,288	24	-1,308	59	-0,254
25	2,445	60	0,942	25	2,483	60	0,971
26	0,574	61	-1,117	26	0,536	61	-1,123
27	-0,853	62	0,214	27	-0,895	62	0,237
28	0,243	63	1,662	28	0,235	63	1,671
29	0,334	64	-0,491	29	0,321	64	-0,528
30	0,405	65	0,796	30	0,387	65	0,782
31	0,783	66	-1,710	31	0,759	66	-1,741
32	-1,235	67	0,791	32	-1,272	67	0,812
33	1,577	68	0,373	33	1,582	68	0,366
34	-0,176	69	0,342	34	-0,214	69	0,326
35	3,071	70	0,294	35	3,048	70	0,273

Amostra	Temperatura da Câmara (°C)	Humidade da Câmara (r.h)	Humidade da Câmara Revista (r.h)	Temperatura de Aplicação (°C)
1	-0,244	-0,533	-0,548	0,128
2	-0,028	0,564	0,538	-0,825
3	0,025	-0,141	-0,131	-0,369
4	-0,123	0,219	0,196	-0,489
5	0,025	0,186	0,185	-0,067
6	-0,123	0,298	0,289	-0,007
7	-0,175	0,057	0,053	-0,150
8	0,072	-0,054	-0,067	-0,008
9	-0,023	-0,213	-0,226	0,074
10	-0,023	-0,254	-0,272	0,800
11	-0,223	0,561	0,544	0,178
12	-0,128	-0,340	-0,333	0,330
13	0,072	0,493	0,465	-0,358
14	0,477	-0,315	-0,307	-0,518
15	0,139	-0,016	-0,044	0,841
16	0,186	-0,327	-0,333	0,227
17	-0,514	0,188	0,165	-0,302
18	0,020	0,598	0,596	0,188
19	-0,175	0,846	0,849	0,435
20	-0,028	0,155	0,163	0,096
21	0,125	0,266	0,252	0,466
22	0,029	-0,331	-0,334	0,309
23	-0,071	0,789	0,765	0,570
24	-0,123	0,476	0,491	-0,193
25	0,125	-0,508	-0,515	0,247
26	0,029	-0,245	-0,273	-0,520
27	0,129	-0,442	-0,455	0,472
28	-0,118	-0,469	-0,493	0,080
29	0,177	0,441	0,420	-0,638
30	0,182	-0,096	-0,091	-0,532
31	0,234	-0,397	-0,417	-0,074
32	0,486	-0,686	-0,706	-0,192
33	0,143	-0,479	-0,508	-0,072
34	-0,161	0,244	0,224	-0,688
35	0,129	0,177	0,175	-0,369
36	-0,118	-0,198	-0,208	-0,227
37	0,077	0,240	0,222	0,125
38	0,329	-0,522	-0,524	0,340
39	0,286	0,160	0,130	0,153
40	-0,361	-0,292	-0,293	-0,031

Amostra	Temperatura da Câmara (°C)	Humidade da Câmara (r.h)	Humidade da Câmara Revista (r.h)	Temperatura de Aplicação (°C)
41	0,001	-0,225	-0,249	0,298
42	0,288	-0,050	-0,064	0,114
43	0,234	0,086	0,073	-0,403
44	0,286	-0,564	-0,573	0,661
45	0,139	0,076	0,047	-0,231
46	-0,514	0,139	0,136	-0,863
47	-0,180	-0,084	-0,095	-0,252
48	0,220	0,198	0,184	0,274
49	-0,171	-1,206	-0,005	0,886
50	0,025	-0,087	-0,547	0,686
51	0,077	0,499	0,638	-0,603
52	0,129	0,283	0,235	0,183
53	-0,118	0,763	0,772	-0,278
54	-0,323	-0,015	-0,011	-0,809
55	0,020	0,273	0,255	0,839
56	0,125	-0,034	-0,035	-0,190
57	-0,471	-0,120	-0,136	1,070
58	0,068	-0,288	-0,302	0,741
59	0,225	0,574	0,554	-0,478
60	0,182	0,055	0,063	-0,084
61	0,234	0,147	0,130	0,497
62	-0,214	0,213	0,207	-0,053
63	0,177	-0,111	-0,119	-0,190
64	-0,518	-0,092	-0,108	-0,179
65	-0,132	-0,299	-0,312	0,255
66	-0,080	-0,222	-0,242	-0,127
67	-0,028	-0,451	-0,466	0,108
68	-0,175	0,034	0,010	0,519
69	0,072	0,055	0,048	0,384
70	0,077	-0,353	-0,365	-0,376
71	0,029	-0,002	-0,024	-0,025
72	-0,171	-0,132	-0,140	0,244
73	0,025	0,216	0,199	-0,565
74	0,077	0,587	0,584	0,292
75	0,229	0,250	0,253	-1,233
76	-0,066	0,175	0,166	0,053
77	-0,371	-0,397	-0,405	-0,247
78	0,020	0,114	0,089	-0,585
79	0,125	0,025	0,021	0,038
80	-0,071	0,158	0,144	0,077

# ANEXO IX: Fase II na Linha de Pintura

- Cartas  $\bar{e} - R$  ou  $e - MR$  univariadas aplicadas aos erros de previsão



## Anexo IX: Fase II na Linha de Pintura

### IX.1 Espessura Total

#### Carta $e$ – MR Aplicada aos Erros de Previsão

Tabela IX.1 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Total 1

Amostra	Nº Cabine	Data	$X_i$	$X_{T+\tau}$	$e_\tau$	MR	$\psi_j$	$\sigma_{ep}$
1	19-05-2009	9301264	81,28	82,56	-1,29		0,70	1,77
2	19-05-2009	9301255	84,08	82,41	1,67	2,96	0,49	1,91
3	19-05-2009	9301263	79,02	82,31	-3,28	4,95	0,35	1,97
4	19-05-2009	9301251	81,81	82,23	-0,43	2,86	0,24	2,01
5	19-05-2009	9301201	82,67	82,18	0,49	0,91	0,17	2,02
6	19-05-2009	9301256	81,03	82,14	-1,12	1,60	0,12	2,03
7	19-05-2009	9301204	82,19	82,12	0,08	1,19	0,08	2,03
8	20-05-2009	9301282	78,83	82,10	-3,27	3,34	0,06	2,03
9	20-05-2009	9301285	78,31	82,09	-3,78	0,52	0,04	2,03
10	21-05-2009	9301242	82,97	82,08	0,89	4,68	0,03	2,04
11	21-05-2009	9301231	81,11	82,07	-0,96	1,85	0,02	2,04
12	21-05-2009	9301239	84,69	82,07	2,63	3,59	0,01	2,04
13	21-05-2009	9301241	80,14	82,07	-1,93	4,55	0,01	2,04
14	21-05-2009	9301230	81,03	82,06	-1,04	0,89	0,01	2,04
15	21-05-2009	9301237	83,39	82,06	1,33	2,36	0,00	2,04
16	21-05-2009	9301247	82,72	82,06	0,66	0,67	0,00	2,04
17	21-05-2009	9301244	82,64	82,06	0,58	0,08	0,00	2,04
18	21-05-2009	9301243	83,56	82,06	1,50	0,92	0,00	2,04
19	21-05-2009	9300973	78,81	82,06	-3,25	4,75	0,00	2,04
20	26-05-2009	9300978	81,92	82,06	-0,14	3,11	0,00	2,04
21	26-05-2009	9300984	86,61	82,06	4,55	4,69	0,00	2,04
22	26-05-2009	9300965	82,61	82,06	0,55	4,00	0,00	2,04
23	26-05-2009	9300987	81,86	82,06	-0,20	0,75	0,00	2,04

Tabela IX.2 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Espessura Total 2

Amostra	Nº Cabine	Data	$LIC_e$	$LC_e$	$LSC_e$	$LIC_R$	$LC_R$	$LSC_R$
1	19-05-2009	9301264	-5,32	0	5,32	0	2,00	6,53
2	19-05-2009	9301255	-5,73	0	5,73	0	2,15	7,04
3	19-05-2009	9301263	-5,92	0	5,92	0	2,23	7,28
4	19-05-2009	9301251	-6,02	0	6,02	0	2,26	7,39
5	19-05-2009	9301201	-6,06	0	6,06	0	2,28	7,45
6	19-05-2009	9301256	-6,08	0	6,08	0	2,29	7,48
7	19-05-2009	9301204	-6,10	0	6,10	0	2,29	7,49
8	20-05-2009	9301282	-6,10	0	6,10	0	2,29	7,50
9	20-05-2009	9301285	-6,10	0	6,10	0	2,30	7,50
10	21-05-2009	9301242	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
11	21-05-2009	9301231	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
12	21-05-2009	9301239	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
13	21-05-2009	9301241	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
14	21-05-2009	9301230	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
15	21-05-2009	9301237	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
16	21-05-2009	9301247	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
17	21-05-2009	9301244	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
18	21-05-2009	9301243	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
19	21-05-2009	9300973	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
20	26-05-2009	9300978	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50
21	26-05-2009	9300984	-6,11	0	6,11	0	2,30	7,50

Tabela IX.3: Estimativas dos parâmetros da característica Espessura Total Fase II

Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\hat{X}_{t-1}$	$D_1$	$d_2$	$D_2$
Estimativa	82,058	0,702	0,699	1,450	82,778	0	1,128	3,686

Quadro IX.1 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		$LIC$	$LC$	$LSC$
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( $MR$ )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$



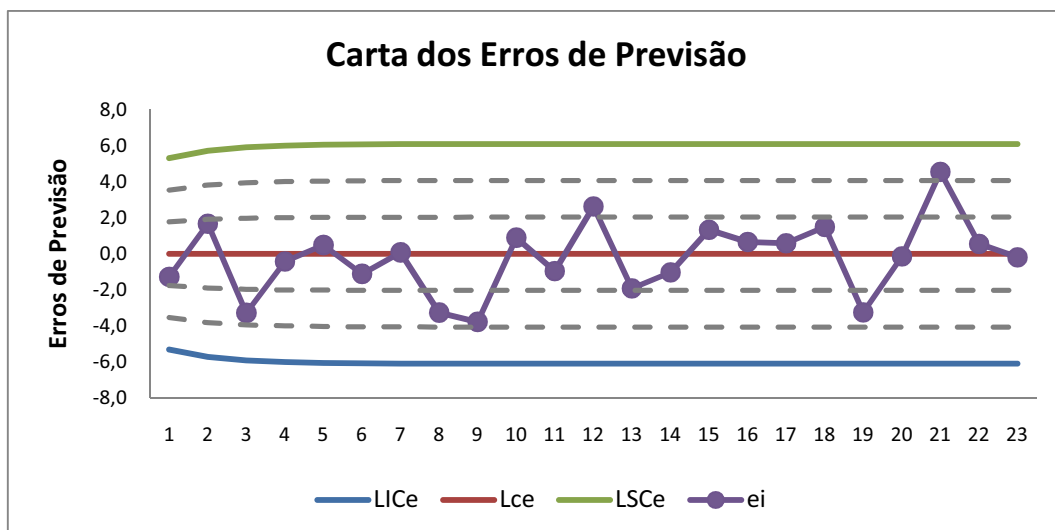


Figura IX.1 Carta de controlo da média para a característica Espessura Total

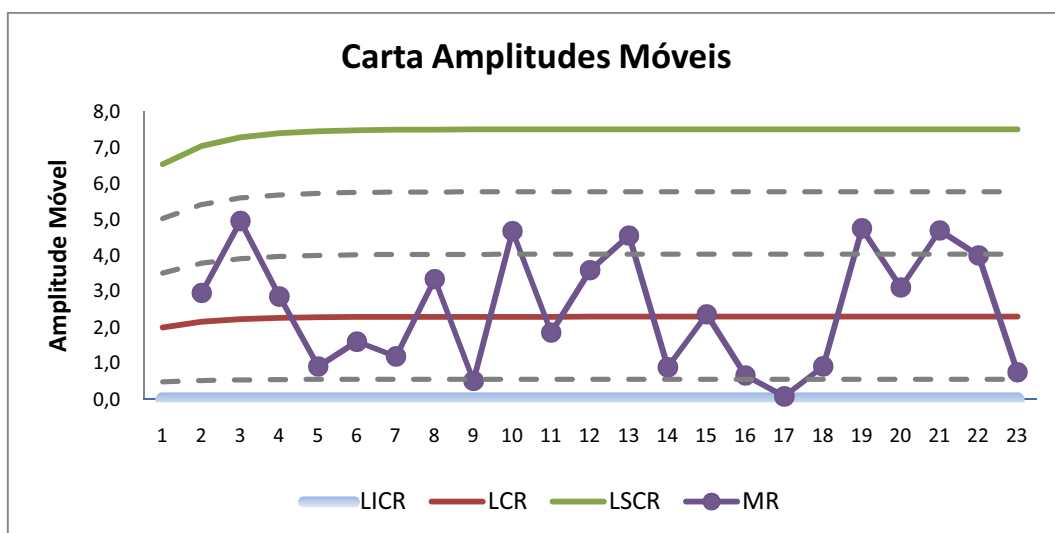


Figura IX.2 Carta de controlo da amplitude para a característica Espessura Total

## IX.2 Temperatura de Aplicação

### Carta $e$ – MR aplicada aos erros de previsão

Tabela IX.4 Dados para construção das cartas de controle Fase II da característica Temperatura de Aplicação<sup>1</sup>

Amostra	Nº Cabine	Data	$X_i$	$X_{T+\tau}$	$e_\tau$	MR	$\psi_j$	$\sigma_{ep}$
1	19-05-2009	9301264	25,40	25,51	-0,11		0,41	0,49
2	19-05-2009	9301255	25,90	25,49	0,41	0,52	-0,45	0,53
3	19-05-2009	9301263	25,60	25,47	0,13	0,28	-0,05	0,53
4	19-05-2009	9301251	25,80	25,47	0,33	0,20	0,08	0,53
5	19-05-2009	9301201	26,20	25,47	0,73	0,40	-0,01	0,53
6	19-05-2009	9301256	24,60	25,47	-0,87	1,60	0,01	0,53
7	19-05-2009	9301204	25,30	25,47	-0,17	0,70	0,00	0,53
8	20-05-2009	9301282	25,80	25,47	0,33	0,50	0,00	0,53
9	20-05-2009	9301285	25,60	25,47	0,13	0,20	0,00	0,53
10	21-05-2009	9301242	26,00	25,47	0,53	0,40	0,00	0,53
11	21-05-2009	9301231	24,50	25,47	-0,97	1,50	0,00	0,53
12	21-05-2009	9301239	25,50	25,47	0,03	1,00	0,00	0,53
13	21-05-2009	9301241	25,30	25,47	-0,17	0,20	0,00	0,53
14	21-05-2009	9301230	25,50	25,47	0,03	0,20	0,00	0,53
15	21-05-2009	9301237	25,90	25,47	0,43	0,40	0,00	0,53
16	21-05-2009	9301247	27,30	25,47	1,83	1,40	0,00	0,53
17	21-05-2009	9301244	25,30	25,47	-0,17	2,00	0,00	0,53
18	21-05-2009	9301243	25,80	25,47	0,33	0,50	0,00	0,53
19	21-05-2009	9300973	25,40	25,47	-0,07	0,40	0,00	0,53
20	26-05-2009	9300978	25,60	25,47	0,13	0,20	0,00	0,53
21	26-05-2009	9300984	25,10	25,47	-0,37	0,50	0,00	0,53
22	26-05-2009	9300965	25,80	25,47	0,33	0,70	0,00	0,53
23	26-05-2009	9300987	26,10	25,47	0,63	0,30	0,00	0,53

Tabela IX.5 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura de Aplicação 2

Amostra	Nº Cabine	Data	$LIC_e$	$LC_e$	$LSC_e$	$LIC_R$	$LC_R$	$LSC_R$
1	19-05-2009	9301264	-1,48	0	1,48	0	0,55	1,81
2	19-05-2009	9301255	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,96
3	19-05-2009	9301263	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
4	19-05-2009	9301251	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
5	19-05-2009	9301201	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
6	19-05-2009	9301256	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
7	19-05-2009	9301204	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
8	20-05-2009	9301282	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
9	20-05-2009	9301285	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
10	21-05-2009	9301242	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
11	21-05-2009	9301231	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
12	21-05-2009	9301239	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
13	21-05-2009	9301241	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
14	21-05-2009	9301230	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
15	21-05-2009	9301237	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
16	21-05-2009	9301247	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
17	21-05-2009	9301244	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
18	21-05-2009	9301243	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
19	21-05-2009	9300973	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
20	26-05-2009	9300978	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97
21	26-05-2009	9300984	-1,60	0	1,60	0	0,60	1,97

Tabela IX.6: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Temperatura de Aplicação

Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\hat{e}_{t-1}$	$\hat{e}_{t-2}$	$D_1$	$d_2$	$D_2$
Estimativa	25,472	-0,411	-0,281	0,455	0,038	0,077	0	1,128	3,686

Quadro IX.2 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		$LIC$	$LC$	$LSC$
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( $MR$ )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$X_{T+\tau} = \mu - \theta_1 \cdot e_{t-1} - \theta_2 \cdot e_{t-2} \quad ; \text{para um modelo MA}(2) \quad (\text{IX.1})$$

$$\psi_1 = -\theta_1^1 \quad ; \text{para um modelo MA}(2) \quad (\text{IX.2})$$

$$\psi_2 = -\theta_1^2 + \theta_2 \quad ; \text{para um modelo MA}(2) \quad (\text{IX.3})$$

$$\psi_j = -\theta_1^j - \theta_1^{j-1} \cdot \theta_2 \quad ; \text{para um modelo MA}(2) \quad (\text{IX.4})$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (\text{IX.5})$$

$$\sigma_{ep} = \sqrt{\text{Var}(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2} \quad (\text{IX.6})$$

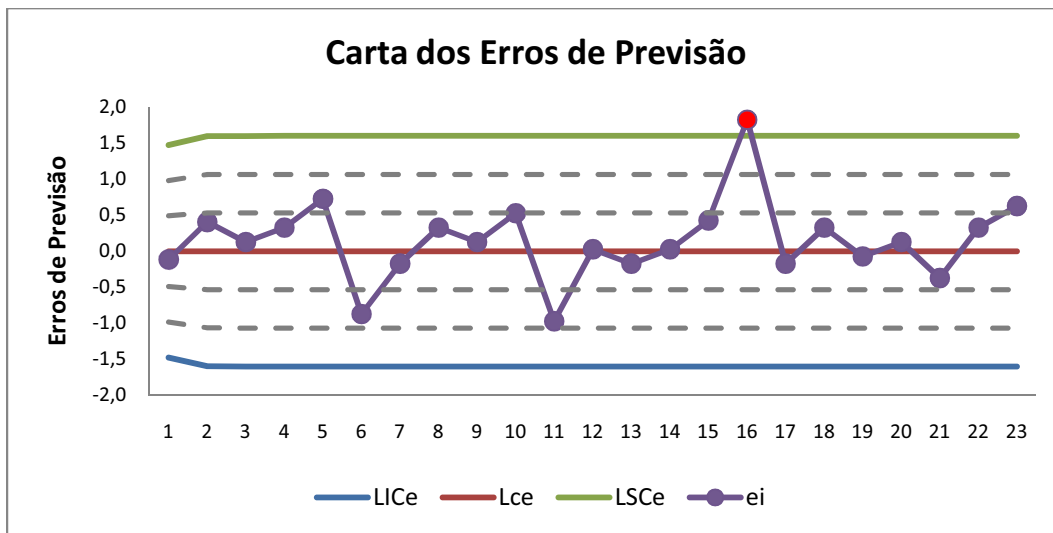


Figura IX.3 Carta de controlo da média para a característica Temperatura de Aplicação

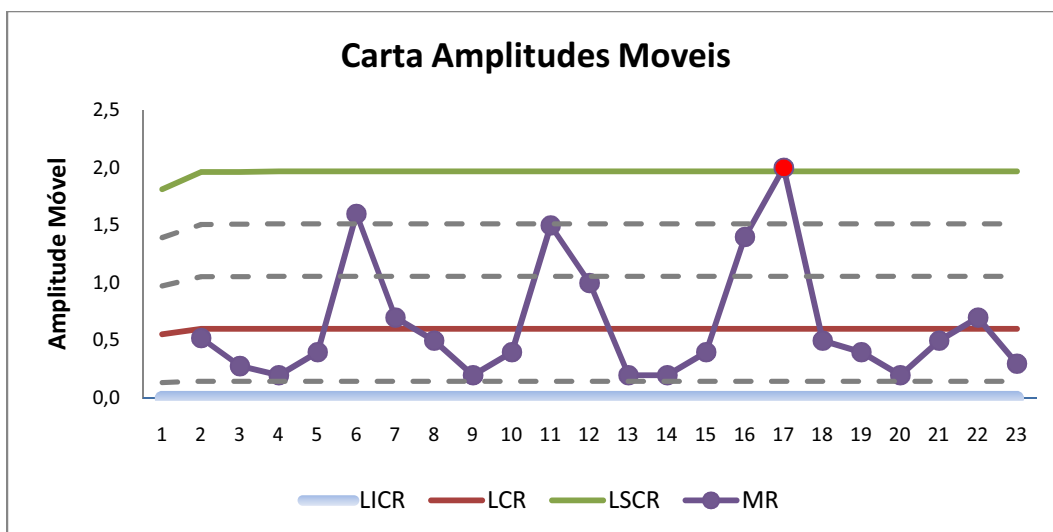


Figura IX.4 Carta de controlo da amplitude para a característica Temperatura de Aplicação

Como se pode verificar Figura IX.3 e Figura IX.4, o ponto 16 demonstra ser uma causa especial de variação da característica Temperatura de Aplicação, uma vez que na carta dos Erros de Previsão ultrapassa o  $LSC_e$ , e na carta Amplitudes Móveis é quem contribui para que o ponto 17 seja superior ao  $LSC_R$ . Neste ponto é necessário corrigir o processo, diminuindo a temperatura.

### IX.3 Temperatura da Câmara

#### Carta $e$ – MR aplicada aos erros de previsão

Tabela IX.7 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura da Câmara 1

Amostra	Nº Cabine	Data	$X_i$	$X_{T+\tau}$	$e_\tau$	MR	$\psi_j$	$\sigma_{ep}$
1	19-05-2009	9301264	23,60	23,52	0,08		0,48	0,22
2	19-05-2009	9301255	23,00	23,53	-0,53	0,61	0,23	0,22
3	19-05-2009	9301263	23,40	23,54	-0,14	0,39	0,11	0,22
4	19-05-2009	9301251	23,20	23,54	-0,34	0,20	0,05	0,22
5	19-05-2009	9301201	23,70	23,54	0,16	0,50	0,02	0,22
6	19-05-2009	9301256	23,60	23,54	0,06	0,10	0,01	0,22
7	19-05-2009	9301204	23,80	23,54	0,26	0,20	0,01	0,22
8	20-05-2009	9301282	23,60	23,54	0,06	0,20	0,00	0,22
9	20-05-2009	9301285	23,20	23,54	-0,34	0,40	0,00	0,22
10	21-05-2009	9301242	23,70	23,54	0,16	0,50	0,00	0,22
11	21-05-2009	9301231	23,40	23,54	-0,14	0,30	0,00	0,22
12	21-05-2009	9301239	23,60	23,54	0,06	0,20	0,00	0,22
13	21-05-2009	9301241	23,30	23,54	-0,24	0,30	0,00	0,22
14	21-05-2009	9301230	23,40	23,54	-0,14	0,10	0,00	0,22
15	21-05-2009	9301237	23,10	23,54	-0,44	0,30	0,00	0,22
16	21-05-2009	9301247	23,50	23,54	-0,04	0,40	0,00	0,22
17	21-05-2009	9301244	23,40	23,54	-0,14	0,10	0,00	0,22
18	21-05-2009	9301243	23,60	23,54	0,06	0,20	0,00	0,22
19	21-05-2009	9300973	24,10	23,54	0,56	0,50	0,00	0,22
20	26-05-2009	9300978	23,70	23,54	0,16	0,40	0,00	0,22
21	26-05-2009	9300984	23,60	23,54	0,06	0,10	0,00	0,22
22	26-05-2009	9300965	23,80	23,54	0,26	0,20	0,00	0,22
23	26-05-2009	9300987	23,40	23,54	-0,14	0,40	0,00	0,22

Tabela IX.8: Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Temperatura da Câmara 2

Amostra	Nº Cabine	Data	$LIC_e$	$LC_e$	$LSC_e$	$LIC_R$	$LC_R$	$LSC_R$
1	19-05-2009	9301264	-0,66	0	0,66	0	0,25	0,81
2	19-05-2009	9301255	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,82
3	19-05-2009	9301263	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
4	19-05-2009	9301251	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
5	19-05-2009	9301201	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
6	19-05-2009	9301256	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
7	19-05-2009	9301204	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
8	20-05-2009	9301282	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
9	20-05-2009	9301285	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
10	21-05-2009	9301242	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
11	21-05-2009	9301231	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
12	21-05-2009	9301239	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
13	21-05-2009	9301241	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
14	21-05-2009	9301230	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
15	21-05-2009	9301237	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
16	21-05-2009	9301247	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
17	21-05-2009	9301244	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
18	21-05-2009	9301243	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
19	21-05-2009	9300973	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
20	26-05-2009	9300978	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83
21	26-05-2009	9300984	-0,67	0	0,67	0	0,25	0,83

Tabela IX.9 Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Temperatura da Câmara

Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\hat{\phi}_1$	$\hat{\rho}_1$	$\hat{\sigma}_\varepsilon$	$\hat{X}_{t-1}$	$D_1$	$d_2$	$D_2$
Estimativa	23,544	0,477	0,478	0,198	23,500	0	1,128	3,686

Quadro IX.3 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		$LIC$	$LC$	$LSC$
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( MR )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

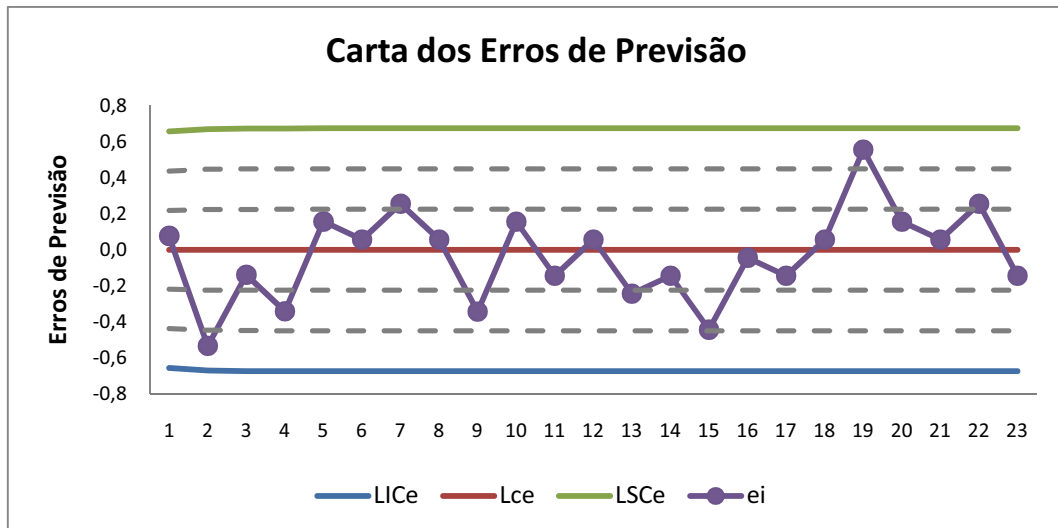


Figura IX.5 Carta de controlo da média para a característica Temperatura da Câmara

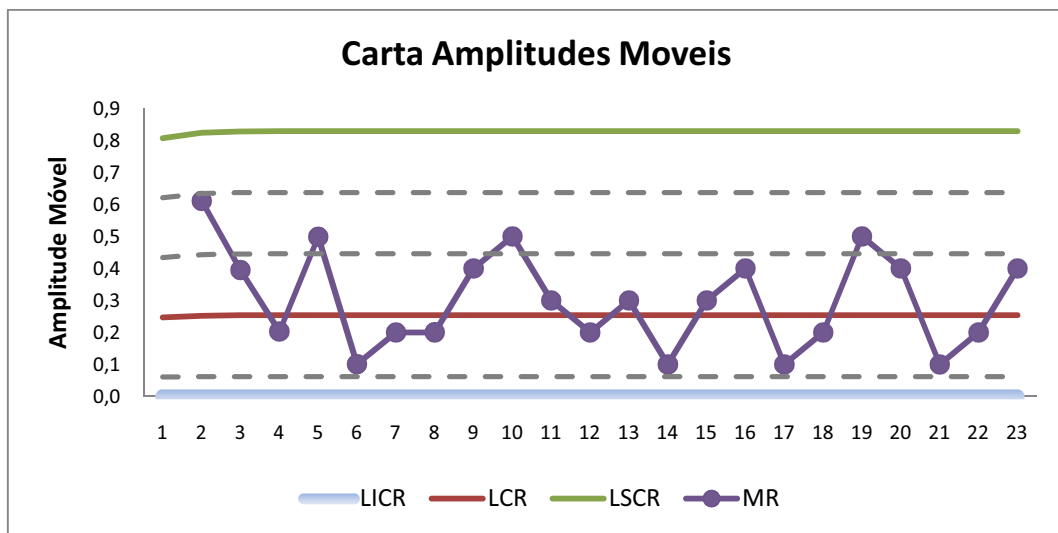


Figura IX.6 Carta de controlo da amplitude para a característica Temperatura da Câmara

## IX.4 Humidade da Câmara

### Carta $e$ – $MR$ aplicada aos erros de previsão

Tabela IX.10 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Humidade da Câmara.1

Amostra	Nº Cabine	Data	$X_i$	$X_{T+\tau}$	$e_\tau$	MR	$\Psi_J$	$\sigma_{ep}$
1	19-05-2009	9301264	59,90	59,80	0,10		0,34	0,36
2	19-05-2009	9301255	59,40	59,75	-0,35	0,45	0,12	0,36
3	19-05-2009	9301263	59,80	59,75	0,05	0,40	0,04	0,36
4	19-05-2009	9301251	60,40	59,75	0,65	0,60	0,01	0,36
5	19-05-2009	9301201	59,70	59,75	-0,05	0,70	0,00	0,36
6	19-05-2009	9301256	60,60	59,75	0,85	0,90	0,00	0,36
7	19-05-2009	9301204	60,20	59,75	0,45	0,40	0,00	0,36
8	20-05-2009	9301282	59,60	59,75	-0,15	0,60	0,00	0,36
9	20-05-2009	9301285	59,70	59,75	-0,05	0,10	0,00	0,36
10	21-05-2009	9301242	59,20	59,75	-0,55	0,50	0,00	0,36
11	21-05-2009	9301231	60,20	59,75	0,45	1,00	0,00	0,36
12	21-05-2009	9301239	59,40	59,75	-0,35	0,80	0,00	0,36
13	21-05-2009	9301241	59,60	59,75	-0,15	0,20	0,00	0,36
14	21-05-2009	9301230	60,10	59,75	0,35	0,50	0,00	0,36
15	21-05-2009	9301237	59,60	59,75	-0,15	0,50	0,00	0,36
16	21-05-2009	9301247	59,20	59,75	-0,55	0,40	0,00	0,36
17	21-05-2009	9301244	60,20	59,75	0,45	1,00	0,00	0,36
18	21-05-2009	9301243	60,00	59,75	0,25	0,20	0,00	0,36
19	21-05-2009	9300973	59,60	59,75	-0,15	0,40	0,00	0,36
20	26-05-2009	9300978	60,20	59,75	0,45	0,60	0,00	0,36
21	26-05-2009	9300984	60,10	59,75	0,35	0,10	0,00	0,36
22	26-05-2009	9300965	59,70	59,75	-0,05	0,40	0,00	0,36
23	26-05-2009	9300987	59,60	59,75	-0,15	0,10	0,00	0,36



Tabela IX.11 Dados para construção das cartas de controlo Fase II da característica Humidade da Câmara.2

Amostra	Nº Cabine	Data	$LIC_e$	$Lc_e$	$LSC_e$	$LIC_R$	$LC_R$	$LSC_R$
1	19-05-2009	9301264	-1,08	0	1,08	0	0,41	1,33
2	19-05-2009	9301255	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
3	19-05-2009	9301263	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
4	19-05-2009	9301251	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
5	19-05-2009	9301201	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
6	19-05-2009	9301256	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
7	19-05-2009	9301204	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
8	20-05-2009	9301282	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
9	20-05-2009	9301285	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
10	21-05-2009	9301242	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
11	21-05-2009	9301231	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
12	21-05-2009	9301239	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
13	21-05-2009	9301241	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
14	21-05-2009	9301230	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
15	21-05-2009	9301237	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
16	21-05-2009	9301247	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
17	21-05-2009	9301244	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
18	21-05-2009	9301243	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
19	21-05-2009	9300973	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
20	26-05-2009	9300978	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34
21	26-05-2009	9300984	-1,09	0	1,09	0	0,41	1,34

Tabela IX.12: Estimativas dos parâmetros da Fase II da característica Humidade da Câmara

Parâmetro	$\hat{\mu}$	$\theta_1$	$\hat{\sigma}_e$	$\hat{e}_{t-1}$	$D_1$	$d_2$	$D_2$
Estimativa	59,748	-0,340	0,341	0,144	0	1,128	3,686

Quadro IX.4 Estatísticas e limites de controlo das cartas  $e - MR$  baseadas nos erros de previsão

Carta	Estatísticas	Limites de Controlo		
		$LIC$	$LC$	$LSC$
Erros de Previsão ( $e$ )	$e_\tau(T) = X_{T+\tau} - \hat{X}_{T+\tau}(T)$	$-3\sigma_{ep}$	0	$3\sigma_{ep}$
Amplitudes Móveis ( $MR$ )	$MR_T =  e_t - e_{t-1} $	$D_1\sigma_{ep}$	$d_2\sigma_{ep}$	$D_2\sigma_{ep}$

onde,

$$X_{T+\tau} = \mu - \theta_1 \cdot e_{t-1} ; \text{para um modelo MA}(1) \quad (\text{IX.7})$$

$$\psi_j = -\theta_1^j ; \text{para um modelo MA}(1) \quad (\text{IX.8})$$

$$\hat{\sigma}_\varepsilon = \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (\text{IX.9})$$

$$\sigma_{ep} = \sqrt{\text{Var}(e_\tau(T))} = \sigma_\varepsilon \sqrt{1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2} \quad (\text{IX.10})$$

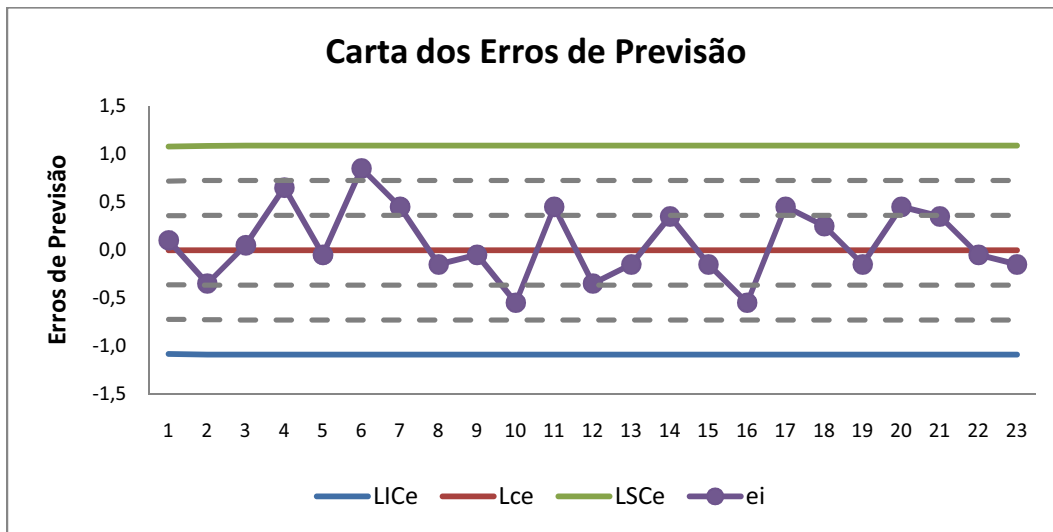


Figura IX.7 Carta de controlo da média para a característica Humidade da Câmara

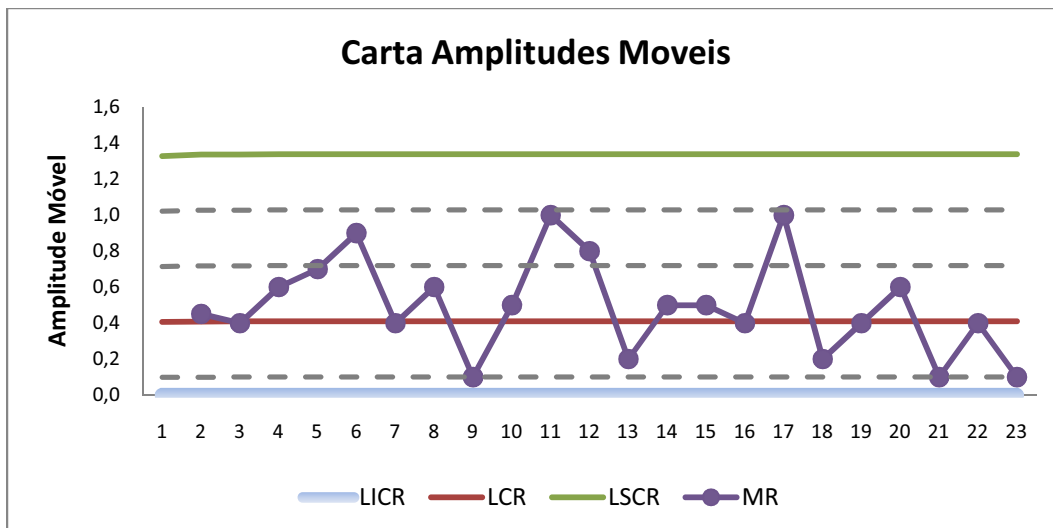


Figura IX.8 Carta de controlo da amplitude para a característica Humidade da Câmara

# ANEXO X: Controlo Estatístico Multivariado

- Fase I e Análise de Capacidade
- Fase II



## Anexo X: Controlo Estatístico Multivariado

### X.1 Fase I do Controlo Estatístico Multivariado

#### X.1.1 Carta $T^2$ Inicial

Tabela X.1 Valores da estatística  $T^2$

Amostra	$(T^2)_k$	Amostra	$(T^2)_k$	Amostra	$(T^2)_k$	Amostra	$(T^2)_k$
1	3,813	21	2,498	41	0,656	61	3,041
2	4,502	22	1,044	42	1,950	62	1,312
3	1,030	23	7,876	43	2,032	63	1,001
4	1,595	24	1,879	44	5,185	64	6,763
5	0,264	25	2,174	45	0,701	65	1,313
6	0,953	26	2,271	46	9,866	66	0,773
7	0,839	27	2,314	47	1,289	67	1,561
8	0,131	28	2,122	48	2,081	68	2,147
9	0,370	29	3,546	49	13,207	69	0,986
10	3,223	30	2,366	50	2,336	70	2,190
11	3,775	31	2,391	51	3,048	71	0,019
12	1,611	32	8,926	52	1,409	72	1,087
13	2,153	33	2,244	53	4,360	73	1,641
14	7,467	34	2,964	54	6,031	74	3,872
15	4,109	35	1,137	55	4,961	75	8,596
16	1,544	36	1,133	56	0,542	76	0,354
17	6,615	37	0,786	57	10,797	77	5,504
18	3,317	38	4,320	58	2,917	78	1,668
19	8,022	39	2,382	59	4,244	79	0,369
20	0,282	40	4,051	60	0,802	80	0,352

Quadro X.1 Vector média e matriz covariâncias

$\bar{X}$	0,003
	0,004
	-0,002

$\Sigma = S$	0,0433	-0,0065	0,0002
	-0,0065	0,1380	-0,0415
	0,0002	-0,0415	0,2053

Quadro X.2 Limites de Controle

$LSC_{T^2}$	$LIC_{T^2}$
11,1577	0

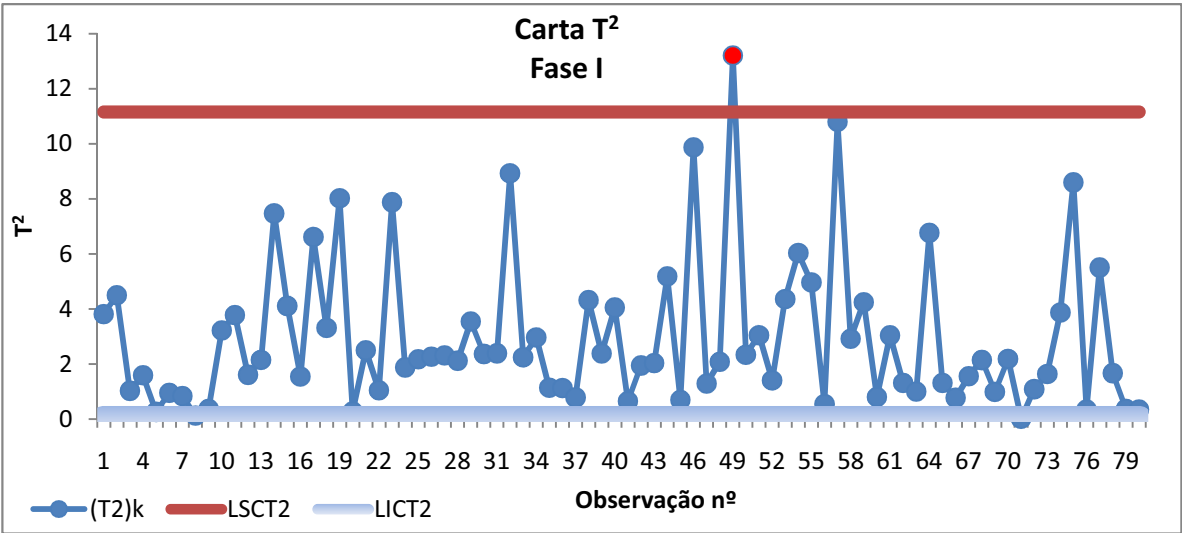


Figura X.1 Carta Multivariada – Fase I

X.1.2 Método aplicado a estatística *d* Fase I

Quadro X.3 Dados para aplicação do método aplicado à estatística *d* Fase I

Nº	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$	$T^2$	$T^2_{(1)}$	$T^2_{(2)}$	$T^2_{(3)}$
49	-0,1706	-12061	0,8860	0,0028	0,0036	-0,0015	13,2067	12,0124	4,5378	11,819

Quadro X.4 Método aplicado à estatística *d* Fase I

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	
Nº	$T^2 - T^2_{(1)}$	$T^2 - T^2_{(2)}$	$T^2 - T^2_{(3)}$	$\chi^2_{\alpha;1}$
49	1,1943	8,6689	1,3871	7,0161

### X.1.3 Carta $T^2$ Revista

Tabela X.2 Valores da estatística  $T^2$  Revista

Amostra	$(T^2)_k$	Amostra	$(T^2)_k$	Amostra	$(T^2)_k$	Amostra	$(T^2)_k$
1	4,372	21	2,452	41	0,788	61	3,002
2	4,640	22	1,155	42	1,950	62	1,285
3	0,974	23	7,696	43	2,047	63	0,989
4	1,583	24	2,112	44	5,403	64	6,960
5	0,294	25	2,378	45	0,695	65	1,515
6	0,929	26	2,393	46	9,881	66	0,916
7	0,841	27	2,526	47	1,343	67	1,857
8	0,139	28	2,571	48	2,087	68	2,080
9	0,462	29	3,714	49	4,622	69	0,963
10	3,335	30	2,288	50	3,906	70	2,260
11	3,648	31	2,506	51	4,480	71	0,025
12	1,746	32	9,030	52	1,243	72	1,157
13	2,218	33	2,541	53	4,839	73	1,661
14	7,231	34	2,964	54	6,014	74	4,068
15	4,004	35	1,193	55	4,758	75	8,669
16	1,605	36	1,222	56	0,533	76	0,332
17	6,598	37	0,759	57	10,830	77	5,875
18	3,517	38	4,399	58	3,027	78	1,668
19	8,222	39	2,354	59	4,548	79	0,373
20	0,310	40	4,281	60	0,834	80	0,317

Quadro X.5 Vector média e matriz covariâncias dos valores revistos

$\bar{X}$	0,003
	0,003
	-0,002

$\Sigma = S$	0,0433	-0,0093	0,0002
	-0,0093	0,1253	-0,0335
	0,0002	-0,0335	0,2053

Quadro X.6 Limites de Controle

$LSC_{T^2}$	$LIC_{T^2}$
11,1577	0

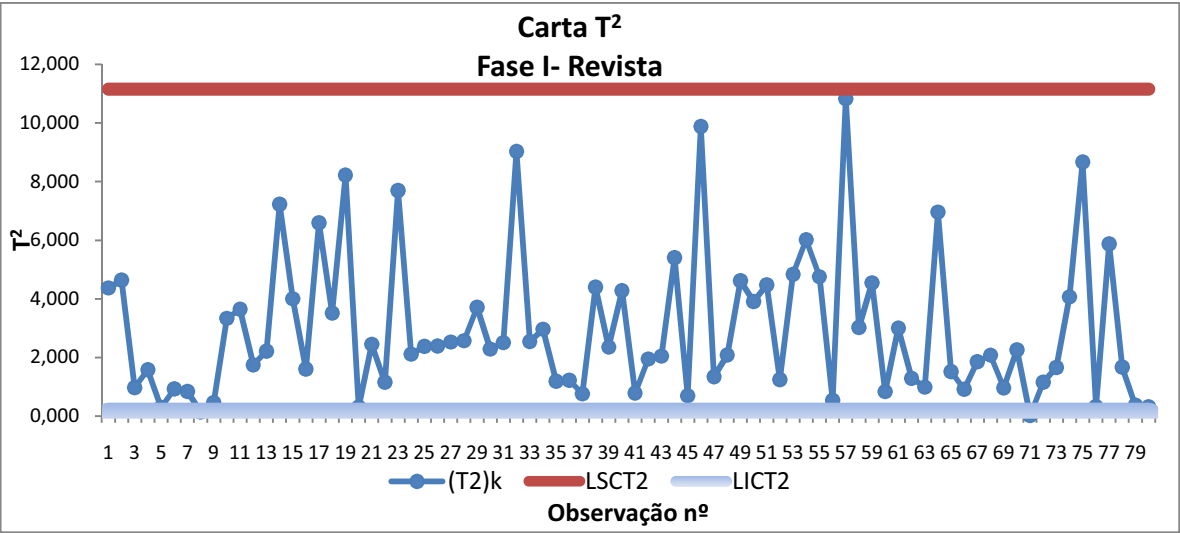


Figura X.2 Carta Multivariada – Fase I Revista

**X.2 Estudo multivariado da capacidade do processo**

O cálculo dos índices de capacidade é realizado com base nas expressões e considerações apresentadas no Quadro X.7 e no Quadro X.8

Quadro X.7 Expressões necessárias para o cálculo dos índices multivariados de capacidade do processo

$C_{pM} = \left( \frac{\prod_{i=1}^p (LSE_i - LIE_i)}{\prod_{i=1}^p (LSP_i - LIP_i)} \right)^{\frac{1}{p}}$	$LSP_i = \mu_i + \sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha;p} \cdot \det(\mathbf{S}_i^{-1})}{\det(\mathbf{S}^{-1})}}$	$LIP_i = \mu_i - \sqrt{\frac{\chi^2_{\alpha;p} \cdot \det(\mathbf{S}_i^{-1})}{\det(\mathbf{S}^{-1})}}$
$PV = P(T^2 > \frac{p(N-1)}{N-p} \cdot F_{p,N-p})$		
$T^2 = (\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T})' \mathbf{S}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\mu}} - \mathbf{T})$		
Atribui-se o valor 1 a LI, se $[LIP, LSP]_j \subset [LIE, LSE]_j$		

Quadro X.8 Definição do índice LI

Condição	Verdadeira	Falsa
LIP > LIE	LI=1	LI=0
LSE > LSP	LI=1	LI=0



Os dados para o cálculo dos índices de capacidade e os respectivos índices de capacidade são apresentados no Quadro X.9, Quadro X.10, no Quadro X.11, no Quadro X.12 e no Quadro X.13.

Quadro X.9 Vector média e matriz covariâncias para a característica  $X_1$

$\bar{X}_1$	0,0032
	-0,0015

$\Sigma_1 = S_1$	0,1253	-0,0335
	-0,0335	0,2053

Quadro X.10 Vector média e matriz covariâncias para a característica  $X_2$

$\bar{X}_2$	0,0028
	-0,0015

$\Sigma_2 = S_2$	0,0433	0,0002
	0,0002	0,2053

Quadro X.11 Vector média e matriz covariâncias para a característica  $X_3$

$\bar{X}_3$	0,0028
	0,0032

$\Sigma_3 = S_3$	0,0433	-0,0093
	-0,0093	0,1253

Quadro X.12 Dados para o cálculo dos índices de capacidade multivariados

	$p = 3$	$\alpha = 0,81\%$	$N = 80$	$T^2 = 0,0003$
Características	$LIE_{Resíduos}$	$LSE_{Resíduos}$	$LIP$	$LSP$
$X_1$	-2,0000	2,0000	-0,7061	0,7117
$X_2$	-5,0000	5,0000	-1,1765	1,1829
$X_3$	-5,0000	5,0000	-1,5234	1,5203

Quadro X.13 Valores dos índices de capacidade multivariados

$C_{pM}$	$PV$	$LI$
3,3995	0,999999	1

### X.3 Fase II do Controlo Estatístico Multivariado

Tabela X.3 Dados dos erros de previsão e estatística  $T_k^2$

Amostra	Data	Nº Cabine	Nº Obs.	Erros de Previsão			$(T^2)_k$
				Temperatura Câmara	Humidade Câmara	Temperatura Aplicação	
1	19-05-2009	9301264	1	0,0770	0,1025	-0,1144	0,2692
2	19-05-2009	9301255	2	-0,5339	-0,3483	0,4064	8,8275
3	19-05-2009	9301263	3	-0,1391	0,0517	0,1279	0,5607
4	19-05-2009	9301251	4	-0,3416	0,6517	0,3279	6,6270
5	19-05-2009	9301201	5	0,1572	-0,0483	0,7279	3,2242
6	19-05-2009	9301256	6	0,0566	0,8517	-0,8721	8,1328
7	19-05-2009	9301204	7	0,2564	0,4517	-0,1721	3,5407
8	20-05-2009	9301282	8	0,0562	-0,1483	0,3279	0,6573
9	20-05-2009	9301285	9	-0,3438	-0,0483	0,1279	2,9516
10	21-05-2009	9301242	10	0,1561	-0,5483	0,5279	3,4922
11	21-05-2009	9301231	11	-0,1439	0,4517	-0,9721	5,6492
12	21-05-2009	9301239	12	0,0561	-0,3483	0,0279	1,0240
13	21-05-2009	9301241	13	-0,2439	-0,1483	-0,1721	2,0027
14	21-05-2009	9301230	14	-0,1439	0,3517	0,0279	1,3808
15	21-05-2009	9301237	15	-0,4439	-0,1483	0,4279	5,7804
16	21-05-2009	9301247	16	-0,0439	-0,5483	1,8279	16,9442
17	21-05-2009	9301244	17	-0,1439	0,4517	-0,1721	1,9238
18	21-05-2009	9301243	18	0,0561	0,2517	0,3279	1,4278
19	21-05-2009	9300973	19	0,5561	-0,1483	-0,0721	7,1175
20	26-05-2009	9300978	20	0,1561	0,4517	0,1279	2,7642
21	26-05-2009	9300984	21	0,0561	0,3517	-0,3721	1,4957
22	26-05-2009	9300965	22	0,2561	-0,0483	0,3279	2,0352
23	26-05-2009	9300987	23	-0,1439	-0,1483	0,6279	2,4848

Quadro X.14 Limites de Controle da Fase II

$LSC_{T^2}$	$LIC_{T^2}$
13,1637	0

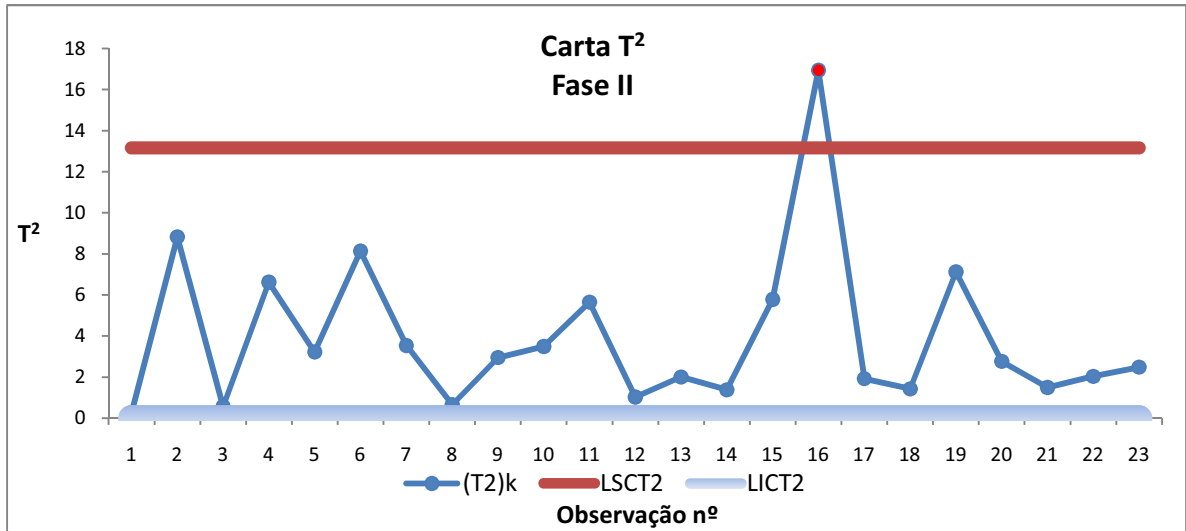


Figura X.3 Carta Multivariada – Fase II

### X.3.1 Método aplicado à estatística d Fase II

Quadro X.15 Dados para aplicação do método aplicado à estatística d Fase II

Nº	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$\hat{\mu}_1$	$\hat{\mu}_2$	$\hat{\mu}_3$	$T^2$	$T^2_{(1)}$	$T^2_{(2)}$	$T^2_{(3)}$
16	- 0,0439	- 0,5483	1,8279	0,0028	0,0032	- 0,0015	16,9442	16,8369	16,3576	2,60661

Quadro X.16 Método aplicado à estatística d Fase II

	$d_1$	$d_2$	$d_3$	
Nº	$T^2 - T^2_{(1)}$	$T^2 - T^2_{(2)}$	$T^2 - T^2_{(3)}$	$\chi^2_{\alpha;1}$
16	0,1073	0,5866	14,3376	7,0161